Eigenschaften von Hadronen in Kernmaterie in einem vereinheitlichten Transportmodell

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Justus-Liebig-Universität Gießen
Fachbereich 7 – Mathematik, Physik, Geographie

vorgelegt von
Martin Effenberger
aus Gießen

Gießen, 1999

D 26
Dekan: Prof. Dr. Albrecht Beutelspacher
I. Berichterstatter: Prof. Dr. Ulrich Mosel
II. Berichterstatter: Prof. Dr. Volker Metag
Tag der mündlichen Prüfung: 26. 11. 1999

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Das BUU-Modell **9**
2.1 Grundlagen . . . 9
2.1.1 Die verallgemeinerte BUU-Gleichung . . . 9
2.1.2 Die BUU-Gleichung . . . 12
2.1.3 Relativistische Verallgemeinerung der BUU-Gleichung . . . 12
2.1.4 Anwendung auf gekoppelte Kanäle . . . 13
2.2 Das Mittlere Feld . . . 13
2.2.1 Bestimmung der Parameter . . . 15
2.3 Berücksichtigte Teilchen . . . 18
2.4 Die Behandlung der Resonanzen . . . 21
2.4.1 Resonanzproduktion . . . 22
2.4.2 Die Transportgleichung . . . 25
2.4.3 Parametrisierung der Vakuumbreiten . . . 27
2.4.4 Lebensdauern der Resonanzen . . . 31
2.5 Der Kollisionsterm . . . 35
2.5.1 Baryon-Baryon-Stöße . . . 35
2.5.2 Meson-Baryon-Stöße . . . 36
2.5.3 Meson-Meson-Stöße . . . 44
2.5.4 Das FRITIOF-Modell . . . 44
2.5.5 Mehrteilchenstöße . . . 49
2.6 Beschreibung photonuklearer Reaktionen . . . 50
2.6.1 Parametrisierung der Photon-Nukleon-Wechselwirkung . . . 51
2.6.2 Implementierung des Shadowing-Effektes . . . 59
2.7 Dileptonenproduktion . . . 65
2.7.1 Vektormesonen . . . 66
2.7.2 Dalitz-Zerfälle . . . 68

3 Numerische Realisierung des Modells **71**
3.1 Die Testteilchenmethode . . . 71
3.1.1 Berechnung der Ströme . . . 72
3.1.2 Propagation der Testteilchen . . . 72
3.1.3 Berechnung der Einteilchen-Energien . . . 73
3.2 Initialisierung . . . 74
3.2.1 Stabilität des initialisierten Zustandes . . . 74
3.2.2 Berechnung des richtigen Grundzustandes . . . 75

3.2.3 Einfluß der Grundzustandsstabilität auf Observable 83
3.3 Der Kollisionsterm 86
3.3.1 Zweiteilchenstöße 87
3.3.2 Resonanzzerfälle 89
3.3.3 Mehrteilchenstöße 90
3.3.4 Pauli-Blocking 93
3.4 Berücksichtigung der Potentiale im Kollisionsterm 95
3.4.1 Berechnung des Flußfaktors 96
3.4.2 Resonanzformation 97
3.4.3 Energieerhaltung 97
3.4.4 Berücksichtigung der richtigen Phasenraumfaktoren 99
3.5 Berücksichtigung von In-Medium-Breiten 101
3.6 Perturbative Teilchen 102
3.7 Verwendete Parameter und Einstellungen 104

4 Untersuchungen zur π-Δ-Dynamik 105
4.1 Deltaabsorption 106
4.2 Photoproduktion von Pionen 109
4.2.1 Totale Wirkungsquerschnitte zur π^0-Produktion 109
4.2.2 Impulsdifferentielle Wirkungsquerschnitte 113
4.3 Pion-Kern-Reaktionen 116
4.4 Schwerionenkollisionen 118
4.4.1 Explizite Propagation der Resonanzen 118
4.4.2 Potentiale im Kollisionsterm 120
4.4.3 $NNN \leftrightarrow NN\Delta(1232)$ 121
4.4.4 Einfluß der In-Medium-Breite der Δ-Resonanz 126

5 Mediummodifikationen der $D_{13}(1520)$-Resonanz 129
5.1 Photoabsorption 129
5.1.1 Andere Modelle 133
5.2 Pionenproduktion 134
5.2.1 Einpionenproduktion 135
5.2.2 Zweipionenproduktion 135
5.3 Dileptonen- und Etaproduktion 138

6 Dileptonenproduktion 141
6.1 Stoßverbreiterung der Vektormesonen 141
6.1.1 Berechnung der Stoßbreiten 141
6.1.2 Implementierung der Stoßbreiten 144
6.2 Photon-Kern-Reaktionen 149
6.2.1 Hadronische Beiträge 149
6.2.2 Coulombkorrekturen 149
6.2.3 Der Bethe-Heitler-Prozeß 151
6.2.4 Einfluß von Mediummodifikationen 159
6.3 Pion-Kern-Reaktionen 162
6.3.1 Vergleich mit vorangegangenen Rechnungen 162
6.3.2 Theoretische Unsicherheiten 163

6.3.3 Einfluß von Mediummodifikationen . . . 166
6.4 Vergleich der photon- und der pioninduzierten Reaktion . . . 168

7 Photoproduktion von Mesonen in Kernen bei GeV-Energien 173
7.1 Pionen und Etas . . . 174
7.1.1 Totale Wirkungsquerschnitte . . . 174
7.1.2 Differentielle Wirkungsquerschnitte . . . 177
7.1.3 Identifikation des ρ-Mesons . . . 179
7.2 Kaonen und Antikaonen . . . 182
7.2.1 Totale Wirkungsquerschnitte . . . 182
7.2.2 Differentielle Wirkungsquerschnitte . . . 185

8 Off-Shell-Effekte auf Teilchenproduktion in Schwerionenkollisionen 187
8.1 Stoßverbreiterung der Nukleonen . . . 187
8.1.1 Vergleich von Fermi-Gas- und BUU-Rechnung . . . 189
8.2 Transporttheoretische Behandlung von Off-Shell-Nukleonen . . . 194
8.2.1 Kollisionsterm . . . 194
8.2.2 Propagation . . . 196
8.3 Observable Effekte . . . 197
8.3.1 Teilchenproduktion . . . 200
8.3.2 Kollektive Observablen . . . 203

9 K^--Produktion in Schwerionenkollisionen 207
9.1 Mediumeffekte auf $\bar{K}$-Mesonen . . . 207
9.2 Observable Effekte in Schwerionenkollisionen . . . 208
9.2.1 Implementierung der Mediummodifikationen . . . 208
9.2.2 Ergebnisse . . . 211

10 Zusammenfassung und Ausblick 217

A Wirkungsquerschnitte 225
A.1 Baryon-Baryon-Stöße . . . 225
A.1.1 Elastische Nukleon-Nukleon-Streuung . . . 225
A.1.2 Mesonenproduktion in Nukleon-Nukleon-Kollisionen . . . 225
A.1.3 Resonanz-Nukleon-Streuung . . . 230
A.1.4 Strangenessproduktion . . . 231
A.2 Meson-Baryon-Stöße . . . 234
A.2.1 Prozesse ohne Strangeness . . . 234
A.2.2 Strangenessproduktion . . . 236
A.2.3 Strangeness $S = -1$ . . . 237
A.2.4 Strangeness $S = 1$ . . . 240
A.3 Meson-Meson-Stöße . . . 241
A.4 FRITIOF . . . 242
A.5 Photon-Nukleon-Reaktionen . . . 243
A.5.1 Einpionenproduktion . . . 243
A.5.2 Zweipionenproduktion . . . 246
A.5.3 Etaproduktion . . . 247

A.6 Parametrisierung des Spreading-Potentials der Δ-Resonanz 248

B Das Kollisionskriterium **251**

Kapitel 1

Einleitung

Auch 35 Jahre nachdem Quarks als Konstituenten der Hadronen von Gell-Mann und Zweig [1] vorgeschlagen wurden, sind viele Aspekte der starken Wechselwirkung noch unverstanden. Nach heutigem Kenntnisstand wird die starke Wechselwirkung der Quarks durch die Eichfeldtheorie der Quantenchromodynamik (QCD) beschrieben. Im Gegensatz zur Quantenelektrodynamik (QED), der Theorie der elektromagnetischen Wechselwirkung, ist die QCD eine nicht-abelsche Eichfeldtheorie, das heißt, die Eichbosonen, die sogenannten Gluonen, tragen selbst eine Ladung. Daraus ergibt sich als Konsequenz das Phänomen der asymptotischen Freiheit: die effektive Kopplungskonstante nimmt mit kleiner werdendem räumlichen Abstand beziehungsweise mit größer werdendem Impulsübertrag ab. Bei hohen Energien ist es daher möglich, störungstheoretische Rechnungen durchzuführen und die Vorhersagen der QCD mit experimentellen Beobachtungen zu vergleichen. Die QCD hat bislang einer Vielzahl von Überprüfungen im Hochenergiebereich, zum Beispiel in der tiefinelastischen Lepton-Nukleon-Streuung, der Elektron-Positron-Vernichtung oder der Proton-Proton-Streuung, standgehalten.

Auf der anderen Seite nimmt jedoch die effektive Kopplungskonstante für große Abstände so stark zu, daß störungstheoretische Rechnungen auf der Skala eines typischen Hadronenradius von 1 fm nicht möglich sind. Die einzige derzeit verfügbare Methode, QCD-Rechnungen im nicht-perturbativen Bereich durchzuführen, liegt in der Gitter-QCD, in der die QCD-Gleichungen in diskretisierter Form numerisch gelöst werden. Diese Rechnungen sind allerdings mit einem sehr großen numerischen Aufwand verbunden. Überdies sind in der Gitter-QCD noch viele konzeptionelle Probleme ungelöst. So ist man heute noch weit davon entfernt, ein einziges Nukleon mit seinen angeregten Zuständen oder gar die Wechselwirkung zweier Nukleonen im Rahmen der QCD zu beschreiben.

Das sogenannte Confinement, also die Tatsache, daß in der Natur keine freien Quarks oder Gluonen, sondern nur farbneutrale Objekte beobachtbar sind, kann bisher aus der QCD noch nicht erklärt werden. Im Niederenergiebereich ist die QCD damit eine noch nicht überprüfte Theorie.

Eines der wichtigsten Probleme der heutigen Kernphysik besteht in der Bestimmung der Zustandsgleichung von Kernmaterie. Diese Fragestellung ist von fundamentalem Interesse bezüglich der frühen Hochdichtephase des Universums kurz nach dem Urknall. Auch in der Astrophysik spielt die Zustandsgleichung von Kernmaterie bei der Behandlung von Neutronensternen oder Supernovae-Explosionen eine wichtige Rolle. Derzeit

ist es durchaus fraglich, ob es jemals möglich sein wird, Gitter-QCD-Rechnungen mit einem endlichen baryochemischen Potential durchzuführen. Daher erfordert die Bestimmung der Zustandsgleichung phänomenologische Zugänge.

Seit Mitte der siebziger Jahre am BEVALAC in Berkeley und seit Anfang der achtziger Jahre am SIS an der GSI in Darmstadt wurden Experimente zu Schwerionenkollisionen bei Einschußenergien von einigen Hundert MeV bis zu etwa 2 GeV pro Nukleon durchgeführt. Hier werden Nukleonendichten vom etwa zwei- bis dreifachen der normalen Kerndichte und Temperaturen von ungefähr 100 MeV erreicht. In diesem Bereich des Phasendiagramms ist davon auszugehen, daß die relevanten Freiheitsgrade Hadronen sind. Aus dem Vergleich der theoretischen Rechnungen mit den experimentellen Daten war es jedoch nicht möglich, die Zustandsgleichung eindeutig festzulegen, da die theoretischen Unsicherheiten in der mikroskopischen Beschreibung dieser relativistischen Schwerionenstöße recht groß sind. In den vergangenen Jahren hat sich das Interesse zunehmend auf den Bereich der Teilchenproduktion und die Suche nach Mediummodifikationen verlagert.

Das Ziel ultrarelativistischer Schwerionenstöße, wie sie am SPS mit Einschußenergien bis zu 200 GeV pro Nukleon und in Zukunft am RHIC und am LHC durchgeführt werden, besteht in erster Linie in der Formation eines Quark-Gluon-Plasmas (QGP), also eines Materiezustandes, in dem Quarks und Gluonen und nicht Hadronen die relevanten Freiheitsgrade sind. Das Hauptproblem besteht hier in dem Nachweis des QGP, da aufgrund des Confinements die Endprodukte der Reaktion wieder farbneutrale Hadronen sind. Ein wichtiges mögliches Signal eines QGP sind elektromagnetische Sonden, wie Photonen oder Dileptonen, da sie nicht der starken Wechselwirkung unterliegen und damit Informationen über die frühe Hochdichtephase der Reaktion übermitteln können. Da diese Teilchen jedoch auch in der hadronischen Phase produziert werden, ist für die Interpretation der experimentellen Daten die Kenntnis der hadronischen Wechselwirkungen und insbesondere die der Kopplung von Photonen an Hadronen in Materie von entscheidender Bedeutung. Auch andere mögliche Signaturen des QGP, wie eine erhöhte Produktion von Strangeness oder kollektive Phänomene, werden durch die hadronische Phase modifiziert. Dies ist ein Grund, warum die Untersuchung von hadronischer Materie und die Suche nach Mediummodifikationen von Hadronen, wie sie bei kleineren Energien durchgeführt werden, von großer Bedeutung sind.

Mediummodifikationen von Hadronen ergeben sich zum einen aufgrund konventioneller Vielteilcheneffekte, die zunächst scheinbar völlig unabhängig von der partonischen Substruktur der Hadronen sind. In den vergangenen Jahren hat in dieser Hinsicht vor allem die Berechnung der Spektralfunktion des ρ-Mesons [2, 3, 4] großes Interesse gefunden. In den siebziger Jahren wurden bereits in großem Umfange im Rahmen des sogenannten Δ-hole-Modells Rechnungen zur Dynamik von Pionen und Δ-Resonanzen in Kernmaterie im Zusammenhang mit der Beschreibung von Pion-Kern-Reaktionen durchgeführt [5]. Zum anderen besteht aber auch die Erwartung, daß die Eigenschaften der Hadronen durch die chirale Symmetrie der QCD und ihre spontane Brechung kontrolliert werden [6, 7]. In [8] wurde im Rahmen von QCD-Summenregeln vorhergesagt, daß die Massen der Vektormesonen im nuklearen Medium aufgrund der partiellen Restauration der chiralen Symmetrie und der damit einhergehenden Absenkung des Erwartungswertes des chiralen Quarkkondensates $< \bar{q}q >$ deutlich reduziert werden. In eine ähnliche Richtung zielen die Spekulationen in [9], die ein allgemeines Skalenver-

halten der Hadronenmassen im Medium vermuten. Damit besteht ein Zusammenhang zwischen partonischen Freiheitsgraden und nicht-perturbativen Aspekten der QCD auf der einen und Eigenschaften von Hadronen in Materie auf der anderen Seite. Wie die oben angesprochenen konventionellen Vielteilcheneffekte mit der Restauration der chiralen Symmetrie zusammenhängen, ist eine derzeit noch vollkommen ungeklärte Frage [10]. Da die Wechselwirkung zwischen Hadronen letztlich doch durch ihre partonische Substruktur bestimmt wird – vergleichbar der elektromagnetischen Van-der-Waals-Wechselwirkung zwischen zwei elektrisch neutralen Molekülen –, ist es klar, daß diese Wechselwirkungen auch von der chiralen Symmetrie beeinflußt werden. Wir sollten hier noch erwähnen, daß der Effekt einer Absenkung des chiralen Kondensates auf die Massen von Hadronen derzeit noch umstritten ist [11]. Auch die Aussagekraft von QCD-Summenregeln wurde mittlerweile dahingehend relativiert, daß keine eindeutigen Aussagen über die Eigenschaften von Hadronen im Medium möglich sind [12]. Nichtsdestotrotz besteht über die Summenregeln ein Zusammenhang zwischen Quark- und hadronischen Freiheitsgraden, und sie liefern Einschränkungen für hadronische Szenarien.

Ein direkter experimenteller Hinweis auf eine deutliche Mediummodifikation des ρ-Mesons findet sich in den Dileptonenspektren in Schwerionenkollisionen [13, 14] bei SPS-Energien. Bislang konnten diese Spektren in transporttheoretischen Rechnungen nur unter Verwendung der in [8, 9] vorgeschlagenen Massenabsenkung des ρ-Mesons [15, 16] oder einer deutlichen Modifikation der ρ-Spektralfunktion aufgrund seiner Kopplung an die Baryonenresonanzen erklärt werden [17].

Eine weitere experimentell klar erkennbare Mediummodifikation findet sich im Photoabsorptionswirkungsquerschnitt an Kernen. Während man im Wirkungsquerschnitt am Proton und am Deuterium bei Photonenergien zwischen 600 und 800 MeV die Resonanzstruktur der $D_{13}(1520)$-Resonanz deutlich erkennt, so verschwindet diese in Kernen [18, 19]. Während dieses Phänomen zunächst durch eine sehr große Stoßverbreiterung der D_{13}-Resonanz erklärt wurde [20, 21], die allerdings sehr schwer mikroskopisch gerechtfertigt werden kann [22], so erscheint mittlerweile ein Zusammenhang zwischen einer Mediummodifikation der D_{13}-Resonanz und einer des ρ-Mesons aufgrund der großen Kopplung der D_{13}-Resonanz an den $N\rho$-Kanal als eher wahrscheinlich [22, 4, 3].

Für Photonenergien oberhalb von 1 GeV sieht man im totalen Photoabsorptionswirkungsquerschnitt in Kernen experimentell eine Reduktion der Absorptionsstärke, die als Shadowing-Effekt bezeichnet wird. Vektormeson-Dominanz (VMD) Modelle können diesen Effekt für Photonenergien größer als etwa 4 GeV quantitativ erklären. Für kleinere Energien wird er in den meisten Modellen unterschätzt [24]. In [25] wurde spekuliert, daß dies auf eine Massenabsenkung des ρ-Mesons in Kernmaterie zurückzuführen sei.

Neben diesen Hinweisen auf Mediummodifikationen des ρ-Mesons deuten die experimentellen Beobachtungen zur K^--Produktion in Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien auch auf eine Massenabsenkung des K^--Mesons im nuklearen Medium hin [26]. Diese Massenabsenkung hat wie die der Vektormesonen möglicherweise ihre Ursache in der partiellen Restauration der chiralen Symmetrie [27].

Ein Problem beim Nachweis von Mediummodifikationen in Schwerionenkollisionen besteht darin, daß die mikroskopischen Modelle zu ihrer Beschreibung mit recht großen theoretischen Unsicherheiten behaftet sind. Da eine vollständig quantenmechanische

Berechnung der Teilchenproduktion zum Beispiel in einer ^{208}Pb+^{208}Pb-Kollision bei relativistischen Energien derzeit und auch in absehbarer Zukunft ausgeschlossen ist, basieren alle verfügbaren Modelle auf einer semi-klassischen Näherung. In den vergangenen 15 Jahren haben sich auf der klassischen Boltzmann-Gleichung beruhende Transportmodelle zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen durchgesetzt [28]. Während diese Modelle zunächst nur zur Berechnung kollektiver Phänomene in niederenergetischen Kollisionen verwendet wurden, so dienen sie heute zum großen Teil der Berechnung von Teilchenproduktion bis zu ultrarelativistischen Energien. Die oftmals sehr erfolgreiche Beschreibung der experimentellen Daten im Rahmen solcher Modelle steht in einem gewissen Kontrast zu der eher dürftigen Rechtfertigung vieler in die Rechnungen eingehender Annahmen. Neben der klassischen Behandlung der Teilchenpropagation werden üblicherweise für die Teilchenproduktion Vakuumübergangsraten verwendet, und es werden nur Zweiteilchenstöße berücksichtigt. Außerdem gehen insbesondere in die Rechnungen zur Teilchenproduktion Übergangsraten in die Rechnungen ein, die der experimentellen Messung nicht zugänglich sind, zum Beispiel $\Delta\Delta \to N\Lambda K$, und für die bislang keine verläßlichen theoretischen Modelle existieren. Die erfolgreiche Anwendung vieler Transportmodelle ist sicherlich zum Teil auch auf die Freiheiten bei der Festlegung der Modellparameter zurückzuführen.

Auf der anderen Seite gibt es derzeit keine Alternative zur Verwendung semiklassischer Transportmodelle. Aufgrund der erwähnten Unsicherheiten ist es jedoch erforderlich, im Rahmen eines Modells gleichzeitig eine Vielzahl von experimentellen Observablen zu beschreiben. Die Vorläufer des in der vorliegenden Arbeit verwendeten Transportmodells wurden ursprünglich zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien entwickelt [29, 30]. Bereits in [31, 32, 33, 34] wurde die Anwendung auf pion- und photoninduzierte Reaktionen im Energiebereich der Δ-Resonanz ausgedehnt. In einer Schwerionenkollision hängt die Teilchenproduktion nicht nur von einer Vielzahl möglicher Reaktionskanäle, sondern auch von der globalen Raum-Zeit-Entwicklung des Systems ab. Demgegenüber erlauben Reaktionen mit elementaren Projektilen bestimmte Bestandteile des Modells festzulegen, da die Observablen zur Teilchenproduktion im allgemeinen nur von relativ wenigen Reaktionskanälen abhängen. Der direkte Vorgänger des hier verwendeten Modells wurde in [35, 36] entwickelt, um eine simultane Beschreibung von Teilchenproduktion und kollektiven Observablen [37, 38] in Schwerionenkollisionen bis zu Einschußenergien von 2 GeV pro Nukleon zu erhalten. Ein in weiten Teilen der Teilchenproduktion identisches Modell wurde in [22, 39, 40] zur Berechnung von photonuklearen Reaktionen bis zu Photonenergien von 1 GeV verwendet.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war die Weiterentwicklung des Modells aus [36, 40] zu höheren Energien und die Implementierung von Strangeness- und Dileptonenproduktion. Dies erlaubt eine vollständige und konsistente Beschreibung von inklusiver Teilchenproduktion in Schwerionenkollisionen von 200 AMeV bis zu 200 AGeV sowie in photon- und pioninduzierten Reaktionen. Der Schwerpunkt liegt in der vorliegenden Arbeit auf der Berechnung photonuklearer Reaktionen.

Aus mehreren Gründen sind photonukleare Reaktionen von besonderem Interesse. Oben hatten wir bereits angesprochen, daß sowohl das Verschwinden der $D_{13}(1520)$-Resonanz im Photoabsorptionswirkungsquerschnitt als auch das frühere Einsetzen des Shadowing-Effektes Hinweise auf eine Mediummodifikation des ρ-Mesons sind. Überdies sind photoninduzierte Reaktionen für den Nachweis von Mediummodifikationen

sehr gut geeignet, da sie verglichen mit Schwerionenkollisionen eine relativ „saubere“ Umgebung bereitstellen. Alle theoretischen Vorhersagen über Mediummodifikationen beruhen auf der Annahme, daß sich die hadronische Materie im Gleichgewicht befindet. Ultrarelativistische Schwerionenstöße, zum Beispiel bei SPS-Energien, finden jedoch, zumindest in ihrer Anfangsphase, weit vom Gleichgewicht entfernt statt. In einer photonuklearen Reaktion hingegen verbleibt der Kern auf der für Teilchenproduktion relevanten Zeitskala im wesentlichen im Grundzustand bei normaler Kerndichte und verschwindender Temperatur. Die vorhergesagten Mediumeffekte, insbesondere für die Vektormesonen, sind so groß, daß sie bereits bei normaler Kerndichte observable Konsequenzen haben sollten. Hierbei sollte man auch bedenken, daß in Schwerionenkollisionen viele Signale der frühen Hochdichtephase durch Prozesse bei niedrigeren Dichten überlagert werden. Außerdem ergibt sich in Schwerionenkollisionen der observable Effekt einer Mediummodifikation durch eine Mittelung der Modifikationen bei verschiedenen Dichten und Temperaturen, so daß verschiedene Szenarien zu gleichen Ergebnissen führen können.

Photonukleare Reaktionen liefern darüberhinaus zum Teil komplementäre Informationen über In-Medium-Selbstenergien verglichen mit Schwerionenkollisionen, da die produzierten Teilchen im allgemeinen größere Impulse relativ zum nuklearen Medium haben.

Beim Übergang zu höheren Energien gewinnen in Photon-Kern-Reaktionen die partonischen Freiheitsgrade zunehmend an Bedeutung. Wie diese jedoch dynamisch zu behandeln sind, ist derzeit eine noch vollkommen offene Frage. Hier spielen Aspekte des Confinement eine zentrale Rolle, die auch für die dynamische Beschreibung der Bildung eines Quark-Gluon-Plasmas in Schwerionenstößen und dessen Hadronisierung von großer Bedeutung sind. In diesem Zusammenhang ist es auch wichtig, daß – wie bereits oben angesprochen – elektromagnetische Signale zu den vielversprechendsten Signaturen eines Quark-Gluon-Plasmas gehören und daher ein detailliertes Verständnis der Wechselwirkung von Photonen mit Hadronen im nuklearen Medium unerläßlich ist.

Da Photon-Kern-Reaktionen deutlich weniger komplex als Schwerionenkollisionen sind, ist die Berücksichtigung quantenmechanischer Korrekturen in Rechnungen zu inklusiver Teilchenproduktion erheblich einfacher. Für die Zukunft besteht daher die Hoffnung, daß hier – unter Umständen mit Hilfe vereinfachter „Toy“-Modelle – die Verläßlichkeit semi-klassischer Transporttheorien überprüft werden kann und Impulse zur Verbesserung der transporttheoretischen Rechnungen gesetzt werden.

Auf der experimentellen Seite finden gegenwärtig vielfältige Aktivitäten auf dem Gebiet der Photonuklearphysik statt. Nach der Messung der totalen Photoabsorptionswirkungsquerschnitte in Kernen Anfang der neunziger Jahre in Mainz [19] und Frascati [18] hat sich das Augenmerk in den vergangenen Jahren vermehrt auf die Photoproduktion von Mesonen in Kernen gerichtet. Am Beschleuniger MAMI in Mainz wurde zunächst die inklusive Photoproduktion von η-Mesonen [41] und später die von π^0-Mesonen [42] bis zu Photonenergien von 800 MeV von der TAPS-Kollaboration gemessen. Für die Zukunft ist ein Ausbau von MAMI bis zu Energien von 1.5 GeV geplant. In Bonn sind am ELSA bereits heute Photonenergien von 3 GeV verfügbar; bislang wurden hier allerdings noch keine Experimente zur Photoproduktion von Mesonen in Kernen durchgeführt. An der Thomas Jefferson National Accelerator Facility (TJNAF) in Virginia sind zur Zeit Photonenergien bis zu 7 GeV möglich. In der näher-

en Zukunft ist hier die Messung inklusiver e^+e^--Produktion in Kernen geplant, um Mediummodifikationen der Vektormesonen zu untersuchen [43].

Unser Modell ist derzeit das einzige verfügbare Modell, das die Beschreibung photonuklearer Reaktionen in einem transporttheoretischen Rahmen erlaubt. Verglichen mit semi-klassischen Modellen, die lediglich eine Beschreibung photon- oder pioninduzierter Reaktionen ermöglichen, wie zum Beispiel [44, 45, 46], ist der numerische Aufwand deutlich höher. Auf der anderen Seite ist es gerade der große Vorteil des hier präsentierten Modells, daß es die simultane Beschreibung einer Vielzahl von Reaktionen ermöglicht.

In der vorliegenden Arbeit soll eine möglichst vollständige Darstellung des verwendeten Transportmodells gegeben werden. Dabei ist der Versuch gemacht worden, physikalische und numerische Aspekte so weit wie möglich zu trennen. In Kapitel 2 stellen wir den physikalischen Inhalt unseres Modells vor. Da es sich um ein Transportmodell handelt, in dem die elementaren Freiheitsgrade Hadronen sind und viele hadronische Wechselwirkungen – auch im Vakuum – noch weitgehend unverstanden sind, sind zu der Beschreibung dieser Wechselwirkungen recht viele Parametrisierungen und „Rezepte“ notwendig. Um die Lesbarkeit der Arbeit zu erhöhen, wurde die Beschreibung einiger Modellinhalte, insbesondere jener, die sich in der Literatur oder in den unmittelbaren Vorarbeiten [36, 40] finden, in den Anhang A verlegt. Die numerische Realisierung des Modells wird in Kapitel 3 behandelt.

In Kapitel 4 diskutieren wir die π-Δ-Dynamik. Das Pion als leichtestes Meson und die $\Delta(1232)$-Resonanz als erster angeregter Zustand des Nukleons spielen für die Teilchenproduktion in nuklearen Reaktionen eine sehr bedeutende Rolle. Die korrekte Beschreibung ihrer Dynamik ist eine unerläßliche Vorbedingung für alle weiteren Untersuchungen. Ausgehend von einem Vergleich unserer Rechnungen mit neuen experimentellen Daten der TAPS-Kollaboration zur π^0-Produktion in Photon-Kern-Reaktionen modifizieren wir hier die Behandlung der Δ-Resonanz im nuklearen Medium gegenüber der normalerweise in Transportmodellen verwendeten, wobei wir auf Ergebnisse aus Δ-hole-Rechnungen zurückgreifen. Wir untersuchen auch den Einfluß dieser verbesserten Beschreibung auf Pion-Kern-Reaktionen und Schwerionenkollisionen.

Mediummodifikationen der $D_{13}(1520)$-Resonanz werden in Kapitel 5 behandelt. Wir präsentieren verschiedene Szenarien, die ihr Verschwinden im Photoabsorptionswirkungsquerschnitt erklären und untersuchen deren Einfluß auf Observablen zur Einpionen-, Zweipionen-, und Dileptonenproduktion in Photon-Kern-Reaktionen.

In Kapitel 6 diskutieren wir Effekte auf die e^+e^--Produktion in photon- und pioninduzierten Reaktionen, die sich aufgrund von Mediummodifikationen der Vektormesonen ρ und ω ergeben. Wir geben Vorhersagen für Experimente, die am TJNAF [43] und an der GSI in Darmstadt [47] stattfinden werden. Außerdem besprechen wir hier im Detail die observablen Konsequenzen der Stoßverbreiterung der Vektormesonen.

Die Ergebnisse zur Photoproduktion von Pionen, Etas, Kaonen und Antikaonen in Kernen im Energiebereich von 1 bis 7 GeV werden in Kapitel 7 vorgestellt. Auch hier sind derzeit noch keine experimentellen Daten verfügbar. Unsere Untersuchungen konzentrieren sich auf die Effekte des Shadowings und der Wechselwirkungen der primär produzierten Teilchen mit den Nukleonen des Kernes.

In Kapitel 8 wenden wir das für die Behandlung der Stoßverbreiterung der Vektormesonen entwickelte Verfahren auf Nukleonen an und diskutieren die Auswirkungen

auf die Beschreibung von Schwerionenkollisionen, die sich bei der Berücksichtigung von Off-Shell-Nukleonen ergeben.

In Kapitel 9 befassen wir uns schließlich mit Mediummodifikationen des K^--Mesons und besprechen die Produktion dieses Mesons in Schwerionenstößen bei SIS-Energien.

Die Arbeit wird in Kapitel 10 mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick beendet.

Kapitel 2

Das BUU-Modell

In der vorliegenden Arbeit werden nukleare Reaktionen im Rahmen einer semi-klassischen Transporttheorie untersucht. Hierzu wird ein System gekoppelter Transportgleichungen, die auf der sogenannten BUU[1]-Gleichung basieren, gelöst. Abgesehen von Pauli-Faktoren, die 1928 von Nordheim [48] und später von Uehling und Uhlenbeck [49] zur Beschreibung fermionischer Systeme eingeführt wurden, handelt es sich bei der BUU-Gleichung um die klassische Boltzmann-Gleichung. Diese Gleichung beschreibt die zeitliche Entwicklung eines Vielteilchensystems unter dem Einfluß eines Potentials und eines Kollisionsterms.

Seit 1984 haben sich Transportmodelle, die auf die BUU-Gleichung oder ähnliche Gleichungen zurückgehen, zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen durchgesetzt [50, 51, 52]. In den letzten Jahren hat sich, auch im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit, gezeigt, daß sich Transportmodelle auch hervorragend dazu eignen, inklusive Teilchenproduktion in Pion-Kern- und Photon-Kern-Reaktionen zu berechnen.

2.1 Grundlagen

Zunächst sollen die Grundlagen der verwendeten Transporttheorie erläutert werden, um die genaue Bedeutung der Begriffe, die in den späteren Kapiteln eine Rolle spielen, zu definieren.

2.1.1 Die verallgemeinerte BUU-Gleichung

Wir beginnen mit der Diskussion einer verallgemeinerten BUU-Gleichung, die noch keine On-Shell-Näherung enthält, um später im Rahmen der Diskussion eines Transportmodells für Off-Shell-Teilchen hierauf zurückgreifen zu können. Aus Platzgründen wird auf die Darstellung einer Herleitung dieser Gleichung, die sich zum Beispiel in [53, 54, 55] findet, verzichtet. Im folgenden sollen lediglich die wesentlichen Annahmen und die Struktur der Gleichung erläutert werden. Aus Gründen der Einfachheit beschränken wir uns zunächst auf den nicht-relativistischen Fall und übernehmen die Notation aus [53].

[1] Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck

Die verallgemeinerte BUU-Gleichung beschreibt die zeitliche Entwicklung der Wigner-Transformierten $g^<(x,p)$ der Realzeit-Einteilchen-Greensfunktion $g^<(x_1,x_1')$:

$$g^<(x,p) = \pm i \int d^4y\, e^{ipy} g^<(x+\frac{y}{2}, x-\frac{y}{2}), \tag{2.1}$$

wobei das obere Vorzeichen für Bosonen und das untere für Fermionen gilt. Die Wigner-Transformierte $g^<(x,p)$ kann als verallgemeinerte Phasenraumdichte interpretiert werden, das heißt als Teilchendichte am Raumzeitpunkt x mit Viererimpuls p. Die Herleitung der von uns verwendeten Transportgleichung für $g^<(x,p)$ erfordert im wesentlichen zwei Annahmen:

- Dynamische Teilchenkorrelationen in einem Vielteilchensystem, die über einen Kollisionsterm hinausgehen, werden vernachlässigt. Die Zweiteilchen-Greensfunktion wird daher angesetzt als (anti-)symmetrisiertes Produkt von Einteilchen-Greensfunktionen plus einem Kollisionsterm, der neben der Wechselwirkung nur Einteilchen-Greensfunktionen enthält. Ohne Kollisionsterm entspricht dies gerade der Hartree-Fock-Näherung. Die resultierenden Gleichungen für die Einteilchen-Greensfunktionen werden als Kadanoff-Baym-Gleichungen bezeichnet [53].

- Die verallgemeinerte BUU-Gleichung erhält man nun, indem man die Wigner-Transformierten der Greensfunktionen einführt und eine Gradientenentwicklung bis zur ersten Ordnung durchführt. Die Vernachlässigung Gradienten höherer Ordnung setzt voraus, daß alle auftretenden Gradienten klein sind.

Die Transportgleichung ist dann gegeben als:

$$[p_0 - H_{mf}, g^<] + [\mathrm{Re}g, \Sigma^<] = -\Sigma^> g^< + \Sigma^< g^>, \tag{2.2}$$

wobei die Poisson-Klammer folgendermaßen definiert ist:

$$[X,Y] = \frac{\partial X}{\partial p_\mu}\frac{\partial Y}{\partial x^\mu} - \frac{\partial X}{\partial x_\mu}\frac{\partial Y}{\partial p^\mu}. \tag{2.3}$$

Die Einteilchen-Hamiltonfunktion ist im nicht-relativistischen Fall:

$$H_{mf} = \frac{\vec{p}^2}{2M_0} + \mathrm{Re}\Sigma, \tag{2.4}$$

wobei M_0 die Masse des Teilchens und $\Sigma(x,p)$ seine retardierte Selbstenergie bezeichnen. $\Sigma(x,p)$ steht mit den Selbstenergien $\Sigma^>$ and $\Sigma^<$, die auf der rechten Seite der Transportgleichung im Kollisionsterm auftauchen, in Verbindung über:

$$2\,\mathrm{Im}\Sigma = \Sigma^> \mp \Sigma^< \equiv \Gamma, \tag{2.5}$$

wobei wir im zweiten Schritt die Breite Γ definiert haben.

Die Wigner-Transformierte $g^>$, die als Dichte von Zuständen, die einem am Raumzeitpunkt x mit Viererimpuls p hinzugefügten Teilchen offen stehen, interpretiert werden kann, genügt der folgenden Transportgleichung:

$$\pm\,[p_0 - H_{mf}, g^>] \pm [\mathrm{Re}g, \Sigma^>] = -\Sigma^> g^< + \Sigma^< g^>. \tag{2.6}$$

Der Imaginärteil der Wigner-Transformierten $g(x,p)$ der retardierten Greensfunktion ist gegeben über:

$$\mathrm{Im}g = \frac{1}{2}\left(g^{>} \mp g^{<}\right) \equiv \frac{1}{2}a, \tag{2.7}$$

wobei wir im zweiten Schritt die Spektralfunktion $a(x,p)$ definiert haben. Der Realteil von g folgt aus Analytizität:

$$\mathrm{Re}g(x,p) = \int \frac{dp_0'}{2\pi}\mathcal{P}\frac{\mathrm{Im}g(x,p_0',\vec{p})}{p_0 - p_0'}. \tag{2.8}$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (2.2), (2.6) erhält man eine Gleichung für g:

$$[p_0 - H_{mf}, a] + [\mathrm{Re}g, \Gamma] = 0, \tag{2.9}$$

die sich algebraisch lösen läßt:

$$g = \frac{1}{p_0 - \frac{\vec{p}^2}{2M_0} - \Sigma}. \tag{2.10}$$

Die Spektralfunktion a ist somit:

$$a = \frac{\Gamma}{(p_0 - \frac{\vec{p}^2}{2M_0} - \mathrm{Re}\Sigma)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}. \tag{2.11}$$

Es läßt sich zeigen, daß aufgrund der Analytizität der Selbstenergie Σ die Spektralfunktion a die folgende Summenregel erfüllt [53]:

$$\int \frac{dp_0}{2\pi}a(p_0,\vec{p}) = 1. \tag{2.12}$$

Wir definieren eine verallgemeinerte Phasenraumverteilungsfunktion $f(x,p)$ über die folgende Relation:

$$g^{<} = af. \tag{2.13}$$

Mit Gleichung (2.7) gilt dann auch:

$$g^{>} = a(1 \pm f). \tag{2.14}$$

Der Kollisionsterm ist nun gegeben als:

$$\begin{aligned}\Sigma^{<}g^{>} - \Sigma^{>}g^{<} = \int \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4}\,\frac{d^4p_3}{(2\pi)^4}\,\frac{d^4p_4}{(2\pi)^4}\,(2\pi)^4\delta^{(4)}(p + p_2 - p_3 - p_4)\times \\ \times\frac{1}{2}\left[v(\vec{p}-\vec{p}_3) \pm v(\vec{p}-\vec{p}_4)\right]^2\left\{g_3^{<}g_4^{<}(1\pm f_2)a_2(1\pm f)a - \right. \\ \left. - g^{<}g_2^{<}(1\pm f_3)a_3(1\pm f_4)a_4\right\},\end{aligned} \tag{2.15}$$

wobei $g_i^{<} \equiv g^{<}(x,p_i)$ und f_i, a_i entsprechende Abkürzungen sind. Das Potential v in Gleichung (2.15) bezeichnet das der Wechselwirkung zugrundeliegende Zweiteilchen-Potential. Der erste Term in der geschweiften Klammer stellt einen Gewinn- und der zweite einen Verlustterm dar. Man sieht leicht, daß die entsprechenden Raten gerade der ersten Bornschen Näherung entsprechen.

2.1.2 Die BUU-Gleichung

Aus Gleichung (2.2) ergibt sich die BUU-Gleichung unter der Voraussetzung kleiner Breiten Γ. Die Spektralfunktion a ist dann:

$$a = 2\pi\delta(p_0 - \frac{\vec{p}^2}{2M_0} - \mathrm{Re}\Sigma). \tag{2.16}$$

Dieser Fall wird als Quasiteilchen-Limes bezeichnet. Die linke Seite der Transportgleichung (2.2) ergibt sich damit zu:

$$a\left[p_0 - H_{mf}, f\right] + \left[\mathrm{Re}g, \Sigma^<\right].$$

Nach Integration über p_0 verschwindet der zweite Term im Grenzfall kleiner Breiten, und wir erhalten:

$$(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial H_{mf}}{\partial \vec{p}}\frac{\partial}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial H_{mf}}{\partial \vec{r}}\frac{\partial}{\partial \vec{p}})f(\vec{r}, t, \vec{p}) = \Sigma^<(1 \pm f) - \Sigma^> f, \tag{2.17}$$

wobei

$$f(\vec{r}, t, \vec{p}) \equiv f(x, p_0 = \frac{\vec{p}^2}{2M_0} + \mathrm{Re}\Sigma, \vec{p}).$$

$\Sigma^<$ und $\Sigma^>$ sind gegeben wie in Gleichung (2.15), wobei nun die p_0-Integrationen unter Ausnutzung von Gleichung (2.16) sofort ausgeführt werden können.

Gleichung (2.17) ist bereits die BUU-Gleichung. Im Falle eines verschwindenden Kollisionsterms handelt es sich um die sogenannte Vlasov-Gleichung. In der klassischen Mechanik ergibt sich die Vlasov-Gleichung für ein N-Teilchensystem aus dem Liouvilleschen Theorem unter der Annahme, daß die N-Teilchen-Phasenraumdichte $f_N(\vec{r_1}, \ldots, \vec{r_N}, \vec{p_1}, \ldots, \vec{p_N}, t)$ als Produkt von Einteilchen-Phasenraumdichten gegeben ist:

$$f_N(\vec{r_1}, \vec{r_2}, \ldots, \vec{r_N}, \vec{p_1}, \vec{p_2}, \ldots, \vec{p_N}, t) = \prod_{i=1}^{N} f_1(\vec{r_i}, \vec{p_i}, t). \tag{2.18}$$

Diese Annahme impliziert die Vernachlässigung aller dynamischen Teilchenkorrelationen und ist vergleichbar dem oben erläuterten Ansatz für die Zweiteilchen-Greensfunktion. Die Anwendbarkeit der Vlasov-Gleichung auf ein System stark miteinander wechselwirkender Nukleonen ist daher – auch im klassischen Grenzfall – nicht von vornherein gegeben. Allerdings können Korrelationen, die sich in fermionischen Systemen durch das Pauli-Prinzip ergeben, in der Initialisierung berücksichtigt werden und bleiben dann in der dynamischen Entwicklung aufgrund des Liouvilleschen Theorems erhalten.

2.1.3 Relativistische Verallgemeinerung der BUU-Gleichung

Eine relativistische Verallgemeinerung der BUU-Gleichung (2.17) erhält man, indem man zum einen eine relativistische Hamiltonfunktion verwendet:

$$H_{mf} = \sqrt{(M_0 + U_S)^2 + \vec{\Pi}^2} + U_V^0, \tag{2.19}$$

wobei U_S ein skalares Potential und U_V ein Vektorpotential bezeichnen. Der kinetische Impuls Π hängt mit dem generalisierten Impuls p zusammen über:

$$\Pi = p - U_V. \tag{2.20}$$

Zum anderen muß auch der Kollisionsterm relativistisch berechnet werden:

$$\Sigma^<(1 \pm f) - \Sigma^> f = \frac{1}{2\Pi_0} \int \frac{d^3\Pi_2}{(2\pi)^3 2\Pi_2^0} \frac{d^3\Pi_3}{(2\pi)^3 2\Pi_3^0} \frac{d^3\Pi_4}{(2\pi)^3 2\Pi_4^0} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + p_2 - p_3 - p_4) \times \\ \times \frac{1}{2} |\mathcal{M}|^2 \left\{ f_3 f_4 (1 \pm f_2)(1 \pm f) - f f_2 (1 \pm f_3)(1 \pm f_4) \right\}, \tag{2.21}$$

wobei hier $\mathcal{M}$ das invariante Matrixelement bezeichnet[2]. Die resultierende Transportgleichung ist äquivalent zu der kovariant formulierten sogenannten RBUU-Gleichung [29]:

$$\left\{ \left(\Pi_\mu - \Pi_\nu \left(\partial_\mu^p U_V^\nu \right) - m^* \left(\partial_\mu^p U_S \right) \right) \partial_x^\mu + \left(\Pi_\nu \left(\partial_\mu^x U_V^\nu \right) + m^* \left(\partial_\mu^x U_S \right) \right) \partial_p^\mu \right\} f(x,p) = \\ = \Sigma^<(1 \pm f) - \Sigma^> f, \tag{2.22}$$

mit der effektiven Masse m^*:

$$m^* = M_0 + U_S. \tag{2.23}$$

2.1.4 Anwendung auf gekoppelte Kanäle

Da in der vorliegenden Arbeit Teilchenproduktion in nuklearen Reaktionen bis zu ultrarelativistischen Energien berechnet werden soll, muß neben dem Nukleon eine Vielzahl weiterer Teilchenspezies in der Transportgleichung berücksichtigt werden. Eine Erweiterung der Transportgleichung (2.17) auf ein System mit verschiedenen Teilchensorten ist einfach: Man erhält eine Transportgleichung für jede Teilchenspezies, die mit allen anderen über die Einteilchen-Hamiltonfunktion und den Kollisionsterm gekoppelt ist. Formal läßt sich das gekoppelte Gleichungssystem für N Teilchensorten schreiben als:

$$D_i f_i = I_i[f_1, \ldots, f_N] \quad (i = 1, \ldots, N), \tag{2.24}$$

wobei hier D_i den Vlasov-Operator auf der linken Seite der BUU-Gleichung (2.17) bezeichnet und I_i den Kollisionsterm darstellt, dessen spezifische Struktur von den berücksichtigten Prozessen abhängt. Der Differentialoperator D_i beinhaltet die jeweilige Einteilchen-Hamiltonfunktion (2.19), in der die auftretenden Potentiale Funktionale aller anderen Phasenraumverteilungsfunktionen sein können.

2.2 Das Mittlere Feld

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen wenden wir uns nun einem System von Nukleonen zu und diskutieren zunächst unsere Behandlung des Mittleren Feldes. Hierbei

[2]Bei der Berechnung des invarianten Matrixelementes $\mathcal{M}$ werden die Zustände der ein- und auslaufenden Teilchen auf jeweils $2\Pi_0$ normiert.

beschränken wir uns auf die Punkte, die für die späteren Kapitel von Bedeutung sind; eine ausführliche Diskussion des Themenkomplexes findet sich in [36].

Im folgenden vernachlässigen wir den Zusammenhang zwischen den Selbstenergien, die im Kollisionsterm auftauchen ($\Sigma^>$, $\Sigma^<$), mit der Selbstenergie ReΣ im Vlasov-Teil der Transportgleichung, der sich aus der Forderung nach Analytizität von Σ und Gleichung (2.5) ergibt.

Aus Gründen der numerischen Einfachheit vernachlässigen wir das Vektorpotential U_V in Gleichung (2.19). Damit ist insbesondere der kinetische Impuls Π immer gleich dem generalisierten Impuls p. Das verbleibende effektive skalare Potential U_S erhalten wir im lokalen Ruhesystem der Kernmaterie aus einer dichte- und impulsabhängigen Parametrisierung eines nicht-relativistischen Mittleren Feldes. Das lokale Ruhesystem ist das Bezugssystem, in dem die räumlichen Komponenten des Viererstroms j^μ der Kernmaterie verschwinden. Der Viererstrom j^μ ergibt sich aus der Phasenraumverteilungsfunktion durch Integration über den Impuls:

$$j^\mu = g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{p^\mu}{p^0} f(\vec{r}, \vec{p}, t), \tag{2.25}$$

wobei g den Entartungsgrad der Einteilchen-Impulszustände bei Existenz innerer Freiheitsgrade angibt. Für Nukleonen ist wegen Spin und Isospin $g = 4$. Die Teilchendichte ρ_{lrf} im lokalen Ruhesystem ist:

$$\rho_{lrf} = \rho(\vec{r}) = \sqrt{j^\mu j_\mu}. \tag{2.26}$$

Das Mittlere Feld im lokalen Ruhesystem $U(\vec{r}, \vec{p})$ wird einem Vorschlag von Welke et al. [56] folgend parametrisiert als:

$$U(\vec{r}, \vec{p}) = A\frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0} + B\left(\frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0}\right)^\tau + \frac{2C}{\rho_0} g \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \frac{f(\vec{r}, \vec{p}')}{1 + \left(\frac{\vec{p}-\vec{p}'}{\Lambda}\right)^2}. \tag{2.27}$$

Die wesentliche Annahme, die diesem Ansatz zugrunde liegt, besteht darin, daß das Mittlere Feld rein lokal ist, da es nur von der Phasenraumverteilungsfunktion am gleichen Ort abhängt. Die numerische Behandlung eines nicht-lokalen Potentials ist weitaus aufwendiger, da in einer kovarianten Rechnung Retardierungseffekte berücksichtigt werden müssen. In Kapitel 3.2.1 werden wir auf die Implikationen dieser lokalen Näherung zurückkommen und für Reaktionen, bei denen der Kern im wesentlichen im Grundzustand bleibt, wie Pion-Kern oder Photon-Kern, Rechnungen mit einem nicht-lokalen Potential präsentieren.

Da das in Gleichung (2.27) auftretende Impuls-Integral in der dynamischen Berechnung einer Schwerionenkollision numerisch sehr zeitaufwendig ist, wird die Phasenraumverteilungsfunktion f im Integranden durch die Verteilungsfunktion bei Temperatur $T = 0$ approximiert:

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \Theta(p_F(\vec{r}) - |\vec{p}|), \tag{2.28}$$

wobei der lokale Fermi-Impuls p_F gegeben ist als:

$$p_F(\vec{r}) = \left(\frac{6}{g}\pi^2 \rho(\vec{r})\right)^{1/3}. \tag{2.29}$$

Damit ergibt sich für den impulsabhängigen Teil des Potentials [56]:

$$g\frac{C}{\rho_0}\int\frac{d^3p'}{(2\pi)^3}\frac{\Theta(p_f(\vec{r})-p')}{1+\left(\frac{\vec{p}-\vec{p}'}{\Lambda}\right)^2}=\frac{g}{(2\pi)^3}\frac{C}{\rho_0}\pi\Lambda^3\left[\frac{p_F^2(\vec{r})+\Lambda^2-p^2}{2p\Lambda}\ln\frac{(p+p_F(\vec{r}))^2+\Lambda^2}{(p-p_F(\vec{r}))^2+\Lambda^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{2p_F(\vec{r})}{\Lambda}-2\left(\arctan\frac{p+p_F(\vec{r})}{\Lambda}-\arctan\frac{p-p_F(\vec{r})}{\Lambda}\right)\right]. \quad (2.30)$$

Das Potential $U(\vec{r},\vec{p})$ ist somit nur noch eine Funktion vom Betrag des Impulses $|\vec{p}_{lrf}|$ im lokalen Ruhesystem und von der Dichte ρ_{lrf}:

$$U(\vec{r},\vec{p})=U(\rho_{lrf}(\vec{r}),|\vec{p}_{lrf}|). \quad (2.31)$$

Dieses nicht-relativistische Potential U wird im lokalen Ruhesystem als nullte Komponente eines relativistischen Vektorpotentials aufgefaßt, so daß die Einteilchen-Hamiltonfunktion H_{mf}^{lrf} im lokalen Ruhesystem gegeben ist als:

$$H_{mf}^{lrf}=\sqrt{M_0^2+\vec{p}_{lrf}^{\,2}}+U(\rho_{lrf},p_{lrf}). \quad (2.32)$$

Das effektive skalare Potential U_S wird nun so definiert, daß sich gerade diese Hamiltonfunktion ergibt:

$$U_S\equiv\sqrt{\left(\sqrt{M_0^2+\vec{p}_{lrf}^{\,2}}+U(\rho_{lrf},p_{lrf})\right)^2-\vec{p}_{lrf}^{\,2}}-M_0. \quad (2.33)$$

An dieser Stelle soll betont werden, daß die Vernachlässigung des Vektorpotentials keine Approximation darstellt. Im lokalen Ruhesystem verschwinden in spinsymmetrischen Systemen zum einen die räumlichen Komponenten des Vektorpotentials immer ($\vec{U}_V=0$). Zum anderen reicht es aus, die Einteilchen-Hamiltonfunktion im lokalen Ruhesystem vorzugeben, um die Zeitentwicklung des Systems (ohne Stöße) eindeutig festzulegen, das heißt, es spielt keine Rolle, wie das Potential in skalaren und vektoriellen Anteil aufgeteilt wird, solange die Einteilchen-Hamiltonfunktion gleich ist. Wir machen hier lediglich die Annahme, daß das effektive skalare Potential U_S nur von der Vektordichte, nicht aber von der skalaren Dichte abhängt. Die skalare Dichte ist gegeben als:

$$\rho_S=g\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{m^*}{p^0}f(\vec{r},\vec{p},t). \quad (2.34)$$

Im Vergleich zu Gleichung (2.25) sieht man, daß die skalare Dichte eine andere Abhängigkeit von der Impulsverteilung als die nullte Komponente der Vektordichte hat. Deshalb können sich dynamische Effekte ergeben, wenn man, wie zum Beispiel im Walecka-Modell, davon ausgeht, daß das attraktive skalare Potential proportional zur skalaren Dichte und das repulsive Vektorpotential proportional zur Vektordichte ist.

2.2.1 Bestimmung der Parameter

Die in dem Mittleren Feld aus Gleichung (2.27) auftretenden Parameter sind zum einen an die Saturationseigenschaften von Kermaterie und zum anderen an die aus der Proton-Kern-Streuung bekannte Impulsabhängigkeit des Potentials angepaßt.

EOS	K [MeV]	A [MeV]	B [MeV]	C (MeV)	τ	$\Lambda[1/fm]$
S	215	-287.0	233.7	0	1.23	-
H	380	-124.3	71.0	0	2.00	-
SM	215	-108.6	136.8	-63.6	1.26	2.13
MM	290	-29.3	57.2	-63.5	1.76	2.13
HM	380	-10.0	38.0	-63.6	2.40	2.13

Tabelle 2.1: Verwendete Parametersätze und zugehörige Kompressibilitäten für das Einteilchen-Potential aus Gleichung (2.27).

Die Energiedichte ϵ im lokalen Ruhesystem ist gegeben als:

$$\epsilon = g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \sqrt{M_0^2 + \vec{p}^2} f(\vec{r}, \vec{p}) + v, \tag{2.35}$$

wobei sich die potentielle Energiedichte im lokalen Ruhesystem aus dem Einteilchen-Potential aus Gleichung (2.27) ergibt zu:

$$v = \frac{A}{2}\frac{\rho^2}{\rho_0} + \frac{B}{\tau+1}\frac{\rho^{\tau+1}}{\rho_0^\tau} + \frac{C}{\rho_0} g^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{d^3p'}{(2\pi)^3}\frac{f(\vec{r},\vec{p})\, f(\vec{r},\vec{p}')}{1 + \left(\frac{\vec{p}-\vec{p}'}{\Lambda}\right)^2}. \tag{2.36}$$

Hierbei haben wir verwendet, daß

$$U(\vec{p}, f) = \frac{(2\pi)^3}{g}\frac{\delta v[f]}{\delta f(\vec{p})}. \tag{2.37}$$

Für Kernmaterie im Grundzustand (Temperatur $T = 0$) nimmt die Phasenraumverteilungsfunktion die Form aus Gleichung (2.28) mit dem in Gleichung (2.29) gegebenen Fermi-Impuls an. Die Bindungsenergie pro Nukleon erhält man unmittelbar aus der Energiedichte ϵ:

$$\frac{E_b}{A} = \frac{\epsilon}{\rho} - M_0. \tag{2.38}$$

Die Parameter A, B, τ, C und Λ wurden nun an die folgenden Bedingungen angepaßt [36]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{E_b}{A}\right)_{\rho=\rho_0} &= 0 \quad \text{mit} \quad \rho_0 = 0.168/\text{fm}^3 \\
\frac{E_b}{A}(\rho = \rho_0) &= -16\,\text{MeV} \\
U(\rho_0, p = 0) &= -75\,\text{MeV} \\
U(\rho_0, p = 800\,\text{MeV}) &= 0 \\
U(\rho_0, p = \infty) &= 30.5\,\text{MeV},
\end{aligned} \tag{2.39}$$

wobei zusätzlich noch die Kompressibilität K vorgegeben wurde, die definiert ist als:

$$K \equiv 9\rho^2 \frac{\partial^2}{\partial\rho^2}\left(\frac{E_b}{A}\right)_{\rho=\rho_0}. \tag{2.40}$$

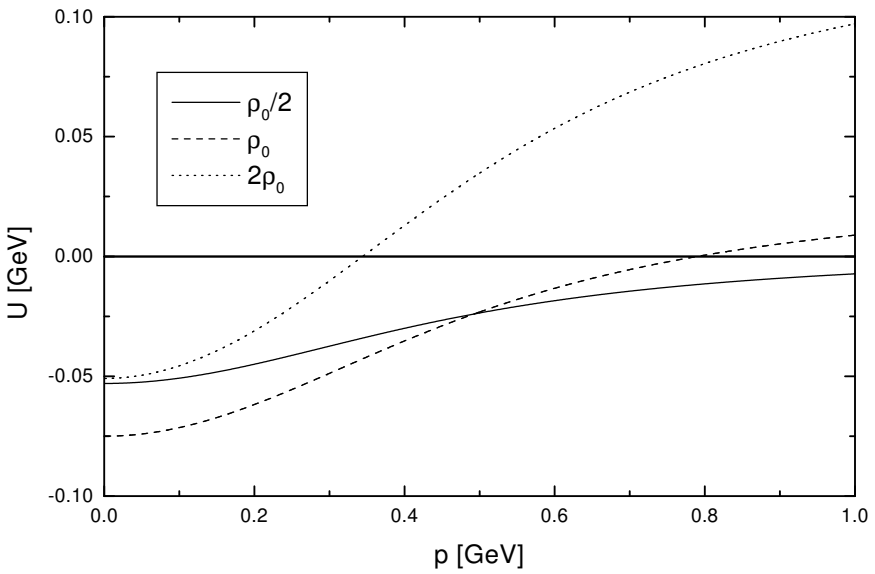

Abbildung 2.1: Impulsabhängigkeit des Einteilchen-Potentials aus Gleichung (2.27) (Parametersatz MM) für verschiedene Dichten.

In Tabelle 2.1 sind die in unserem Modell verwendeten Parametersätze mit den zugehörigen Kompressibilitäten aufgeführt. Bei den Parametrisierungen, die mit H und S bezeichnet sind, wird das Potential als impulsunabhängig angenommen. Normalerweise wird im weiteren das impulsabhängige Potential verwendet, das eine Kompressibilität von 290 MeV liefert (Parametersatz MM). In Abbildung 2.1 ist die Impulsabhängigkeit dieses Potentials für verschiedene Dichten dargestellt.

Wir benutzen für alle Baryonen das gleiche Mittlere Feld als Funktion der Baryonendichte. Die einzige Ausnahme bilden Nukleonenresonanzen mit Isospin 3/2, für die wir

$$U_\Delta = \frac{2}{3} U_N \tag{2.41}$$

verwenden. Dies ist motiviert aus dem phänomenologischen Wert des Potentials der $\Delta(1232)$-Resonanz von -30 MeV bei Dichte ρ_0 [5].

Mesonen spüren in unseren Rechnungen normalerweise kein hadronisches Potential. In der vorliegenden Arbeit wurden zu Testzwecken in der Dileptonenproduktion attraktive Potentiale für die Vektormesonen ρ und ω verwendet, worauf in Kapitel 6.2.4 eingegangen wird.

Die Ergebnisse in dieser Arbeit hängen nur in vernachlässigbarer Weise von der Coulomb-Wechselwirkung ab, die deshalb in den Rechnungen normalerweise nicht berücksichtigt wird.

Resonanz	M_0 [MeV]	Γ_0 [MeV]	Status
$N(938)$	938	0	****
$P_{33}(1232)$	1232	118	****
$P_{11}(1440)$	1462	391	****
$S_{11}(1535)$	1534	151	****
$S_{11}(1650)$	1659	173	****
$S_{11}(2090)$	1928	414	*
$D_{13}(1520)$	1524	124	****
$D_{13}(1700)$	1737	249	*
$D_{13}(2080)$	1804	447	*
$D_{15}(1675)$	1676	159	****
$G_{17}(2190)$	2127	547	****
$P_{11}(1710)$	1717	478	*
$P_{11}(2100)$	1885	113	*
$P_{13}(1720)$	1717	383	*
P_{13}	1879	498	***
$F_{15}(1680)$	1684	139	****
$F_{15}(2000)$	1903	494	*
$F_{17}(1990)$	2086	535	**
$S_{31}(1620)$	1672	154	* *
$S_{31}(1900)$	1920	263	***
$D_{33}(1700)$	1762	599	*
$D_{33}(1940)$	2057	460	*
$D_{35}(1930)$	1956	526	**
$D_{35}(2350)$	2171	264	**
P_{31}	1744	299	*
$P_{31}(1910)$	1882	239	****
$P_{33}(1600)$	1706	430	***
$P_{33}(1920)$	2014	152	*
F_{35}	1752	251	*
$F_{35}(1905)$	1881	327	***
$F_{37}(1950)$	1881	327	****

Tabelle 2.2: Parameter der berücksichtigten $S = 0$ Baryonen. M_0 und Γ_0 bezeichnen die Resonanzmasse sowie die Breite auf der Resonanzmasse.

2.3 Berücksichtigte Teilchen

In dem hier verwendeten Modell werden alle aus u-, d- und s-Quarks aufgebauten Baryonen bis zu einer Masse von etwa 2 GeV berücksichtigt. In Tabelle 2.2 sind die Baryonen mit Strangeness-Quantenzahl $S = 0$ aufgeführt. Die Bezeichnungsweise $L_{2I\cdot 2J}$ kennzeichnet den relativen Bahndrehimpuls L des Pion-Nukleon-Systems, den Isospin I und den Spin J der Resonanz. Damit ist dann auch die Parität P der Resonanz festgelegt: $P = (-1)^{L+1}$. Die Parameter der Resonanzen sind komplett der Analyse

Y(M_0/MeV)	Γ_0 [MeV]	Zerfallswahrscheinlichkeiten [%]						
		$\Lambda\pi$	NK	$\Sigma\pi$	$\Sigma^*\pi$	$\Lambda\eta$	NK^*	$\Lambda^*\pi$
$\Lambda(1116)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\Sigma(1189)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{13}(1385)$	36	88	0	12	0	0	0	0
$S_{01}(1405)$	50	0	0	100	0	0	0	0
$D_{03}(1520)$	16	0	46	43	11	0	0	0
$P_{01}(1600)$	150	0	35	65	0	0	0	0
$P_{11}(1660)$	100	40	20	40	0	0	0	0
$S_{01}(1670)$	35	0	25	45	0	30	0	0
$D_{13}(1670)$	60	15	15	70	0	0	0	0
$D_{03}(1690)$	60	0	25	30	45	0	0	0
$S_{11}(1750)$	90	10	30	60	0	0	0	0
$D_{15}(1775)$	120	20	45	5	10	0	0	20
$S_{01}(1800)$	300	0	35	35	30	0	0	0
$P_{01}(1810)$	150	0	35	20	0	0	45	0
$F_{05}(1820)$	80	0	60	12	28	0	0	0
$D_{05}(1830)$	95	0	5	60	35	0	0	0
$P_{03}(1890)$	100	0	30	10	30	0	30	0
$F_{15}(1915)$	120	45	10	45	0	0	0	0
$F_{17}(2030)$	180	25	25	10	15	0	5	20
$G_{07}(2100)$	200	0	30	5	45	0	20	0
$F_{05}(2110)$	200	0	15	30	0	0	55	0

Tabelle 2.3: Eigenschaften der Baryonen mit Strangeness-Quantenzahl $S = -1$. M_0 und Γ_0 bezeichnen die Resonanzmasse und die Breite auf der Resonanzmasse.

von Manley und Saleski [57] entnommen. Die Resonanzen koppeln an die folgenden Kanäle: $N\pi$, $N\eta$, ΛK, $N\omega$, $\Delta\pi$, $N\rho$, $N\sigma$, $N(1440)\pi$, $\Delta\rho$; die entsprechenden Partialbreiten werden wir in Kapitel 2.4.3 diskutieren. Es werden alle Resonanzen explizit propagiert, deren Status in [57] mit mindestens zwei Sternen bewertet wurde, deren Existenz demnach als wahrscheinlich gilt. In Tabelle 2.2 sind dennoch auch die 1-Stern-Resonanzen aufgeführt, da wir sie später noch benötigen werden.

An dieser Stelle soll betont werden, daß sowohl die Parameter der verschiedenen Resonanzen als auch deren Status modellabhängig sind. So wird insbesondere der Status von der Particle Data Group [58] häufig abweichend von der Manley-Analyse bewertet. In der vorliegenden Arbeit wurden durchgehend die Manley-Werte übernommen, um einen möglichst konsistenten Satz von Resonanzen zu haben. Die Manley-Analyse stellt zweifelsohne die vollständigste Untersuchung auf diesem Gebiet dar. In Kapitel 2.5.2 werden wir zeigen, daß mit den verwendeten Parametern eine sehr gute Beschreibung der experimentellen Daten zu $\pi N \to \pi N$ und $\pi N \to \pi\pi N$ im Rahmen unseres Modells gelingt.

In Tabelle 2.3 sind die in unserem Modell berücksichtigten Baryonen mit Strangeness-Quantenzahl $S = -1$, also einem Strange-Valenzquark, aufgeführt. Für diese Baryonen liegt keine vollständige Analyse vor, deren Resultate wir, wie im Falle der

	M_0 [MeV]	Γ_0 [MeV]	I(J^P)	S	C
Ξ	1315	0	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	-2	0
$\Xi^\star$	1530	9	$\frac{1}{2}(\frac{3}{2}^+)$	-2	0
Ω	1672	0	$0(\frac{3}{2}^+)$	-3	0
Λ_c	2285	0	$0(\frac{1}{2}^+)$	0	1
Σ_c	2455	0	$1(\frac{1}{2}^+)$	0	1
Σ_c^*	2530	0	$1(\frac{3}{2}^+)$	0	1
Ξ_c	2466	0	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	-1	1
Ξ_c^*	2645	0	$\frac{1}{2}(\frac{3}{2}^+)$	-1	1
Ω_c	2704	0	$0(\frac{1}{2}^+)$	-2	1

Tabelle 2.4: Eigenschaften der berücksichtigten Baryonen mit Strangeness-Quantenzahl $S < -1$ oder Charm-Quantenzahl $C = 1$.

$S = 0$-Resonanzen, durchgehend übernehmen könnten. Bei der Auswahl der Resonanzen und der Festlegung ihrer Parameter haben wir uns daher an der Particle Data Group [58] orientiert, wobei wir alle mit 4 Sternen bewerteten Resonanzen sowie einen Großteil der 3-Stern-Resonanzen mitgenommen haben. Selbst für diese Resonanzen sind insbesondere die Zerfallswahrscheinlichkeiten in die verschiedenen Kanäle häufig nahezu unbekannt, so daß ein großer Teil der in Tabelle 2.3 aufgeführten Parameter geraten werden mußte.

Da das $\Lambda(1116)$ und das $\Sigma(1189)$ nur aufgrund der elektroschwachen Wechselwirkung zerfallen und damit ihre Lebensdauern erheblich größer als die Zeitskala der hier betrachteten nuklearen Reaktionen sind, werden sie als stabil angenommen.

Wie wir in Kapitel 2.5.4 darlegen werden, beschreiben wir sehr hochenergetische Teilchenstöße mit Hilfe des Lund-Stringmodells [59]. In diesem Modell werden auch die niedrigliegendsten Hadronenzustände mit $S < -1$ und Hadronen mit Charm-Quarks (C-Quantenzahl) berücksichtigt. Der Vollständigkeit halber sind die entsprechenden Baryonen in Tabelle 2.4 aufgelistet. Für die in der vorliegenden Arbeit berechneten Observablen spielen diese Teilchen aber keine Rolle.

In unserem Modell werden auch alle Anti-Baryonen der in den Tabellen 2.2, 2.3 und 2.4 aufgeführten Baryonen berücksichtigt.

In Tabelle 2.5 sind die in unserem Modell enthaltenen Mesonen aufgeführt. Wie im Falle der Hyperonen nehmen wir die Teilchen als stabil an, die nicht aufgrund der starken Wechselwirkung zerfallen. Eine Ausnahme bildet hier lediglich das η-Meson, da sein Beitrag zur totalen Pionenproduktion in der Regel nicht vernachlässigbar ist und experimentell dieser Beitrag normalerweise nicht subtrahiert werden kann. Das σ-Meson stellt kein bisher beobachtetes Teilchen dar, sondern dient lediglich der Parametrisierung des skalaren, isoskalaren Zweipionenzerfalls der in Tabelle 2.2 aufgeführten Baryonen.

Der Isospin aller Teilchen wird explizit berücksichtigt, das heißt, für jeden Isospinzustand eines Teilchens lösen wir eine Transportgleichung. Dies ist für die hier zu diskutierenden Rechnungen zwingend erforderlich, da zum einen schwere Kerne aufgrund

Meson	M_0 [MeV]	Γ_0 [MeV]	J	I	S	C	Zerfallskanäle
π	138	0	0	1	0	0	
η	547	$1.2 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	0	$\gamma\gamma$ (40%), $\pi^+\pi^-\pi^0$ (28%), $3\pi^0$ (32%)
ρ	770	151	1	1	0	0	$\pi\pi$
σ	800	800	0	0	0	0	$\pi\pi$
ω	782	8.4	1	0	0	0	$\pi\pi$ (2%), $\pi^0\gamma$ (9%), $\pi^+\pi^-\pi^0$ (89%)
η'	958	0.2	0	0	0	0	$\rho^0\gamma$ (31%), $\pi\pi\eta$ (69%)
ϕ	1020	4.4	1	0	0	0	$\rho\pi$ (13%), $K\bar{K}$ (84%), $\pi^+\pi^-\pi^0$ (3%)
η_c	2980	0	0	0	0	0	
J/Ψ	3097	0	1	0	0	0	
K	496	0	0	$\frac{1}{2}$	1	0	
$\bar{K}$	496	0	0	$\frac{1}{2}$	-1	0	
K^*	892	50	1	$\frac{1}{2}$	1	0	$K\pi$
$\bar{K}^*$	892	50	1	$\frac{1}{2}$	-1	0	$\bar{K}\pi$
D	1869	0	0	$\frac{1}{2}$	0	1	
$\bar{D}$	1869	0	0	$\frac{1}{2}$	0	-1	
D^*	2007	0	1	$\frac{1}{2}$	0	1	
$\bar{D}^*$	2007	0	1	$\frac{1}{2}$	0	-1	
D_s	1969	0	0	0	1	1	
$\bar{D}_s$	1969	0	0	0	-1	-1	
D_s^*	2112	0	0	0	1	1	
$\bar{D}_s^*$	2112	0	0	0	-1	-1	

Tabelle 2.5: Eigenschaften der berücksichtigten Mesonen.

der Coulomb-Wechselwirkung deutlich isospin-unsymmetrisch sind, und zum anderen im Falle von Photon-Kern- oder Pion-Kern-Reaktionen das Projektil die Isospinsymmetrie verletzt. Im Kollisionsterm werden daher prinzipiell keine isospingemittelten Übergangsraten verwendet. Für die Berechnung des Mittleren Feldes nehmen wir hingegen aus Gründen der Einfachheit Isospinsymmetrie an.

Über die Spins der Teilchen wird stets gemittelt, da dieser Freiheitsgrad einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Reaktionsdynamik hat.

2.4 Die Behandlung der Resonanzen

Die Vakuumbreiten der im letzten Abschnitt vorgestellten hadronischen Resonanzen liegen in der Größenordnung 100 MeV, was die in Kapitel 2.1.2 gemachte On-Shell-Näherung zweifelhaft werden läßt. Aus diesem Grunde propagieren wir Resonanzen off-shell. Zunächst ist es hilfreich, Prozesse zu betrachten, in denen Resonanzen als intermediäre Teilchen auftreten, um einige grundlegende Begriffe zu erläutern.

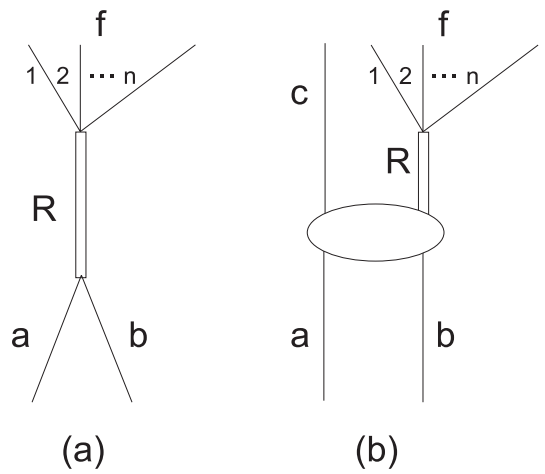

Abbildung 2.2: Graphen zur Resonanzproduktion.

2.4.1 Resonanzproduktion

Der Wirkungsquerschnitt für den in Abbildung 2.2 (a) dargestellten Resonanzformationsprozess $ab \to R \to f$ schreibt sich als:

$$d\sigma_{ab\to R\to f} = \frac{(2\pi)^4}{4p_{ab}\sqrt{s}} S_f \overline{|\mathcal{M}_{ab\to R\to f}|^2} d\Phi_f, \tag{2.42}$$

wobei p_{ab} der Schwerpunktsimpuls, $\sqrt{s}$ die invariante Masse der einlaufenden Teilchen und $\overline{|\mathcal{M}_{ab\to R\to f}|^2}$ das über die Spins der auslaufenden Teilchen f summierte und über die Spins der einlaufenden Teilchen a, b gemittelte quadrierte Matrixelement sind. Der statistische Faktor S_f enthält einen Faktor $1/m!$ für jeweils m identische Teilchen im Endzustand f:

$$S_f = \prod_i \frac{1}{m_i!}. \tag{2.43}$$

Der Phasenraumfaktor $d\Phi_f$ ist für n stabile Teilchen im Endzustand f gegeben als:

$$d\Phi_f(P; p_1, \ldots, p_n) = \delta^{(4)}(P - \sum_{i=1}^{n} p_i) \prod_{i=1}^{N} \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2p_i^0}, \tag{2.44}$$

wobei hier P den totalen Viererimpuls der einlaufenden Teilchen und p_i den Viererimpuls des i-ten auslaufenden Teilchens bezeichnen. Im folgenden beschränken wir uns der formalen Einfachheit halber auf spinlose Teilchen und berücksichtigen den Spin nur als statistischen Faktor. Die Rechnung für Teilchen mit Spin liefert das gleiche Resultat für den totalen Wirkungsquerschnitt. Für spinlose Teilchen faktorisiert das in Gleichung (2.42) auftauchende Matrixelement:

$$\overline{|\mathcal{M}_{ab\to R\to f}|^2} = \overline{|\mathcal{M}_{ab\to R}|^2} \, |P_R|^2 \, \overline{|\mathcal{M}_{R\to f}|^2} \tag{2.45}$$

mit dem folgenden Resonanzpropagator:

$$P_R(\sqrt{s}) = \frac{1}{M_R^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{tot}}, \tag{2.46}$$

wobei M_R die Polmasse der Resonanz bezeichnet. Die totale Breite Γ_{tot} ergibt sich als Summe über alle Partialbreiten $\Gamma_{R\to f}$:

$$\Gamma_{tot} = \sum_f \Gamma_{R\to f} \tag{2.47}$$

mit

$$\Gamma_{R\to f} = \frac{(2\pi)^4}{2\sqrt{s}} S_f \int \overline{|\mathcal{M}_{R\to f}|^2} d\Phi_f. \tag{2.48}$$

Nun führen wir die Spektralfunktion $\mathcal{A}_R(\mu)$ der Resonanz ein als:

$$\mathcal{A}_R(\mu) \equiv \frac{2\mu}{\pi} \mathrm{Im} P_R(\mu) = \frac{2}{\pi} \frac{\mu^2 \Gamma_{tot}}{(\mu^2 - M_R^2)^2 + \mu^2 \Gamma_{tot}^2}. \tag{2.49}$$

Den Wirkungsquerschnitt $\sigma_{ab\to R\to f}$ aus Gleichung (2.42) können wir damit schreiben als:

$$\sigma_{ab\to R\to f} = \frac{\pi}{4 p_{ab} s} \overline{|\mathcal{M}_{ab\to R}|^2} \mathcal{A}_R \frac{\Gamma_{R\to f}}{\Gamma_{tot}}. \tag{2.50}$$

Das Matrixelement für $ab \to R$ läßt sich durch die entsprechende Partialbreite $\Gamma_{R\to ab}$ ausdrücken:

$$\Gamma_{R\to ab} = \frac{p_{ab}}{8\pi s} S_{ab} \overline{|\mathcal{M}_{R\to ab}|^2} = \frac{p_{ab}}{8\pi s} S_{ab} \frac{(2J_a+1)(2J_b+1)}{2J_R+1} \overline{|\mathcal{M}_{ab\to R}|^2}. \tag{2.51}$$

Nun ergibt sich Gleichung (2.50) gerade zu der bekannten Breit-Wigner-Formel:

$$\sigma_{ab\to R\to f} = \frac{2J_R+1}{(2J_a+1)(2J_b+1)} \frac{4\pi}{p_{ab}^2} \frac{1}{S_{ab}} \frac{s \Gamma_{R\to ab} \Gamma_{R\to f}}{(s - M_R^2)^2 + s\Gamma_{tot}^2}. \tag{2.52}$$

Den in Abbildung 2.2 (b) dargestellten Resonanzproduktionsprozess können wir in analoger Weise behandeln. Der Wirkungsquerschnitt ist gegeben als:

$$d\sigma_{ab\to cR\to cf} = \frac{(2\pi)^4}{4 p_{ab} \sqrt{s}} S_{cf} \overline{|\mathcal{M}_{ab\to cf}|^2} d\Phi_{n+1}(P; p_c, p_1, \ldots, p_n). \tag{2.53}$$

Unter der Annahme, daß das Matrixelement faktorisiert:[3]

$$\overline{|\mathcal{M}_{ab\to cf}|^2} = \overline{|\mathcal{M}_{ab\to cR}|^2} \, |P_R|^2 \, \overline{|\mathcal{M}_{R\to f}|^2} \tag{2.54}$$

und unter Verwendung von Gleichung (35.12) aus [58]:

$$d\Phi_{n+1}(P; p_c, p_1, \ldots, p_n) = d\Phi_n(p_R; p_1, \ldots, p_n) \times d\Phi_2(P; p_R, p_c)(2\pi)^3 dp_R^2 \tag{2.55}$$

[3]Falls in f ein Teilchen enthalten ist, das identisch zu c ist, geht hier die Annahme ein, daß Interferenzterme vernachlässigt werden. Der Symmetriefaktor kürzt sich dann gegen die Anzahl der Diagramme, die den gleichen Beitrag liefern.

sowie mit Hilfe von:

$$d\Phi_2(P;p_R,p_c) = \delta^{(4)}(P-p_R-p_c)\frac{d^3p_R}{(2\pi)^3 2p_R^0}\frac{d^3p_c}{(2\pi)^3 2p_c^0} = \frac{1}{4(2\pi)^6}\frac{p_f}{\sqrt{s}}d\Omega \tag{2.56}$$

ergibt sich unmittelbar:

$$\frac{d\sigma_{ab\to cR\to cf}}{d\mu} = \hat{\sigma}_{ab\to cR}(\mu)\mathcal{A}_R(\mu)\frac{\Gamma_{R\to f}}{\Gamma_{tot}} \tag{2.57}$$

mit

$$\hat{\sigma}_{ab\to cR}(\mu) \equiv \frac{1}{64\pi^2 s p_{ab}}\int d\Omega p_f \overline{|\mathcal{M}_{ab\to cR}(\mu)|^2}, \tag{2.58}$$

wobei p_f den Schwerpunktsimpuls von c und R bezeichnet und Ω der Streuwinkel von Teilchen c relativ zu Teilchen a im Schwerpunktsystem der Reaktion ist. Die invariante Masse der Resonanz R ist μ $(=\sqrt{p_R^2})$; für den in Abbildung 2.2 (a) dargestellten Formationsprozeß entsprach diese Größe gerade $\sqrt{s}$. Der in Gleichung (2.58) definierte Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{ab\to cR}(\mu)$ entspricht gerade dem Wirkungsquerschnitt, den man für die Streuung von Teilchen a und b in Teilchen c und ein stabiles Teilchen R der Masse μ erhält. Den totalen Wirkungsquerschnitt für den Prozeß $ab \to cR$ erhält man als Summe über alle Zerfallskanäle f der Resonanz:

$$\frac{d\sigma_{ab\to cR}}{d\mu} = \hat{\sigma}_{ab\to cR}(\mu)\mathcal{A}_R(\mu). \tag{2.59}$$

Im folgenden sind Matrixelemente mit Resonanzen im ein- oder auslaufenden Zustand stets in dem hier definierten Sinne zu verstehen, das heißt als Faktoren des gesamten Matrixelementes. Daß Resonanzen keine asymptotischen Zustände sind, spielt dann keine Rolle.

Bei der Herleitung der Gleichungen (2.52) und (2.57) hatten wir uns auf spinlose Teilchen beschränkt. Im Falle des Formationsprozesses (Abbildung 2.2 (a)) ist der Drehimpulsvektor der Resonanz festgelegt durch die einlaufenden Teilchen, so daß es keine Interferenzeffekte zwischen verschiedenen Spinzuständen der Resonanz geben kann. Daher gilt Gleichung (2.52) auch für Teilchen mit Spin. Bei dem Prozeß $ab \to cR$ können Resonanzen in verschiedenen Spinzuständen produziert werden. Aufgrund der Orthogonalität dieser Zustände treten im Wirkungsquerschnitt (2.57) keine Interferenzen auf, da hier bereits über die Impulse der Zerfallsprodukte der Resonanz integriert wurde. Da überdies die Zerfallsbreite $\Gamma_{R\to f}$ im Vakuum wegen Rotationsinvarianz unabhängig vom Spinzustand der Resonanz ist, ist auch Gleichung (2.57) für Teilchen mit Spin gültig.

Resonanzformation mit instabilen einlaufenden Teilchen

Wir kommen nun zurück auf den Formationsprozeß $ab \to R$ und betrachten den allgemeinen Fall, in dem a und b ebenfalls eine endliche Breite haben können. Die Zerfallsbreite $\Gamma^{out}_{R\to ab}$ der Resonanz R ergibt sich analog zu Gleichung (2.59):

$$\frac{d\Gamma^{out}_{R\to ab}}{d\mu_a d\mu_b} = \Gamma^{in}_{R\to ab}(\mu_a,\mu_b)\mathcal{A}_a(\mu_a)\mathcal{A}_b(\mu_b), \tag{2.60}$$

wobei die Berechnung von $\Gamma^{in}_{R\to ab}(\mu_a, \mu_b)$ über Gleichung (2.48) erfolgt. Analog zu obiger Rechnung erhalten wir für den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $ab \to R$ die Breit-Wigner-Formel aus Gleichung (2.52) unter Verwendung von $\Gamma^{in}_{R\to ab}$ anstelle von $\Gamma_{R\to ab}$.

2.4.2 Die Transportgleichung

Wir lösen für die Resonanzen nicht die BUU-Gleichung (2.17) sondern die verallgemeinerte BUU-Gleichung (2.2), wobei wir allerdings die Näherung machen, daß wir die zweite Poisson-Klammer in Gleichung (2.2):

$$[\mathrm{Re}g, \Sigma^<]$$

vernachlässigen. Auf diese Approximation werden wir in Kapitel 8 noch ausführlich zu sprechen kommen. Hier soll zunächst lediglich erwähnt werden, daß diese Näherung bisher in allen Transportrechnungen gemacht wurde, da eine numerische Realisierung des angesprochenen Terms schwierig erscheint.

Aus Gründen der Anschaulichkeit drücken wir im folgenden alle Größen als Funktion der invarianten Masse μ anstelle von p_0 aus. Der Zusammenhang zwischen μ und p_0 ist gegeben durch die Einteilchen-Hamiltonfunktion aus Gleichung (2.19):

$$p_0 = H_{mf} = \sqrt{(\mu + U_S)^2 + \vec{p}^2}, \tag{2.61}$$

wobei wir hier bereits das Vektorpotential weggelassen haben. Wir ersetzen nun $g^<$ durch eine spektrale Verteilungsfunktion $F(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu)$, die definiert ist als:

$$F d\mu \equiv g^< \frac{dp_0}{2\pi}. \tag{2.62}$$

Anstelle der nicht-relativistischen Spektralfunktion aus Gleichung (2.11) verwenden wir die folgende relativistische, die wir bereits in Gleichung (2.49) eingeführt haben:

$$\mathcal{A}(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu) = \frac{2}{\pi} \frac{\mu^2 \Gamma_{tot}(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu)}{(\mu^2 - M_0^2)^2 + \mu^2 \Gamma^2_{tot}(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu)} \quad , \tag{2.63}$$

wobei Γ_{tot} die Breite des Teilchens in seinem Ruhesystem bezeichnet und gegeben ist als:

$$\Gamma_{tot} = \frac{p_0}{\mu}(\Sigma^> \mp \Sigma^<). \tag{2.64}$$

Im nicht-relativistischen Grenzfall ($M_0 \gg |\vec{p}|$, $M_0 \gg \Gamma$) reduziert sich die Spektralfunktion $\mathcal{A}$ aus Gleichung (2.63), bis auf einen Normierungsfaktor 2π, [4] auf die nicht-relativistische Spektralfunktion a aus Gleichung (2.11):

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{2}{\pi} \frac{\mu^2 \Gamma_{tot}}{(\mu - M_0)^2(\mu + M_0)^2 + \mu^2 \Gamma^2_{tot}} \\ &\to \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_{tot}}{(\mu - M_0)^2 + \Gamma^2_{tot}/4} \to \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_{tot}}{(p_0 - H_{mf})^2 + \Gamma^2_{tot}/4} = \frac{1}{2\pi} a \end{aligned}$$

[4] Die unterschiedliche Normierung ergibt sich, da wir im folgenden stets über $d\mu$ und nicht über $\frac{dp_0}{2\pi}$ integrieren (siehe Gleichung (2.62)).

Für stabile Teilchen ($\Gamma_{tot} \to 0$) ist die Spektralfunktion (2.63) einfach:

$$\mathcal{A} = \delta(\mu - M_0). \tag{2.65}$$

Wir erhalten die folgende Transportgleichung:

$$(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial H_{mf}}{\partial \vec{p}}\frac{\partial}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial H_{mf}}{\partial \vec{r}}\frac{\partial}{\partial \vec{p}})F = \Sigma^{<}(1 \pm f)\mathcal{A} - \Sigma^{>}F, \tag{2.66}$$

wobei analog zu Gleichung (2.13):

$$f = \frac{F}{\mathcal{A}}. \tag{2.67}$$

Um die Struktur des Kollisionsterms genauer zu beleuchten, betrachten wir als Beispiel die Transportgleichung für eine Resonanz R, die an die Teilchen a und b über einen Prozeß $R \leftrightarrow ab$ koppelt. Im Verlustterm ergibt sich $\Sigma_R^>$ zu:

$$\Sigma_R^> = \frac{1}{2p_R^0}\int \frac{d^3p_a d\mu_a}{(2\pi)^3 2p_a^0}\frac{d^3p_b d\mu_b}{(2\pi)^3 2p_b^0}(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_R - p_a - p_b)S_{ab}\overline{|\mathcal{M}_{R\to ab}|^2} \times \\ \times \mathcal{A}_a(1 \pm f_a)\mathcal{A}_b(1 \pm f_b). \tag{2.68}$$

Abgesehen von den In-Medium-Korrekturen $(1 \pm f)$ ist dies gerade die gewöhnliche Zerfallsbreite einer Resonanz wie man durch Vergleich mit Gleichung (2.60) leicht sieht. Der Faktor $1/p_R^0$ rührt daher, daß $\Sigma^>$ die Zerfallsrate im Rechensystem angibt; die Breite im Ruhesystem der Resonanz ergibt sich mit Gleichung (2.64).

Der Gewinnterm $\Sigma_R^<$ ergibt sich analog:

$$\Sigma_R^< = \frac{1}{2p_R^0}\int g_a\frac{d^3p_a d\mu_a}{(2\pi)^3 2p_a^0}g_b\frac{d^3p_b d\mu_b}{(2\pi)^3 2p_b^0}(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_R - p_a - p_b)S_{ab}\overline{|\mathcal{M}_{ab\to R}|^2}F_aF_b. \tag{2.69}$$

Für die einlaufenden Teilchen tauchen hier die Spin-Entartungsfaktoren g_i auf, da wir die quadrierten Matrixelemente über die Spins der einlaufenden Teilchen mitteln und über die der auslaufenden summieren. Um Gleichung (2.69) besser zu verstehen, betrachten wir den korrespondierenden Verlustterm $\Sigma_a^>$ im Kollisionsterm für Teilchen a:

$$\Sigma_a^> = \frac{1}{2p_a^0}\int \frac{d^3p_R d\mu_R}{(2\pi)^3 2p_R^0}g_b\frac{d^3p_b d\mu_b}{(2\pi)^3 2p_b^0}(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_R - p_a - p_b)\overline{|\mathcal{M}_{ab\to R}|^2}F_b\mathcal{A}_R(1 \pm f_R). \tag{2.70}$$

Mit Gleichung (2.50) können wir $\Sigma_a^>$ nach Ausführung der Integration über den Viererimpuls der Resonanz R auf die folgende Form bringen:

$$\Sigma_a^> = \int g_b\frac{d^3p_b d\mu_b}{(2\pi)^3}F_b\frac{p_{ab}\sqrt{s}}{p_a^0 p_b^0}\sigma_{ab\to R}(1 \pm f_R). \tag{2.71}$$

In dem Bezugssystem, in dem die Dreierimpulse von a und b kolinear sind, ist deren Relativgeschwindigkeit gerade:

$$v_{ab}^{rel} = \frac{p_{ab}\sqrt{s}}{p_a^0 p_b^0}, \tag{2.72}$$

so daß wir $\Sigma_a^>$ in abgekürzter Schreibweise darstellen können als:

$$\Sigma_a^> = \rho_b < v_{ab}^{rel} \sigma_{ab\to R}(1 \pm f_R) >_b, \tag{2.73}$$

wobei ρ_b die Teilchendichte von b bezeichnet:

$$\rho_b = g_b \int \frac{d^3p_b d\mu_b}{(2\pi)^3} F_b, \tag{2.74}$$

und die Klammer $< \ . \ >_b$ die Mittelung über die Impulsverteilung von Teilchen b andeutet.

In der vorliegenden Arbeit verwenden wir normalerweise, wie in allen hadronischen Transporttheorien, Vakuumspektralfunktionen für alle Teilchen. Die Berechnung und die Effekte von In-Medium-Spektralfunktionen werden wir in Kapitel 4.1 für die $\Delta(1232)$-Resonanz, in Kapitel 6.1 für das ρ- und das ω-Meson und in Kapitel 8 für Nukleonen diskutieren. Bereits anhand des hier diskutierten einfachen Beispieles sieht man, daß eine vollständig selbstkonsistente Behandlung der Spektralfunktionen für alle Teilchen eine außerordentlich schwierige Aufgabe darstellt. Die Selbstenergien $\Sigma_R^>$ (Gleichung (2.68)), $\Sigma_R^<$ (Gleichung (2.69)), $\Sigma_a^>$ (Gleichung (2.70)), $\Sigma_a^<$, $\Sigma_b^<$ und $\Sigma_b^>$ sind 8-dimensionale Funktionen und hängen jeweils über Integralgleichungen von den anderen ab, da die in ihre Berechnung eingehenden Spektralfunktionen Funktionen der Selbstenergien sind (Gleichungen (2.63) und (2.64)).

2.4.3 Parametrisierung der Vakuumbreiten

Abgesehen von einigen mesonischen Resonanzen handelt es sich beim Zerfall der in unserem Modell berücksichtigten Resonanzen stets um einen Zweikörper-Zerfall. Der Zerfall in mehr als zwei Teilchen geschieht dann als Mehrstufenprozeß über den primären Zerfall in eine andere Resonanz, zum Beispiel: $R \to N\rho \to N\pi\pi$.

Für die Rechnungen in der vorliegenden Arbeit sind insbesondere die nukleonischen Resonanzen von Bedeutung. Aufgrund der bereits oben angesprochenen starken Modellabhängigkeit der Parameter dieser Resonanzen ist es wichtig, Parametrisierungen zu verwenden, die konsistent mit den Parametern sind. Aus diesem Grunde verwenden wir die Parametrisierung der Resonanzbreiten aus [57], da wir aus dieser Analyse die Parameter der Nukleonenresonanzen übernommen haben. Die gleiche Parametrisierung wird auch für die anderen Resonanzen verwendet.

Die Zerfallsbreite für den Prozeß $R \to ab$ ist nun gegeben als (siehe auch Gleichung (2.60)):

$$\Gamma_{ab}(\mu) = \Gamma_{ab}^0 \frac{\rho_{ab}(\mu)}{\rho_{ab}(M_R)}, \tag{2.75}$$

wobei Γ_{ab}^0 die Partialbreite der Resonanz auf ihrer Polmasse M_R bezeichnet und μ die invariante Masse der Resonanz ist. Die Funktion $\rho_{ab}(\mu)$ ist:

$$\rho_{ab}(\mu) = \int d\mu_a d\mu_b \mathcal{A}_a(\mu_a)\mathcal{A}_b(\mu_b) \frac{p_{ab}}{\mu} B_{l_{ab}}^2(p_{ab}R) \quad , \tag{2.76}$$

wobei l_{ab} der relative Bahndrehimpuls der Teilchen a und b ist und R den Wechselwirkungsradius angibt. In Tabelle 2.6 sind die Funktionen B_l für die hier vorkommenden

l	$B_l(x)$
0	1
1	$x/(1+x^2)^{1/2}$
2	$x^2/(9+3x^2+x^4)^{1/2}$
3	$x^3/(225+45x^2+6x^4+x^6)^{1/2}$
4	$x^4/(11025+1575x^2+135x^4+10x^6+x^8)^{1/2}$

Tabelle 2.6: Blatt-Weisskopf-Funktionen B_l.

Drehimpulse aufgeführt. Die Verwendung dieser Funktionen läßt sich aus der Zentrifugalbarriere und der Rechnung für ein einfaches Kastenpotential motivieren [60]. Für kleine Impulse p_{ab} gilt:

$$B_l \propto p_{ab}^l,$$

so daß das richtige Schwellenverhalten des Matrixelementes reproduziert wird. Für große Impulse p_{ab}, also große invariante Massen μ der Resonanz, gehen die Funktionen B_l gegen 1. Damit geht dann die Breite Γ_{ab} gegen eine Konstante. Wir verwenden für alle Resonanzen $R = 1$ fm [5].

Im Gegensatz zu [57] benutzen wir bei der Berechnung der Breiten für auslaufende Resonanzen relativistische Spektralfunktionen. In [57] wurde in diesen Spektralfunktionen zudem eine konstante Breite verwendet. Aus Konsistenzgründen verwenden wir hier die korrekte massenabhängige Breite. Wir haben überprüft, daß diese kleinen Änderungen des ursprünglichen Modells nur vernachlässigbare Auswirkungen auf die Massenabhängigkeit der Breiten und insbesondere auf die resultierenden Wirkungsquerschnitte haben, so daß eine Neubestimmung der Parameter der Resonanzen nicht erforderlich ist.

In Tabelle 2.7 sind die Partialbreiten der Nukleonenresonanzen aufgeführt. An dieser Stelle sollten wir noch bemerken, daß die Zerfallskanäle $N\eta$, $K\Lambda$, $N\omega$ und $\Delta\rho$ in [57] nicht an experimentelle Daten angepaßt wurden, sondern lediglich dazu dienten, die in den explizit berücksichtigten Ein- und Zweipionen-Kanälen fehlende Inelastizität zu absorbieren. Hierbei wurde in [57] je nach Quantenzahlen der Resonanz die gesamte Stärke in einen Kanal gesteckt. Der ηN-Kanal wurde für S_{11}- und F_{17}-Resonanzen verwendet, ΛK für P_{11}, $N\omega$ für P_{13} und G_{17} sowie $\Delta\rho$ für alle $I = 3/2$-Resonanzen. Auf die hieraus resultierenden Probleme werden wir später noch zurückkommen.

Die Breiten der direkten Dreikörper-Zerfälle der mesonischen Resonanzen, zum Beispiel $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$, nehmen wir als massenunabhängig an, da diese Breiten ohnehin sehr klein ist.

Mit den hier verwendeten Parametrisierungen ergibt sich die 'In'-Breite $\Gamma^{in}_{R\to ab}$ über Gleichung (2.60) zu:

$$\Gamma^{in}_{R\to ab} = C^{I_R}_{ab}\Gamma^0_{ab}\frac{p_{ab}B^2_{l_{ab}}(p_{ab}R)}{\sqrt{s}\rho_{ab}(M_R)}, \tag{2.77}$$

[5] Für den Zerfall des ρ-Mesons wird der geringfügig abweichende Wert der Particle Data Group [58] ($R = 1.04$ fm) benutzt.

Resonanz	Zerfallswahrscheinlichkeiten [%]								
	$N\pi$	$N\eta$	$N\omega$	$K\Lambda$	$\Delta\pi$	$N\rho$	$N\sigma$	$N^*\pi$	$\Delta\rho$
$N(938)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{33}(1232)$	100	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{11}(1440)$	69	0	0	0	22_P	0	9	0	0
$P_{11}(1535)$	51	43	0	0	0	3_S	1	2	0
$S_{11}(1650)$	89	3	0	0	2_D	3_S	2	1	0
$S_{11}(2090)$	10	0	0	0	6_D	49_S	5	30	0
$D_{13}(1520)$	59	0	0	0	5_S,15_D	21_S	0	0	0
$D_{13}(1700)$	1	0	0	0	5_S,79_D	13_S	2	0	0
$D_{13}(2080)$	23	0	0	0	3_S,21_D	26_S	27	0	0
$D_{15}(1675)$	47	0	0	0	53_D	0	0	0	0
$G_{17}(2190)$	22	0	49	0	0	29_D	0	0	0
$P_{11}(1710)$	9	0	0	37	49_P	3_P	2	0	0
$P_{11}(2100)$	15	0	0	2	24_P	27_P	32	0	0
$P_{13}(1720)$	13	0	0	0	0	87_P	0	0	0
P_{13}	26	0	30	0	0	44_P	0	0	0
$F_{15}(1680)$	70	0	0	0	10_P,1_F	5_P,2_F	12	0	0
$F_{15}(2000)$	8	0	0	0	12_P	60_P,15_F	5	0	0
$F_{17}(1990)$	6	94	0	0	0	0	0	0	0
$S_{31}(1620)$	9	0	0	0	62_D	25_S,4_D	0	0	0
$S_{31}(1900)$	4	0	0	0	16_D	5_S,33_D	0	6	0
$D_{33}(1700)$	14	0	0	0	74_S,4_D	8_S	0	0	0
$D_{33}(1940)$	18	0	0	0	7_S,40_D	35_S	0	0	0
$D_{35}(1930)$	18	0	0	0	0	0	0	0	82_D
$D_{35}(2350)$	2	0	0	0	0	0	0	0	98_D
P_{31}	8	0	0	0	0	0	0	28	64_P
$P_{31}(1910)$	23	0	0	0	0	10_P	0	67	0
$P_{33}(1600)$	12	0	0	0	68_P	0	0	20	0
$P_{33}(1920)$	2	0	0	0	83_P	0	0	15	0
F_{35}	2	0	0	0	28_P,48_F	22_P	0	0	0
$F_{35}(1905)$	12	0	0	0	1_P	87_P	0	0	0
$F_{37}(1950)$	38	0	0	0	18_F	0	0	0	44_F

Tabelle 2.7: Zerfallswahrscheinlichkeiten der berücksichtigten $S = 0$ Baryonen. Die angegebenen Werte beziehen sich immer auf die Polmasse der Resonanz. Der Index an den Werten der $\Delta\pi$-, $N\rho$-, und $\Delta\rho$-Zerfälle gibt den relativen Bahndrehimpuls der auslaufenden Teilchen an.

wobei $C_{ab}^{I_R}$ der Clebsch-Gordan-Koeffizient für die Kopplung der Isospins von Teilchen a und b zum Resonanz-Isospin I_R ist.

In den Abbildungen 2.3 und 2.4 zeigen wir, daß die verwendeten Breitenparametrisierungen eine sehr gute Beschreibung der Streuphasen der πN- und der $\pi\pi$-Streuung in den Kanälen mit den Quantenzahlen der $P_{33}(1232)$-Resonanz und des ρ-Mesons liefern. Im Rahmen einer Breit-Wigner-Näherung ist der Resonanzbeitrag zur T-Matrix

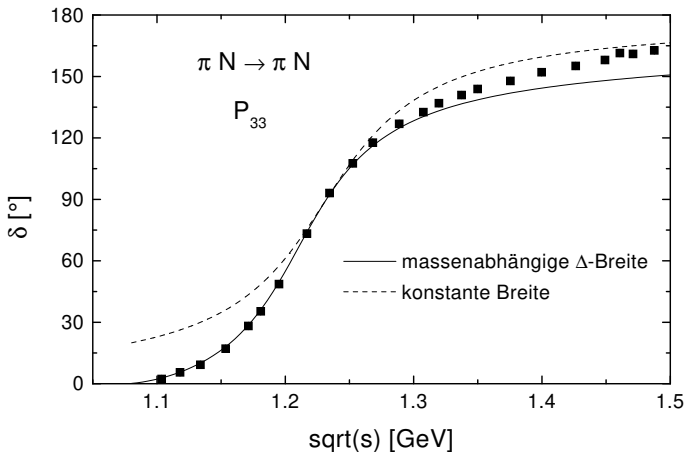

Abbildung 2.3: Streuphase der πN-Streuung im P_{33}-Kanal. Die experimentellen Daten entstammen der Multipolanalyse aus [61]. Die Linien sind die Beiträge der $P_{33}(1232)$-Resonanz gemäß Gleichung (2.80).

gegeben als:

$$T_{res} = \frac{\epsilon_{in}\epsilon_{out}\sqrt{s}\sqrt{\Gamma_{in}\Gamma_{out}}}{M_R^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{tot}}, \tag{2.78}$$

wobei ϵ_{in} und ϵ_{out} die Vorzeichen der entsprechenden Kopplungen angeben. Im Falle verschwindender Inelastizität hängt die Streuphase δ mit der T-Matrix zusammen über:

$$T = \sin\delta\, e^{i\delta} \tag{2.79}$$

Damit folgt dann die Streuphase δ aus T_{res} unter Vernachlässigung eines Untergrundtermes zu:

$$\tan\delta = \frac{\sqrt{s}\Gamma_{tot}}{M_R^2 - s}. \tag{2.80}$$

Aus Abbildung 2.3 sieht man, daß die Streuphase der πN-Streuung im P_{33}-Kanal mit diesem einfachen Resonanzmodell bis zu invarianten Energien $\sqrt{s} = 1.35$ GeV sehr gut beschrieben wird. Zum Vergleich ist auch die Kurve eingezeichnet, die sich bei Vernachlässigung der Massenabhängigkeit der Breite der P_{33}-Resonanz ergibt. Diese Kurve beschreibt die experimentellen Daten sehr schlecht, so daß wir davon ausgehen können, daß unsere Parametrisierung der Zerfallsbreite der Δ-Resonanz sinnvoll ist. Die schlechte Übereinstimmung mit den Daten für Energien oberhalb von 1.35 GeV ist nicht von Bedeutung, da wir dort bereits recht weit vom Pol der Δ-Resonanz entfernt sind. Hier können Interferenzeffekte mit höheren Resonanzen, zum Beispiel mit der $P_{33}(1600)$-Resonanz, wie auch nicht-resonante Untergrundbeiträge eine Rolle spielen.

In Abbildung 2.4 vergleichen wir den Beitrag des ρ-Mesons zur $\pi\pi$-Streuphase im $J = 1, I = 1$-Kanal mit den experimentellen Daten aus [62]. Mit der von uns verwendeten Parametrisierung der ρ-Breite werden die Daten hervorragend beschrieben.

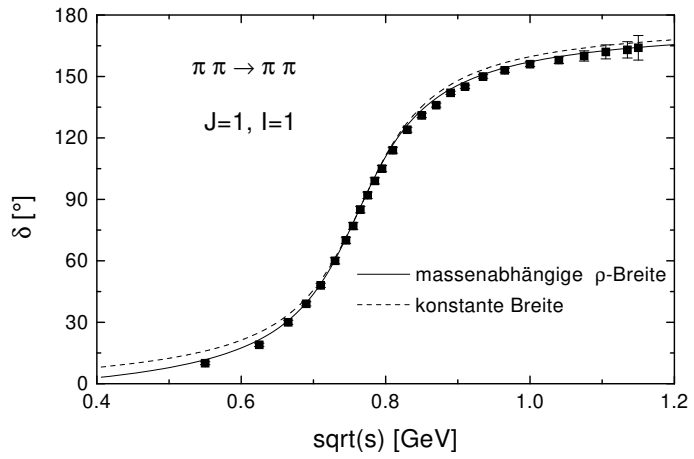

Abbildung 2.4: Streuphase der $\pi\pi$-Streuung im $J = 1, I = 1$-Kanal. Die experimentellen Daten stammen aus [62]. Die Linien sind die Beiträge des ρ-Mesons gemäß Gleichung (2.80).

Allerdings weicht auch die mit einer konstanten Breite berechnete Streuphase nicht sehr stark von den Daten ab.

Da in der vorliegenden Arbeit die $D_{13}(1520)$-Resonanz und insbesondere ihre Kopplung an den $N\rho$-Kanal eine wichtige Rolle spielen, vergleichen wir in Abbildung 2.5 den Beitrag dieser Resonanz zur $\pi N \to N\rho$-Amplitude mit den in [63] aus den experimentellen Daten gewonnenen Werten. Aufgrund der Bedeutung von nicht-resonanten Untergrundtermen kann die Breit-Wigner-Amplitude allein die Daten nicht beschreiben. Man sieht aber, daß die resonante Struktur durch den Beitrag der D_{13}-Resonanz sehr gut reproduziert wird. Die hier verwendeten Parameter der D_{13}-Resonanz scheinen daher mit nicht allzu großen Unsicherheiten behaftet zu sein.

2.4.4 Lebensdauern der Resonanzen

In den vergangenen Jahren wurde häufig die Frage diskutiert, wie die Lebensdauern von Resonanzen in Transportsimulationen zu behandeln sind, das heißt wie die Lebensdauer τ von der Breite Γ abhängt (zum Beispiel in [64, 65, 52, 66]). In unserem Formalismus läßt sich diese Frage jedoch sofort beantworten. Wir betrachten wieder das obige Beispiel der Kopplung einer Resonanz R an die Teilchen a und b. Die Transportgleichung (2.66) für die spektrale Phasenraumverteilungsfunktion F_R läßt sich mit den Gleichungen (2.68), (2.47) und unter der Annahme, daß $f_a = f_b = 0$, schreiben als:

$$\frac{d}{dt}F_R = -\frac{p_R^0}{\mu_R}\Gamma_{R\to ab}F_R, \tag{2.81}$$

wobei $\Gamma_{R\to ab}$ die Zerfallsbreite der Resonanz in ihrem Ruhesystem angibt. Damit erhalten wir unmittelbar für die Lebensdauer τ der Resonanz in ihrem Ruhesystem:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{R\to ab}(\mu_R)}, \tag{2.82}$$

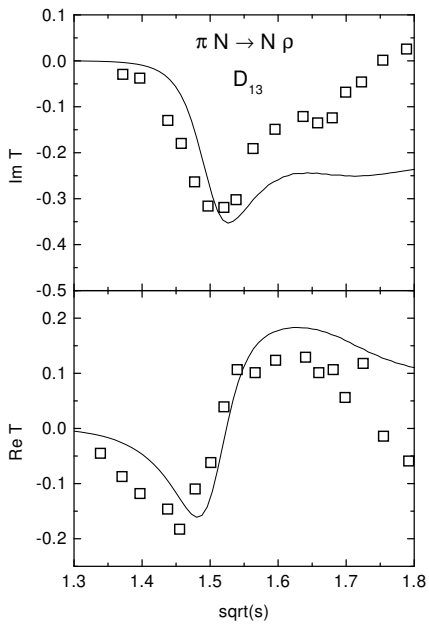

Abbildung 2.5: Imaginär- und Realteil der $\pi N \to N\rho$-Streuamplitude im D_{13}-Kanal. Die Punkte enstammen der Analyse in [57]. Die Linien sind die Beiträge der D_{13}-Resonanz gemäß Gleichung (2.78).

wobei wir zur Verdeutlichung die explizite Abhängigkeit der Zerfallsbreite von der invarianten Masse μ_R kenntlich gemacht haben. Gleichung (2.82) ist gerade der Ausdruck für die Lebensdauer, der üblicherweise in Transportsimulationen Verwendung findet. Das in $\Gamma_{R\to ab}$ eingehende Matrixelement ist über das Prinzip des detaillierten Gleichgewichts (detailed balance), also Zeitumkehrinvarianz, mit dem Matrixelement verknüpft, das die Produktion der Resonanz R in Kollisionen der Teilchen a und b bestimmt (Gleichungen (2.50), (2.70)). Daher sind die Lebensdauern der Resonanzen eindeutig mit den in ihre Produktion eingehenden Breiten festgelegt.

In [64, 65] wurde im Rahmen einer nicht-relativistischen Rechnung die Zeitverzögerung τ_s, die ein Wellenpaket bei der Streuung an einem Potential erleidet, berechnet. Für die Partialwelle mit Bahndrehimpuls l ergab sich folgendes Resultat:

$$\tau_s = \frac{d\delta_l}{dE}, \tag{2.83}$$

wobei hier δ_l die Streuphase und E die Energie bezeichnen. Nicht-relativistisch ist die Streuphase im Falle einer Breit-Wigner-Resonanz analog zu Gleichung (2.80) gegeben als:

$$\tan\delta = \frac{\Gamma/2}{E_R - E}. \tag{2.84}$$

In Abbildung 2.6 zeigen wir am Beispiel der $\Delta(1232)$-Resonanz, daß die sich ergebende Zeitverzögerung sehr stark von der Lebensdauer in Gleichung (2.82) abweicht. Auf dem Resonanzpol ist τ_s etwa einen Faktor 2 größer als $1/\Gamma$. Für kleine invariante Δ-Massen divergiert die von uns verwendete Lebensdauer, da die Breite an der Schwelle, die hier

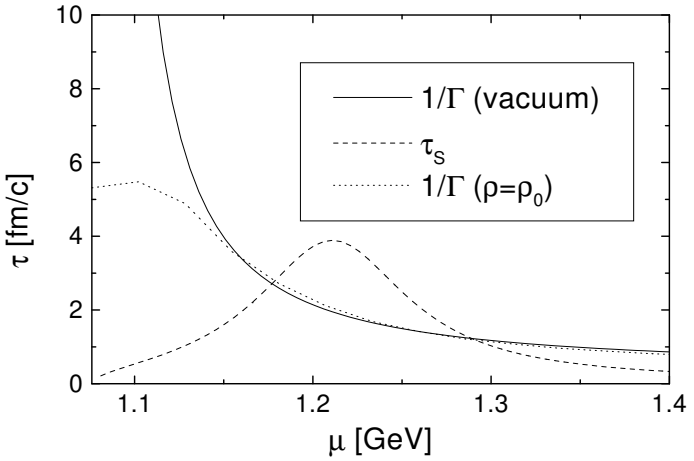

Abbildung 2.6: Lebensdauer der $\Delta(1232)$-Resonanz in ihrem Ruhesystem als Funktion der invarianten Masse. Die durchgezogene Kurve ist die in unserem Modell verwendete Lebensdauer nach Gleichung (2.82) unter Verwendung der Vakuumbreite. Die gestrichelte Linie ist die Zeitverzögerung gemäß Gleichung (2.84). Die gepunktete Linie ergibt sich aus Gleichung (2.82) mit der totalen In-Medium-Breite der Δ-Resonanz bei Dichte ρ_0.

durch die Summe von Nukleonen- und Pionenmasse gegeben ist, gegen null geht. Die Zeitverzögerung τ_s zeigt demgegenüber ein gänzlich anderes Verhalten. Sie fällt mit kleiner werdender invarianter Masse ab und verschwindet an der Schwelle.

In Kapitel 4.1 werden wir auf die Berechnung der totalen In-Medium-Breite der Δ-Resonanz eingehen. Die sich aus der totalen Breite bei Dichte ρ_0 (siehe Abbildung 4.2) ergebende Lebensdauer ist in Abbildung 2.6 als gepunktete Linie dargestellt. Da die Kollisionsbreite an der Schwelle nicht verschwindet, tritt nun keine Divergenz der Lebensdauer mehr auf.

Man darf die Zeitverzögerung τ_s nicht als Lebensdauer von Resonanzen in semiklassischen Transporttheorien interpretieren. Um dies genauer zu beleuchten, betrachten wir als Beispiel die Δ-Resonanz und untersuchen den Einfluß ihrer Lebensdauer auf die Pionenabsorption, wobei wir hier die folgenden Wechselwirkungen berücksichtigen: $\Delta \leftrightarrow N\pi$ und $NN \leftrightarrow \Delta N$. Pionenabsorption wird daher über das in Abbildung 2.7 dargestellte Diagramm beschrieben. Die Absorptionsrate $\Gamma_{\pi NN\to NN}$ für ein Pion in isospinsymmetrischer Kernmaterie ist zunächst gegeben als:

$$\Gamma_{\pi NN\to NN} = \frac{1}{2p_\pi^0}\int g\frac{d^3p_a}{(2\pi)^3 2p_a^0} f_a g\frac{d^3p_b}{(2\pi)^3 2p_b^0} f_b \frac{d^3p_c}{(2\pi)^3 2p_c^0}(1-f_c)\frac{d^3p_d}{(2\pi)^3 2p_d^0}(1-f_d)\times$$
$$\times (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_\pi + p_a + p_b - p_c - p_d)\frac{1}{4}\overline{|\mathcal{M}_{\pi ab\to cd}|^2}, \quad (2.85)$$

wobei das Matrixelement über die Spins und Isospins der einlaufenden Teilchen gemittelt und über die der auslaufenden summiert sein soll[6]. Für dieses Matrixelement

[6]Der Faktor $\frac{1}{4}$ ergibt sich aus den beiden identischen Nukleonen im Anfangs- und Endzustand.

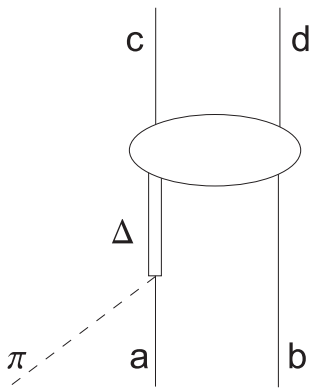

Abbildung 2.7: Graph zur Pionenabsorption über eine intermediäre $\Delta(1232)$-Resonanz.

nehmen wir wie in Gleichung (2.54) Faktorisierung an:

$$\overline{|\mathcal{M}_{\pi ab\to cd}|^2} = \overline{|\mathcal{M}_{\pi a\to\Delta}|^2}\,|P_\Delta|^2\,\overline{|\mathcal{M}_{\Delta b\to cd}|^2} + \overline{|\mathcal{M}_{\pi b\to\Delta}|^2}\,|P_\Delta|^2\,\overline{|\mathcal{M}_{\Delta a\to cd}|^2}. \tag{2.86}$$

Gleichung (2.85) wird nun verglichen mit der Pionenabsorptionsrate, die sich ergibt, wenn die Δ-Resonanz explizit propagiert wird. Die Absorption geschieht dann als Zweistufenprozeß. Zuerst erzeugt das Pion an einem Nukleon eine Δ-Resonanz, die dann in einem zweiten Schritt mit einem Nukleon stößt. Die sich hieraus ergebende Rate ist das Produkt der Rate $\Gamma_{\pi N\to\Delta}$ für die Absorption des Pions und der Zerfallswahrscheinlichkeit $p_{\Delta N\to NN}$ der Δ-Resonanz in den NN-Kanal:

$$\Gamma^{two-step}_{\pi NN\to NN} = \int d^3p_\Delta d\mu_\Delta \frac{d\Gamma_{\pi N\to\Delta}}{d^3p_\Delta d\mu_\Delta} p_{\Delta N\to NN}, \tag{2.87}$$

wobei (analog zu Gleichung (2.70)) unter der Annahme, daß $f_\Delta \ll 1$:

$$\frac{d\Gamma_{\pi N\to\Delta}}{d^3p_\Delta d\mu_\Delta} = \frac{1}{2p^0_\pi}\int \frac{1}{(2\pi)^3 2p^0_\Delta} g\frac{d^3p_a}{(2\pi)^3 2p^0_a} f_a (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_\Delta - p_\pi - p_a)\overline{|\mathcal{M}_{ab\to R}|^2}\mathcal{A}_\Delta. \tag{2.88}$$

Die Wahrscheinlichkeit $p_{\Delta N\to NN}$ ist:

$$p_{\Delta N\to NN} = \frac{1/\tau_{\Delta N\to NN}}{1/\tau^\Delta_{tot}} \tag{2.89}$$

mit

$$\frac{1}{\tau_{\Delta N\to NN}} = \frac{1}{2p^0_\Delta}\int g\frac{d^3p_b}{(2\pi)^3 2p^0_b} f_b \frac{d^3p_c}{(2\pi)^3 2p^0_c}(1-f_c)\frac{d^3p_d}{(2\pi)^3 2p^0_d}(1-f_d)\times$$
$$\times (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_\Delta + p_b - p_c - p_d)\frac{1}{2}\overline{|\mathcal{M}_{\Delta b\to cd}|^2}. \tag{2.90}$$

Damit ergibt sich die Rate $\Gamma^{two-step}_{\pi NN\to NN}$ aus Gleichung (2.87) nach Ausführung der Integration über den Viererimpuls der Δ-Resonanz zu:

$$\Gamma^{two-step}_{\pi NN\to NN} = \frac{1}{2p^0_\pi}\int g\frac{d^3p_a}{(2\pi)^3 2p^0_a} f_a g\frac{d^3p_b}{(2\pi)^3 2p^0_b} f_b \frac{d^3p_c}{(2\pi)^3 2p^0_a}(1-f_c)\frac{d^3p_d}{(2\pi)^3 2p^0_a}(1-f_d)\times$$
$$\times (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_\pi + p_a + p_b - p_c - p_d)\frac{1}{4}\overline{|\mathcal{M}_{\pi ab\to cd}|^2}\frac{\Gamma^\Delta_{tot}}{1/\tau^\Delta_{tot}}. \tag{2.91}$$

Dies entspricht nur dann der korrekten Rate aus Gleichung (2.85), falls

$$\tau_{tot}^{\Delta} = \frac{1}{\Gamma_{tot}^{\Delta}}.$$

Aus Gleichung (2.91) sieht man nun auch leicht, welche Effekte sich aus einer Modifikation von τ ergeben. Wird τ vergrößert, ergibt sich eine Verstärkung der Pionenabsorption, weil dann die Δ-Resonanz länger lebt, und die Wahrscheinlichkeit, daß sie absorbiert wird, bevor sie zerfallen kann, steigt.

2.5 Der Kollisionsterm

Nachdem wir die in unserem Modell zu lösende Transportgleichung sowie die Eigenschaften der berücksichtigten Teilchen erläutert haben, können wir uns nun der spezifischen Ausgestaltung des Kollisionsterms zuwenden. Da es bislang kein Modell gibt, das die zuverlässige Berechnung von In-Medium-Übergangsraten für die Vielzahl der in unserem Modell berücksichtigten Prozesse erlaubt, verwenden wir normalerweise Vakuumwirkungsquerschnitte, die lediglich aufgrund des möglichen Pauli-Blockings für auslaufende Fermionen modifiziert werden, und beschränken uns auf Zweiteilchen-Stöße. In der vorliegenden Arbeit hat sich allerdings gezeigt, daß für die Δ-Resonanz Mehrteilchenstöße wichtig sind. Deshalb gehen wir in Kapitel 2.5.5 auch auf die transporttheoretische Behandlung von Mehrteilchenstößen ein.

2.5.1 Baryon-Baryon-Stöße

Für invariante Energien $\sqrt{s} < 2.6$ GeV werden folgende Prozesse berücksichtigt:

$$\begin{aligned}
NN &\rightarrow NN \\
NN &\leftrightarrow NR \\
NN &\leftrightarrow \Delta(1232)\Delta(1232) \\
NN &\leftrightarrow NN\pi \\
NN &\rightarrow NN\omega \\
NR &\leftrightarrow NR' \\
BB &\rightarrow NYK \\
BB &\rightarrow NY^{\star}K \\
BB &\rightarrow NNK\bar{K},
\end{aligned}$$

wobei hier R für eine Nukleonenresonanz, Y für ein Λ oder ein Σ und $Y^{\star}$ für eine Hyperonresonanz stehen. In den Strangeness-Produktionsprozessen bezeichnet B ein Nukleon oder eine Nukleonenresonanz. Im Anhang A.1 geben wir alle verwendeten Parametrisierungen für die Wirkungsquerschnitte und die Winkelverteilungen explizit an und zeigen, daß die experimentellen Daten für diese elementaren Prozesse sehr gut beschrieben werden. Hier erwähnen wir lediglich, daß die Matrixelemente der Resonanzproduktion in Nukleon-Nukleon-Stößen an experimentelle Daten zur Ein- und Zweipionenproduktion sowie zur ρ^0-Produktion angepaßt wurden.

Für invariante Energien oberhalb von 2.6 GeV in Baryon-Baryon-Stößen verwenden wir das Lund-Stringmodell FRITIOF [59], auf das wir in Kapitel 2.5.4 eingehen.

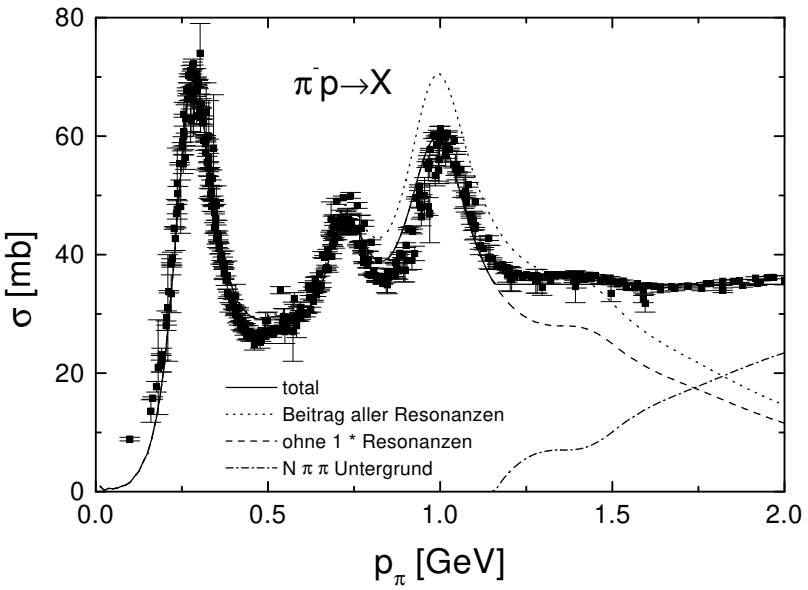

Abbildung 2.8: Der totale $\pi^- p$-Wirkungsquerschnitt. Die experimentellen Daten sind [67] entnommen.

2.5.2 Meson-Baryon-Stöße

Im Falle von Meson-Baryon-Stößen verwenden wir das Stringmodell für $\sqrt{s} > 2.2$ GeV. Für kleinere Energien kommt der dominante Beitrag von den oben beschriebenen Baryonenresonanzen. Die Resonanzbeiträge zu den verschiedenen Wirkungsquerschnitten ergeben sich mit Gleichungen (2.52) und (2.77) als inkohärente Summe von Breit-Wigner-Wirkungsquerschnitten. Da wir die Resonanzen explizit propagieren, ist es unmöglich, Interferenzeffekte zu berücksichtigen. Diese Vernachlässigung der Interferenzterme sollte jedoch keinen großen Einfluß auf totale Wirkungsquerschnitte haben, da hier nur Resonanzen mit den gleichen Quantenzahlen interferieren und diese für gewöhnlich in ihrer Masse weit genug auseinanderliegen.

Der Meson-Baryon-Kollisionsterm in unserem Modell enthält vollständige Teilchen-Antiteilchen-Symmetrie. Im folgenden beziehen wir uns lediglich der Übersichtlichkeit halber immer auf Reaktionen mit Baryonen-Quantenzahl $B = 1$.

Strangeness S = 0

Im Strangeness $S = 0$-Kanal spielen Pion-Nukleon-Kollisionen die größte Rolle. In den Abbildungen 2.8 und 2.9 zeigen wir die totalen $\pi^- p$- und $\pi^+ p$-Wirkungsquerschnitte. Die gepunktete Linie ist jeweils die Summe der Beiträge aller in Tabelle 2.2 aufgeführten Resonanzen. Während diese Summe die experimentellen Daten im Falle der $\pi^+ p$-Streuung recht gut beschreiben kann, sieht man, daß die Daten in der $\pi^- p$-Streuung für Pionenimpulse um 1 GeV deutlich überschätzt werden. Aus diesem Grunde vernachlässigen wir, wie bereits in Kapitel 2.3 dargestellt, die Resonanzen, die in [57] mit nur einem Stern bewertet wurden. Aus Abbildung 2.8 sieht man, daß der re-

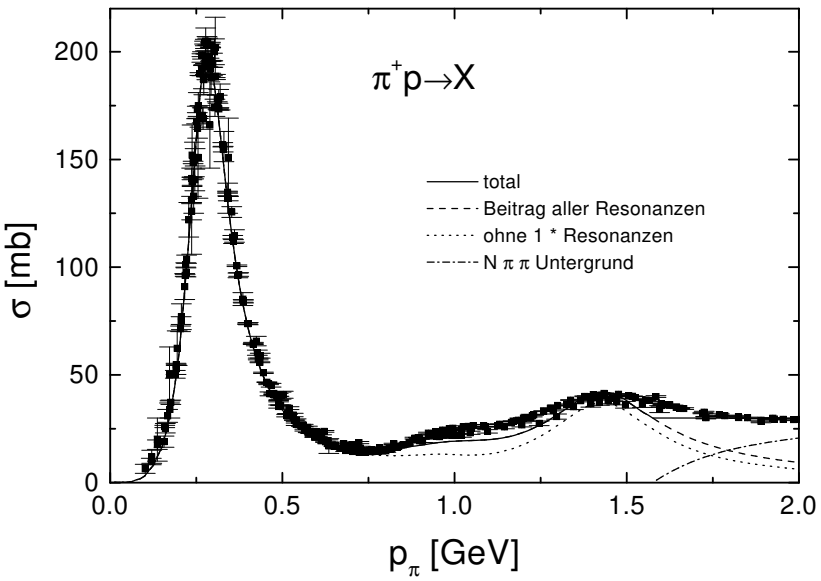

Abbildung 2.9: Der totale π^+p-Wirkungsquerschnitt. Die experimentellen Daten sind [67] entnommen.

sultierende Wirkungsquerschnitt die Daten für π^-p nun bis zu Pionenimpulsen von etwa 1.2 GeV ($\sqrt{s} = 1.78$ GeV) hervorragend beschreibt. Für höhere Energien zeigt der experimentelle Wirkungsquerschnitt ein Sättigungsverhalten bei etwa 35 mb. Die Resonanzbeiträge fallen jedoch mit zunehmender Energie ab. Die Differenz zwischen den experimentellen Daten und den Resonanzbeiträgen behandeln wir als zusätzlichen Zweipionen-Untergrund:

$$\sigma^{bg}_{\pi N\to N\pi\pi} = \sigma^{exp}_{\pi N\to X} - \sum_R \sigma_{\pi N\to R} \tag{2.92}$$

Dieser Beitrag ist in Abbildung 2.8 als strich-gepunktete Linie dargestellt. Wir verteilen diesen Wirkungsquerschnitt gleichmäßig auf die möglichen Isospinkanäle der auslaufenden Teilchen.

Im Falle der π^+p-Streuung behandeln wir den Beitrag der 1-Stern-Resonanzen zu $\pi^+p \to \pi^+p$ und $\pi^+p \to N\pi\pi$ als nicht-resonanten Untergrund:

$$\sigma^{bg}_{\pi^+p\to\pi^+p} = \sum_{\substack{R\\1-Stern}} \sigma_{\pi^+p\to R\to\pi^+p} \tag{2.93}$$

$$\sigma^{bg}_{\pi^+p\to N\pi\pi} = \sum_{\substack{R\\1-Stern}} \sigma_{\pi^+p\to R\to N\pi\pi} \tag{2.94}$$

Für Impulse oberhalb von 1.5 GeV benötigen wir, wie im Fall der π^-p-Streuung, einen zusätzlichen Zweipionen-Untergrund, den wir gemäß Gleichung (2.92) bestimmen.

In Abbildung 2.10 vergleichen wir die resultierenden Wirkungsquerschnitte für elastische Streuung, Ladungsaustausch sowie Zweipionen- und Etaproduktion in π^-p-

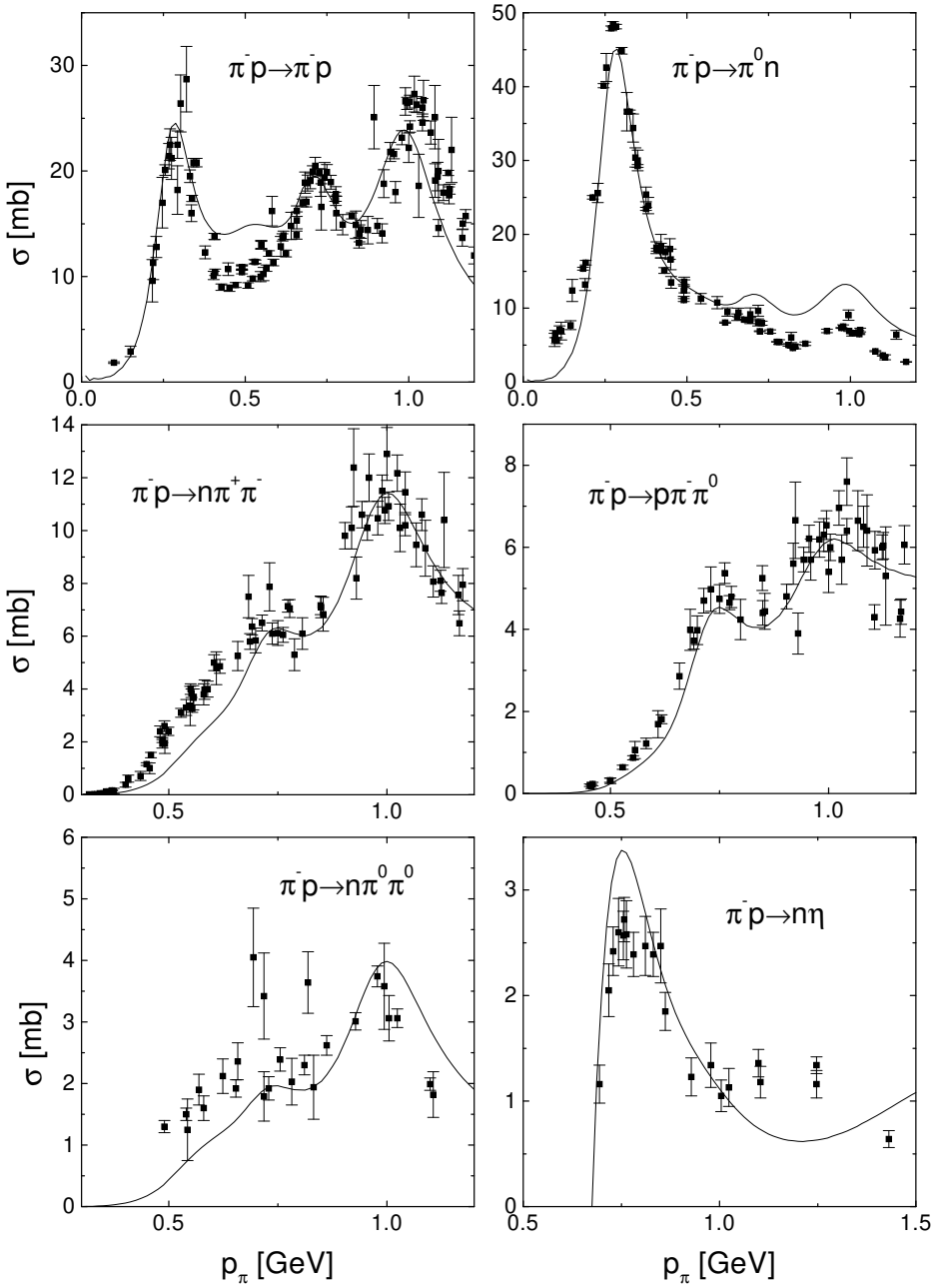

Abbildung 2.10: $\pi^- p$-Wirkungsquerschnitte für elastische Streuung, Ladungsaustausch, Zweipionen- und Etaproduktion. Die experimentellen Daten sind [67] entnommen.

Kollisionen mit experimentellen Daten. Man sieht, daß das von uns verwendete einfache Resonanzmodell eine sehr gute Beschreibung der verschiedenen Kanäle liefert. Hier sollten wir bemerken, daß in der Manley-Analyse [57] neben den Resonanzbeiträgen auch Untergrundbeiträge zu den verschiedenen Partialwellenamplituden berücksichtigt wurden, die mit den Resonanzen kohärent aufaddiert wurden. Da zum einen diese

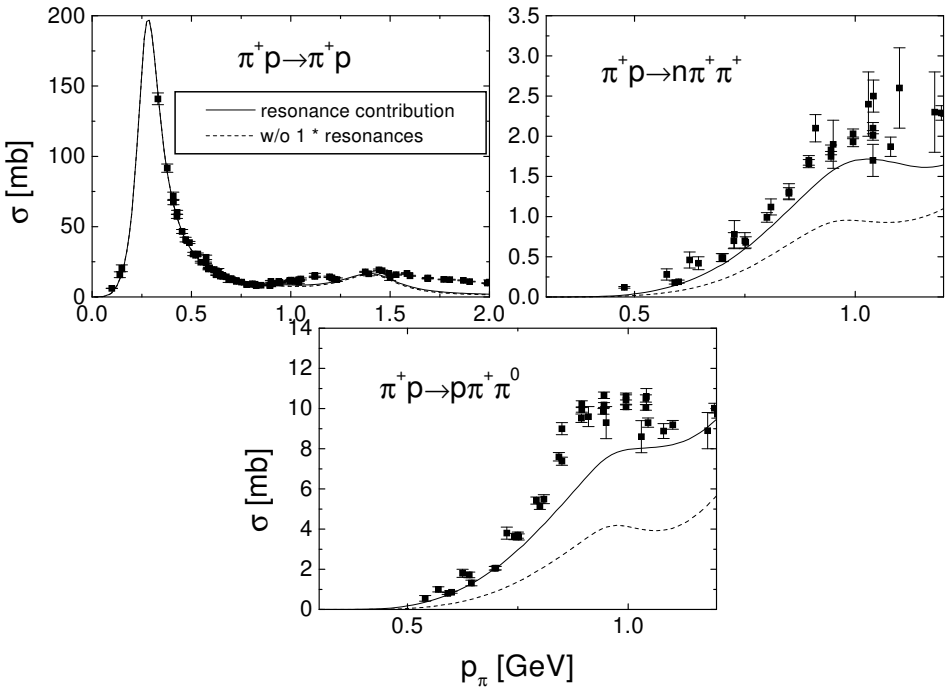

Abbildung 2.11: π^+p-Wirkungsquerschnitte für elastische Streuung und Zweipionenproduktion. Die experimentellen Daten sind [67] entnommen.

Untergrundbeiträge aus [57] nicht rekonstruierbar sind und zum anderen Interferenzeffekte in unserem Modell aufgrund der expliziten Propagation der Resonanzen nicht berücksichtigt werden können, werden die Untergrundbeiträge hier vernachlässigt. Die in Abbildung 2.10 gezeigte sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten unterstützt dieses Vorgehen und läßt darauf schließen, daß nicht-resonante Beiträge in der πN-Streuung im betrachteten Energiebereich klein sind.

Die Wirkungsquerschnitte zur elastischen Streuung und Zweipionenproduktion in π^+p-Kollisionen sind in Abbildung 2.11 dargestellt. Auch hier ergibt sich – nun unter zusätzlichem Einschluß der 1-Stern-Resonanzen – eine sehr gute Beschreibung der experimentellen Daten.

Für π^0p-Streuung ergeben sich die Wirkungsquerschnitte aus Isospinsymmetrie zu:

$$\sigma_{\pi^0 p} = \frac{1}{2}(\sigma_{\pi^+ p} + \sigma_{\pi^- p}).$$

Die Wirkungsquerschnitte für Pion-Neutron-Streuung erhält man unmittelbar über Isospinspiegelungen, zum Beispiel $\sigma_{\pi^+ n \to n\pi^+\pi^0} = \sigma_{\pi^- p \to p\pi^-\pi^0}$.

In Abbildung 2.12 vergleichen wir die Resonanzbeiträge zu $\pi^- p \to n\rho^0$ mit den experimentellen Daten aus [68]. Während die Daten für invariante Energien $\sqrt{s}$ oberhalb von 1.8 GeV zufriedenstellend beschrieben werden, erkennt man eine sehr große Diskrepanz für kleinere Energien, insbesondere im Bereich der $D_{13}(1520)$-Resonanz. Die invarianten Massen der bei diesen Energien produzierten ρ-Mesonen liegen deutlich unterhalb der Polmasse $m_\rho^0 = 0.77$ GeV. In [68] wurde der Wirkungsquerschnitt

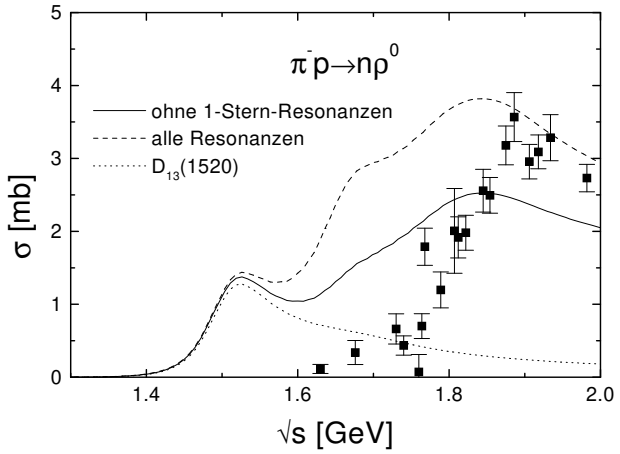

Abbildung 2.12: Wirkungsquerschnitt für $\pi^- p \to n\rho^0$. Die experimentellen Daten stammen aus [68].

$\pi^- p \to n\rho^0$ über einen Fit an das invariante Massenspektrum der auslaufenden Pionen in $\pi^- p \to n\pi^+\pi^-$ unter Berücksichtigung eines Untergrundterms, für den eine homogene Phasenraumverteilung der Pionen angenommen wurde, bestimmt. Bei kleinen $\sqrt{s}$ werden allerdings die Spektren des ρ-Beitrags und des Untergrundes sehr ähnlich, wodurch eine Bestimmung des ρ-Wirkungsquerschnittes mit dieser Methode praktisch unmöglich wird. Die in [63] durchgeführte Partialwellen-Analyse der πN-Streuung, in der alle verfügbaren Daten zu $\pi N \to \pi N$ und $\pi N \to \pi\pi N$ berücksichtigt wurden, geht erheblich über diese einfache Analyse hinaus. Das ρ-Meson in [63] repräsentiert auch wirklich das physikalische ρ-Meson und ist nicht nur eine Parametrisierung des Zweipionenzustandes mit $J = 1, I = 1$, da in [63] die in [69] an die entsprechende $\pi\pi$-Streuphase angepaßte ρ-Spektralfunktion verwendet wurde. Desweiteren wurde in anderen, zu [57] ähnlichen Analysen ebenfalls eine große Kopplung der D_{13}-Resonanz an den $N\rho$-Kanal gefunden [70]. Aus diesen Gründen gehen wir davon aus, daß die experimentellen Daten in [68] zur ρ-Produktion lediglich die Bildung von ρ-Mesonen mit der Polmasse $m_\rho^0 = 770$ MeV beschreiben.

In Abbildung 2.13 ist der aus unserem Resonanzmodell resultierende totale ρN-Wirkungsquerschnitt für verschiedene invariante Massen des ρ-Mesons dargestellt. Zum einen sieht man, insbesondere für kleine invariante Massen, ausgeprägte Resonanzstrukturen, die durch die $D_{13}(1520)$-Resonanz dominiert werden. Zum anderen ist erkennbar, daß der Wirkungsquerschnitt unter Einbeziehung der 1-Stern-Resonanzen für invariante ρ-Massen im Bereich der Polmasse etwa einen Faktor 2 über dem von uns verwendeten liegt. Der relative Beitrag der 1-Stern-Resonanzen ist also deutlich größer als in den pioninduzierten Reaktionen. Dies liegt einfach daran, daß die Resonanzen an Partialwellen-Amplituden der Pion-Nukleon-Streuung angepaßt wurden und daher Resonanzen mit einer großen πN-Kopplung generell leichter identifizierbar sind als Resonanzen mit einer großen ρN-Kopplung. Da zur Zeit noch keine zuverlässigen mikroskopischen Modelle zur ρN-Streuung verfügbar sind, ist es auch nicht möglich, die Unsicherheiten bezüglich des ρN-Wirkungsquerschnittes mit Hilfe anderer Model-

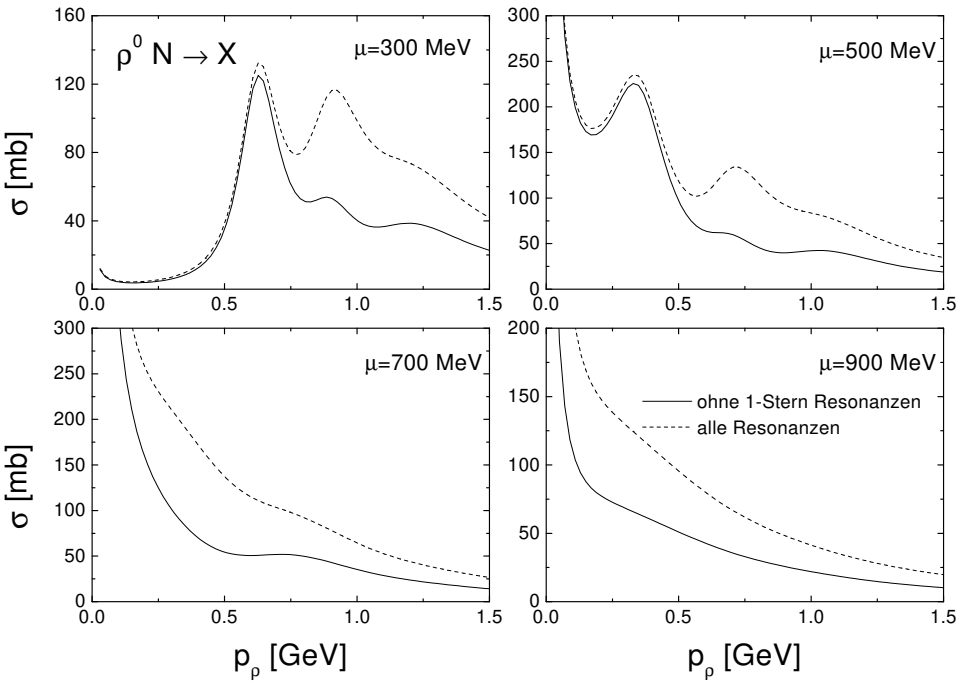

Abbildung 2.13: Der Wirkungsquerschnitt $\rho^0 N \to X$ als Funktion des ρ-Impulses im Ruhesystem des Nukleons für verschiedene invariante Massen des ρ-Mesons. Für die Berechnung der gestrichelten Linien wurden alle Resonanzen berücksichtigt, für die durchgezogenen nur diejenigen mit einem Status von mindestens 2 Sternen.

le auszuräumen. In den in der vorliegenden Arbeit präsentierten Rechnungen sind wir stets von dem ρN-Wirkungsquerschnitt ohne die 1-Stern-Resonanzen ausgegangen, das heißt, wir haben keinen zusätzlichen Untergrund-Wirkungsquerschnitt berücksichtigt.

Neben den Resonanzbeiträgen und dem Untergrund für $\pi N \to \pi N$ und $\pi N \to \pi\pi N$ berücksichtigen wir die folgenden nicht-resonanten Prozesse ohne Strangeness:

$$\begin{aligned}
\pi N &\leftrightarrow \omega N \\
\pi N &\to \omega\pi N \\
\omega N &\to \pi\pi N \\
\omega N &\to \omega N \\
\pi N &\leftrightarrow \phi N \\
\phi N &\to \pi\pi N \\
\phi N &\to \phi N \\
\pi N &\leftrightarrow \eta\Delta(1232).
\end{aligned}$$

Die verwendeten Parametrisierungen der Wirkungsquerschnitte sind in Anhang A.2.1 angegeben. Für Prozesse mit ω-Mesonen müssen wir natürlich die Resonanzbeiträge des $G_{17}(2190)$ und des $P_{13}(1879)$, die in der Manley-Analyse an den $N\omega$-Kanal koppeln, von den totalen Wirkungsquerschnitten abziehen. In Abbildung 2.14 vergleichen

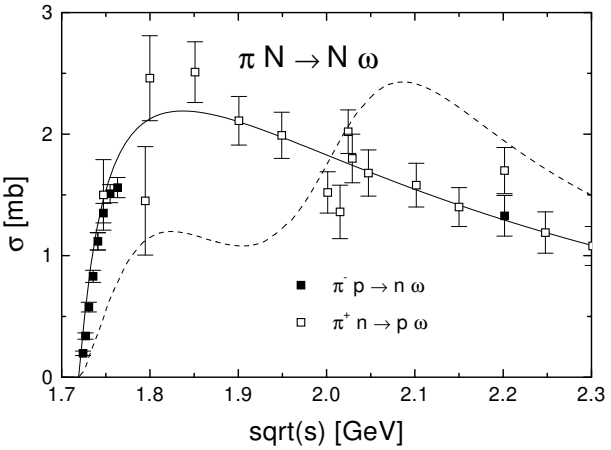

Abbildung 2.14: Der Wirkungsquerschnitt $\pi N \to \omega N$. Die durchgezogene Linie ist die Parametrisierung aus [71] (Gleichung (A.20)) und die gestrichelte ist die Summe der Resonanzbeiträge. Die experimentellen Daten stammen aus [67]. Aufgrund von Isospinsymmetrie ist $\sigma_{\pi^- p \to n\omega} = \sigma_{\pi^+ n \to p\omega}$.

wir die Parametrisierung des totalen Wirkungsquerschnittes zu $\pi N \to \omega N$ aus [71] (Gleichung (A.20)) mit diesen Resonanzbeiträgen. Man sieht, daß für $\sqrt{s}$ oberhalb von 2 GeV die Resonanzbeiträge den totalen Wirkungsquerschnitt übersteigen. Dies ist darauf zurückzuführen, daß – wie oben bereits angesprochen – der $N\omega$-Kanal in [57] nicht an experimentelle Daten angepaßt wurde, sondern lediglich dazu diente, fehlende Inelastizität zu absorbieren. Da jedoch die experimentellen Daten nicht dramatisch überschätzt werden, haben wir aus Konsistenzgründen darauf verzichtet, die entsprechenden Parameter nachzubessern. In dem Bereich, in dem die Resonanzbeiträge den totalen Wirkungsquerschnitt übersteigen, setzen wir den Untergrundwirkungsquerschnitt auf null. Der totale verwendete $\pi N \to N\omega$-Wirkungsquerschnitt ist damit durch das Maximum der durchgezogenen und der gestrichelten Linie in Abbildung 2.14 gegeben.

Im Strangeness S=0-Sektor benötigen wir darüberhinaus Wirkungsquerschnitte zur Strangenesserzeugung. Unser Modell beinhaltet die folgenden Prozesse:

$$\begin{aligned}
\pi N &\leftrightarrow \Lambda K \\
\pi N &\leftrightarrow \Sigma K \\
\pi N &\to N K \bar{K} \\
\pi \Delta &\leftrightarrow \Lambda K \\
\pi \Delta &\leftrightarrow \Sigma K \\
\pi \Delta &\to N K \bar{K}.
\end{aligned}$$

Die verwendeten Wirkungsquerschnitte sind in Anhang A.2.2 aufgeführt. Im Falle von $\pi N \to \Lambda K$ müssen wir – wie bei $\pi N \to N\omega$ – die Resonanzbeiträge vom totalen Wirkungsquerschnitt abziehen, um den nicht-resonanten Untergrundterm zu erhalten.

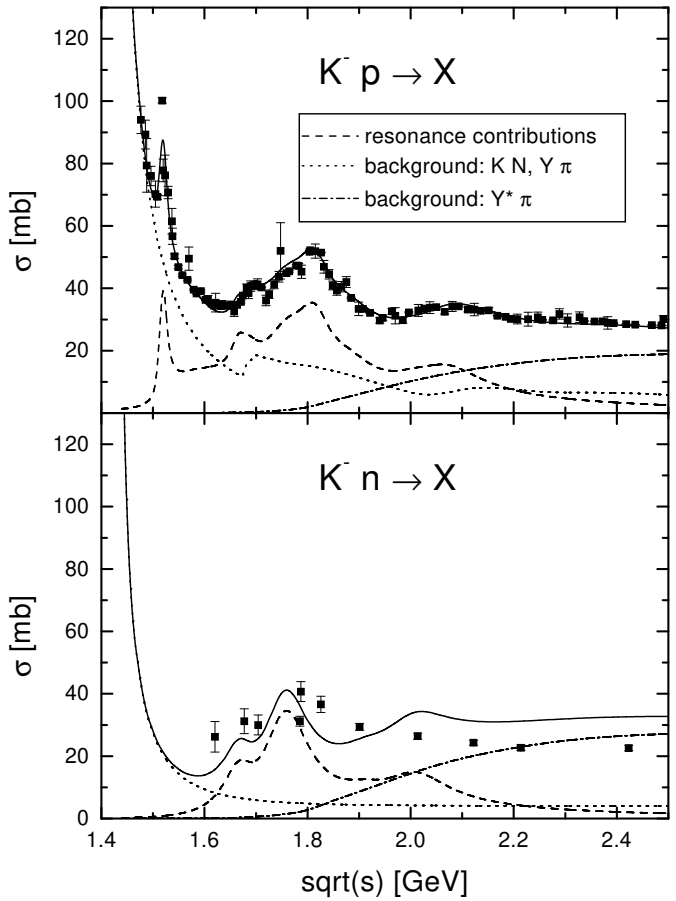

Abbildung 2.15: Totale Wirkungsquerschnitte (durchgezogene Linien) für K^-p- und K^-n-Kollisionen mit Resonanzbeiträgen (gestrichelte Linien), Beiträgen aus $\bar{K}N \to \bar{K}N, \pi Y$ (gepunktete Linien) sowie $\bar{K}N \to \pi Y^\star$ (strich-gepunktete Linien).

Strangeness S = −1

Im Strangeness $S = -1$- Kanal ist die Wechselwirkung von K^--Mesonen mit Nukleonen der experimentellen Messung zugänglich. Zunächst erhalten wir hier Beiträge zu den Wirkungsquerschnitten von den in Tabelle 2.3 aufgeführten Resonanzen. Im Gegensatz zur Pion-Nukleon-Streuung reichen diese Resonanzbeiträge jedoch auch für kleine $\sqrt{s}$ nicht aus, um die gemessenen Antikaon-Nukleon-Wirkungsquerschnitte zu beschreiben. Der Grund hierfür liegt zum Teil an der Präsenz des $\Lambda(1405)$, dessen Polmasse nur etwa 30 MeV unterhalb der Antikaon-Nukleon-Schwelle liegt, und das daher einen wichtigen Beitrag zu Antikaon-Nukleon-Wirkungsquerschnitten liefert. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit vernachlässigen wir jedoch eine Kopplung des $\Lambda(1405)$ an den $\bar{K}N$-Kanal. Anstelle dessen führen wir die folgenden nicht-resonanten Prozesse ein:

$$\begin{aligned} \bar{K}N &\to \bar{K}N \\ \bar{K}N &\leftrightarrow \pi\Lambda \\ \bar{K}N &\leftrightarrow \pi\Sigma \end{aligned}$$

$$\bar{K}N \quad \leftrightarrow \quad \pi Y^{\star},$$

wobei hier $Y^{\star}$ für eine Hyperonen-Resonanz steht. In Anhang A.2.3 sind die verwendeten Parametrisierungen sowie der Vergleich mit den experimentellen Daten dargestellt. Hier zeigen wir in Abbildung 2.15 lediglich die totalen $K^{-}N$-Wirkungsquerschnitte mit den verschiedenen Beiträgen.

Strangeness S = 1

Im Strangeness $S = 1$-Kanal spielt hier nur die Kaon-Nukleon-Streuung eine Rolle. Aufgrund des $\bar{s}$-quarks können keine Baryonen-Resonanzen als s-Kanal-Resonanzen beitragen. Wir berücksichtigen die folgenden Prozesse:

$$\begin{aligned} KN &\rightarrow KN \\ KN &\rightarrow K\pi N, \end{aligned}$$

wobei der Kanal $KN \rightarrow K\pi N$ den gesamten inelastischen KN-Wirkungsquerschnitt absorbiert. Dies ist eine gute Näherung, da wir diese Wirkungsquerschnitte nur für invariante Energien $\sqrt{s} < 2.2$ GeV verwenden. Die verwendeten Parametrisierungen und der Vergleich mit den Daten finden sich in Anhang A.2.4.

2.5.3 Meson-Meson-Stöße

Für die Rechnungen in der vorliegenden Arbeit spielen Meson-Meson-Kollisionen eine unbedeutende Rolle. Bislang berücksichtigen wir daher im wesentlichen lediglich die Breit-Wigner-Beiträge der mesonischen Resonanzen, die sich gemäß Gleichung (2.52) ergeben. Der einzige nicht-resonante Kanal dient der Beschreibung von Strangeness-Produktion in Pion-Pion-Stößen:

$$\pi\pi \leftrightarrow K\bar{K}.$$

Die entsprechende Parametrisierung findet sich in Anhang A.3.

2.5.4 Das FRITIOF-Modell

Zur Beschreibung hochenergetischer Baryon-Baryon- und Meson-Baryon-Stöße sowie für Baryon-Antibaryon-Vernichtungsprozesse benutzen wir das Lund-Stringmodell FRITIOF [59, 72] mit den in [73, 74] verwendeten Parametern. In [73, 74] wurde gezeigt, daß dieses Modell eine sehr gute Beschreibung inklusiver Teilchenproduktion in elementaren Reaktionen liefert. Aus Platzgründen verzichten wir hier auf eine ausführliche Diskussion des Modells und verweisen auf [72, 73, 74]. Im folgenden wollen wir lediglich einige – für spätere Diskussionen benötigte – Modellinhalte erläutern.

Teilchenproduktion im FRITIOF-Modell geschieht als Zweistufenprozeß. Zunächst findet ein Impulsaustausch zwischen den einlaufenden Hadronen statt, der zur Bildung zweier angeregter Zustände mit den Quantenzahlen der einlaufenden Teilchen führt. In einem zweiten Schritt fragmentieren dann diese sogenannten Strings in beobachtbare Hadronen.

In Lichtkegelkoordinaten ($p_\pm = p_0 - p_3$) lassen sich die Impulse der einlaufenden Hadronen schreiben als:

$$P_1^i = (p_{+,1}, p_{-,1}, \vec{0}_T) = (p_{+,1}, \frac{m_1^2}{p_{+,1}}, \vec{0}_T) \tag{2.95}$$

$$P_2^i = (p_{+,2}, p_{-,2}, \vec{0}_T) = (\frac{m_2^2}{p_{-,2}}, p_{-,2}, \vec{0}_T), \tag{2.96}$$

wobei wir für das zweite Gleichheitszeichen benutzt haben, daß

$$p_+ \cdot p_- = m^2.$$

Nach dem Impulsübertrag erhalten die angeregten Hadronen die folgenden Lichtkegelimpulse:

$$P_1^f = (p_{+,1} + \frac{m_2^2}{p_{-,2}} - P_+^f, P_-^f, \vec{Q}_t) \tag{2.97}$$

$$P_2^f = (P_+^f, p_{-,2} + \frac{m_1^2}{p_{+,1}} - P_-^f, -\vec{Q}_t), \tag{2.98}$$

wobei P_-^f und P_+^f der folgenden Verteilung genügen:

$$dP \propto \frac{dP_-^f}{P_-^f}\frac{dP_+^f}{P_+^f}. \tag{2.99}$$

Der transversale Impulsübertrag Q_t gehorcht einer Gauß-Verteilung mit einer Breite von 0.5 GeV.

Im Lund-Modell werden Hadronen in einem einfachen Valenzquark-Bild beschrieben, das heißt, Baryonen bestehen aus drei Quarks, Mesonen aus einem Quark und einem Antiquark. Den oben beschriebenen Impulsübertrag auf das gesamte Hadron kann man auffassen als Impulsübertrag auf ein Valenzquark, welches sich damit von den anderen Valenzquarks fortbewegt und damit ein Farbfeld aufbaut. Dieses Gebilde wird als String bezeichnet. Dieser String kann durch die Bildung von Quark-Antiquark-Paaren (oder auch Diquark-Antidiquark-Paaren) aufbrechen. Es entstehen dann zwei neue Strings, die weiter fragmentieren können. Die Stringenden werden bei diesem Fragmentationsprozeß immer von den ursprünglichen Valenzquarks gebildet. Da zwischen den einlaufenden Hadronen kein Quark-Austausch stattfindet, sind somit einige Prozesse nicht möglich, zum Beispiel $NN \to NN\phi$ oder $\pi N \to \Lambda K$. Solche Prozesse sind vor allem bei kleinen Energien wichtig.

Neben den bezüglich der starken Wechselwirkung stabilen Hadronen werden im Lund-Modell als Endprodukte des Fragmentationsprozesses die folgenden Resonanzen und ihre Anti-Teilchen produziert: $\Delta(1232)$, $\Sigma(1385)$, ρ, ω, ϕ, K^*.

An dieser Stelle soll betont werden, daß es sich bei dem Lund-Modell nicht um ein einfaches Phasenraummodell handelt. Verteilte man zum Beispiel die Impulse der auslaufenden Teilchen gemäß Gleichung (2.44) homogen im Phasenraum, erhielte man eine symmetrische Verteilung von longitudinalen und transversalen Impulsen. Dies widerspräche klar den experimentellen Beobachtungen in hochenergetischen Teilchenkollisionen, nach denen die Form der Transversalimpulsverteilung nur schwach von der

Einschußenergie abhängt, wobei der mittlere Transversalimpuls recht klein ist und im Bereich einiger Hundert MeV liegt. Im physikalischen Bild des Lund-Modells ist dies auch sofort ersichtlich. Aufgrund von Confinement besitzt das Farbfeld des Strings nur eine geringe transversale Ausdehnung, was die Population von hohen Transversalimpulsen unterdrückt. Darüberhinaus liefert das Lund-Modell auch das relative Gewicht von Endzuständen mit einer verschiedenen Anzahl von Teilchen. Mit Gleichung (2.44) könnte man demgegenüber lediglich das relative Gewicht von verschiedenen Endzuständen mit der gleichen Anzahl von Teilchen – unter der Annahme, daß die auftretenden Matrixelemente nicht von den Teilchenspezies und den Impulsen abhängen – festlegen. Das Lund-Modell ist daher ein dynamisches Modell zur Teilchenproduktion.

Das FRITIOF-Modell liefert die relativen Häufigkeiten der verschiedenen hadronischen Endzustände, nicht aber Wirkungsquerschnitte. Um Wirkungsquerschnitte zu erhalten, muß der totale Wirkungsquerschnitt der jeweiligen Reaktion vorgegeben werden. Im Anhang A.4 sind die hierfür verwendeten Parametrisierungen aufgeführt.

Die Implementierung eines String-Modells in hadronische Transportmodelle erfordert stets die Einführung einer endlichen sogenannten Formationszeit. Dies ist die Zeit, die vom Beginn der Kollision vergeht, bis ein produziertes Teilchen als physikalisches Hadron vorliegt. Diese Zeit beinhaltet somit sowohl die Formation des Strings und dessen Fragmentation, als auch die eigentliche Formation der Hadronen aus den Konstituentenquarks. Im Ruhesystem des produzierten Hadrons sollte die Formationszeit daher in der Größenordnung der Ausdehnung dieses Hadrons liegen. In den Rechnungen dieser Arbeit wurde

$$\tau_f = 0.8\,\mathrm{fm/c} \tag{2.100}$$

für alle Teilchen als Formationszeit in ihrem Ruhesystem verwendet. Eine Ausnahme bilden die beiden Hadronen mit maximalem beziehungsweise minimalem Longitudinalimpuls im Schwerpunktsystem, die als Überreste der einlaufenden Hadronen betrachtet werden können. Für diese hier als „Leading Hadrons“ bezeichneten Hadronen wird keine Formationszeit verwendet, um, wie weiter unten gezeigt wird, eine gute Beschreibung der experimentellen Daten in Proton-Kern-Stößen zu erhalten. Die hier verwendete Definition der „Leading Hadrons“ weicht von der in [73, 52] ab. Dort werden als „Leading Hadrons“ die an den Stringenden gebildeten Hadronen bezeichnet. Dies sind dann neben unseren noch zwei weitere, da in einer Kollision zwei Strings gebildet werden. Für die weiteren Kollisionen dieser Hadronen werden in [73, 52] im Gegensatz zu unserem Modell reduzierte Wirkungsquerschnitte verwendet. In der Berechnung von Observablen sollten sich hieraus keine bedeutenden Unterschiede ergeben, da es keine allzu große Rolle spielt, ob zwei Hadronen mit vollen Wirkungsquerschnitten oder vier Hadronen mit entsprechend reduzierten Wirkungsquerschnitten von der Formationszeit ausgenommen sind. Für eine weiterführende Diskussion dieses Punktes verweisen wir auf [75].

Wir nehmen an, daß die Teilchen innerhalb ihrer Formationszeit nicht mit anderen Teilchen wechselwirken können. Diese Annahme ist, obwohl sie in allen hadronischen Transportmodellen gemacht wird [74, 52], äußerst fragwürdig. Insbesondere im Falle von Schwerionenkollisionen sind Effekte aufgrund überlappender Farbfelder nicht von vornherein als vernachlässigbar anzusehen. Die Berechnung solcher Effekte würde jedoch eine dynamische Berücksichtigung der partonischen Freiheitsgrade erfordern.

Bislang sind allerdings die Mechanismen, die zu Confinement führen, noch weitgehend unverstanden, so daß eine transporttheoretische Behandlung von Partonen und Hadronen in einem konsistenten Modell zur Zeit nicht möglich erscheint. In den vergangenen Jahren wurden zwar sogenannte Partonen-Kaskaden [76, 77, 78], also Transportmodelle, in denen Quarks und Gluonen als elementare Freiheitsgrade unter dem Einfluß eines Stoßterms propagiert werden, entwickelt. Zum einen sind aber die in diesen Modellen verwendeten Übergangsraten mit großen Unsicherheiten behaftet, da sich im Rahmen der QCD störungstheoretisch nur Prozesse mit hohen Impulsüberträgen behandeln lassen und es keine direkten experimentellen Informationen zur Parton-Parton-Streuung gibt. Zum anderen wird kein Farbfeld berücksichtigt. Bei der Berechnung von Schwerionenkollisionen wird daher sowohl der Übergang von der hadronischen in die partonische Phase als auch die Hadronisierung nicht dynamisch beschrieben.

Auf längere Sicht wird es unter Umständen möglich sein, die Dynamik partonischer Freiheitsgrade im Rahmen eines semi-klassischen, chromo-dielektrischen Modells (Friedberg-Lee-Modell) zu simulieren. Hierzu gibt es vielversprechende Ansätze [79]. Derzeit ist man jedoch noch weit davon entfernt, mit solchen Modellen nukleare Reaktionen zu beschreiben, da diese Modelle zum einen numerisch sehr aufwendig sind und zum anderen das konzeptionelle Problem der Behandlung von Teilchenproduktion noch ungelöst ist.

Aus pragmatischer Sicht sollte die hier verwendete Formationszeit als Parametrisierung unserer Ignoranz gegenüber der Rolle partonischer Freiheitsgrade angesehen werden. Wir sollten aber nicht den Blick dafür verlieren, daß es sich hierbei um eine sehr vereinfachte Beschreibung handelt. Insbesondere sind die Strings in unserem Modell, wie auch in allen anderen hadronischen Transportmodellen, keine dynamischen Freiheitsgrade. Das String-Modell dient vielmehr nur der Bereitstellung einer Vielzahl von hadronischen Übergangsraten.

In Abbildung 2.16 vergleichen wir die Resultate unseres Modells für die Rapiditätsverteilungen negativ geladener Hadronen in Proton-Kern- und Kern-Kern-Stößen bei SPS Energien mit experimentellen Daten. Man sieht, daß sowohl Form als auch Höhe der Spektren sehr gut beschrieben werden. Um den Effekt der Formationszeit zu verdeutlichen, zeigen wir auch jeweils die Ergebnisse mit Formationszeiten von 0, 0.4 und 1.2 fm/c. Die Rechnungen ohne Formationszeit führen zu einer drastischen Erhöhung der Teilchenmultiplizitäten und liefern deutlich schmalere Spektren. Demgegenüber erhalten wir mit Formationszeiten von 0.4 oder 1.2 fm/c nahezu unveränderte Resultate. Im Falle der Rechnung ohne Formationszeit haben die in primären Nukleon-Nukleon-Kollisionen produzierten hochenergetischen Teilchen die Möglichkeit, an einem sekundären Stoß teilzunehmen, wobei ihre kinetische Energie zur Produktion weiterer Teilchen verwendet werden kann. Bei diesen hochenergetischen Teilchen handelt es sich in erster Linie um Pionen. Aufgrund ihrer kleinen Masse korrespondiert zu einer hohen Energie ein sehr großes Lorentz-γ. Daher haben diese Pionen im Bezugssystem der sie umgebenden Nukleonen im Falle der Rechnung mit einem endlichen τ_F eine sehr große Formationszeit, die schon bei τ_F=0.4 fm/c so lang ist, daß diese Pionen an keiner weiteren Wechselwirkung mehr teilnehmen können. Die Variation der Formationszeit zwischen 0.4 und 1.2 fm/c beeinflußt also nur die Anzahl sekundärer Stöße relativ niederenergetischer Teilchen, in denen jedoch kaum zusätzliche Teilchen produziert werden können.

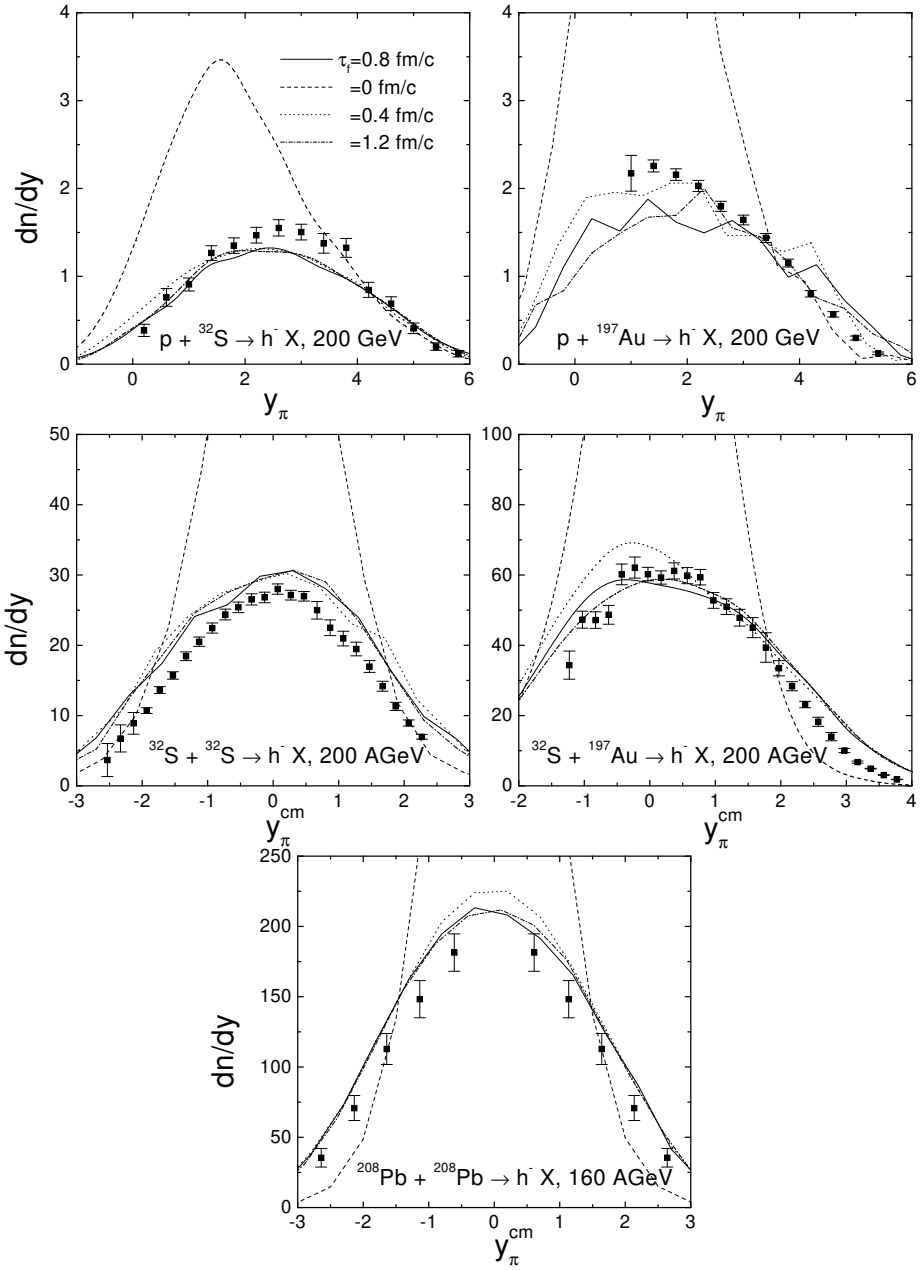

Abbildung 2.16: Rapiditätsverteilungen negativ geladener Hadronen in Proton-Kern- und zentralen Kern-Kern-Kollisionen bei SPS Energien. Es werden Resultate für verschiedene Werte der Formationszeit τ_F gezeigt: 0 fm/c (gestrichelte Linie), 0.4 fm/c (gepunktete Linie), 0.8 fm/c (durchgezogene Linie), 1.2 fm/c (strich-gepunktete Linie). Die experimentellen Daten stammen aus [80, 81]. In den protoninduzierten Reaktionen befindet sich das einlaufende Proton bei $y = 6.06$, in der S+S-Kollision befinden sich Target und Projektil bei $y_{cm} = \pm 3.03$. In S+Au beträgt die Rapidität des Schwefelkernes im Schwerpunktsystem $y_{cm} = 3.93$, die des Goldkernes $y_{cm} = -2.13$. In Pb+Pb befinden sich die einlaufenden Kerne bei $y_{cm} = \pm 2.92$.

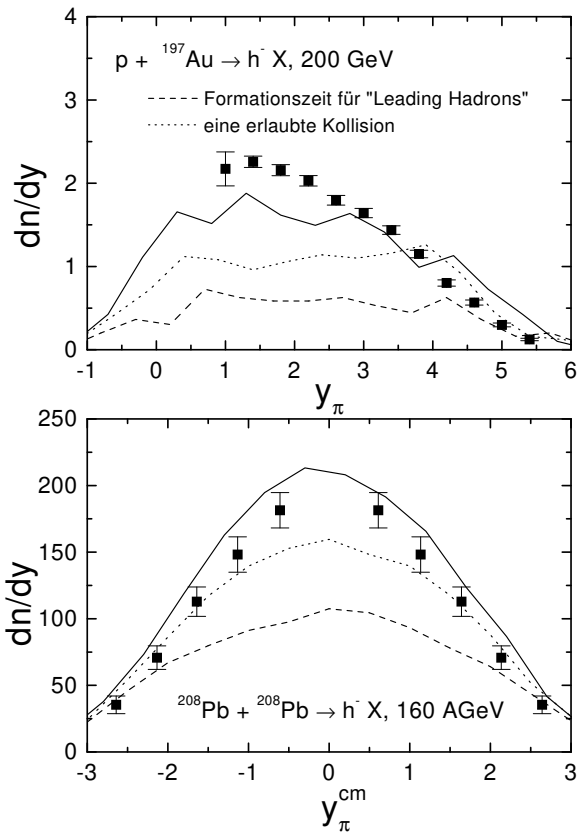

Abbildung 2.17: Rapiditätsverteilungen negativ geladener Hadronen in p+^{197}Au- und ^{208}Pb+^{208}Pb-Kollisionen. Für die gestrichelten Kurven wurde auch für die „Leading Hadrons“ die Formationszeit τ_F=0.8 fm/c verwendet. Für die gepunkteten Kurven wurde den „Leading Hadrons“ eine weitere Kollision innerhalb ihrer Formationszeit erlaubt. Die experimentellen Daten stammen aus [80, 81].

In Abbildung 2.17 zeigen wir die Abhängigkeit der Rapiditätsspektren von der Behandlung der „Leading Hadrons“ am Beispiel von p+Au- und Pb+Pb-Kollisionen. Insbesondere in der protoninduzierten Reaktion sieht man, daß bei einer Anwendung der Formationszeit auf die „Leading Hadrons“ die experimentellen Daten deutlich unterschätzt werden. Erlaubt man den „Leading Hadrons“ eine weitere Kollision innerhalb ihrer Formationszeit, wird die Teilchenmultiplizität zwar deutlich erhöht, die experimentellen Daten werden im Falle der p+Au-Reaktion jedoch immer noch um einen Faktor 2 unterschätzt.

Die gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten in Abbildung 2.16 ist erheblich besser als wir erwarten durften und möglicherweise ein Hinweis darauf, daß unser Modell tatsächlich die wesentlichen Aspekte der Partondynamik beinhaltet.

2.5.5 Mehrteilchenstöße

Üblicherweise werden in hadronischen Transportmodellen nur Zweiteilchenstöße berücksichtigt. Der Grund hierfür liegt zum einen darin, daß Zweiteilchenstöße numerisch leicht zu realisieren sind (siehe Kapitel 3.3.1). Zum anderen sind Zweiteilchenstöße, zum

Beispiel $NN \to NN$, der experimentellen Messung zugänglich, während Übergangsraten für Mehrteilchenstöße, wie $NNN \to NNN$, selbst im Vakuum nicht bekannt sind. Oben hatten wir bereits angesprochen, daß in unserem Modell auch der Prozeß $\pi NN \to NN$ enthalten ist. Dieser ergab sich aus der Forderung nach Zeitumkehrinvarianz und der Notwendigkeit eines nicht-resonanten Untergrundterms zur Einpionenproduktion in Nukleon-Nukleon-Kollisionen. Das Übergangsmatrixelement ist hier aufgrund des detaillierten Gleichgewichts festgelegt durch die Reaktion $NN \to NN\pi$. Später werden wir außerdem den Prozeß $\Delta(1232)NN \leftrightarrow NNN$ diskutieren. Deshalb soll im folgenden kurz die allgemeine Gestalt des Kollisionsterms für Mehrteilchenstöße besprochen werden.

Wir betrachten den Übergang von n Teilchen $a_1, \ldots, a_n$ in m Teilchen $b_1, \ldots, b_m$. Im Verlustterm der Transportgleichung für Teilchen a_1 erhalten wir:

$$\Sigma^{>}_{a_1} = \frac{1}{2p^0_{a_1}} \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}\Big(\sum_{i=1}^{n} p_{a_i} - \sum_{i=1}^{m} p_{b_i}\Big) \left(\prod_{i=2}^{n} g_{a_i} \frac{d^3p_{a_i} d\mu_{a_i}}{(2\pi)^3 2p^0_{a_i}} F_{a_i}\right) \times$$
$$\times \left(\prod_{i=1}^{m} \frac{d^3p_{b_i} d\mu_{b_i}}{(2\pi)^3 2p^0_{b_i}} \mathcal{A}_{b_i}(1 \pm f_{b_i})\right) S_{a_2,\ldots,a_n} S_{b_1,\ldots,b_m} \overline{|\mathcal{M}_{a_1,\ldots,a_n \to b_1,\ldots,b_m}|^2}, \quad (2.101)$$

wobei wir hier die in Kapitel (2.4) eingeführten Bezeichnungen verwendet haben. Analog zu Gleichung (2.101) ergibt sich im Gewinnterm:

$$\Sigma^{<}_{a_1} = \frac{1}{2p^0_{a_1}} \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}\Big(\sum_{i=1}^{n} p_{a_i} - \sum_{i=1}^{m} p_{b_i}\Big) \left(\prod_{i=1}^{m} g_{b_i} \frac{d^3p_{b_i} d\mu_{b_i}}{(2\pi)^3 2p^0_{b_i}} F_{b_i}\right) \times$$
$$\times \left(\prod_{i=2}^{n} \frac{d^3p_{a_i} d\mu_{a_i}}{(2\pi)^3 2p^0_{a_i}} \mathcal{A}_{b_i}(1 \pm f_{a_i})\right) S_{a_2,\ldots,a_n} S_{b_1,\ldots,b_m} \overline{|\mathcal{M}_{b_1,\ldots,b_m \to a_1,\ldots,a_n}|^2}. \quad (2.102)$$

2.6 Beschreibung photonuklearer Reaktionen

Zur Berechnung photonuklearer Reaktionen ist es aufgrund der vergleichsweise kleinen elektromagnetischen Kopplungskonstanten α nicht notwendig, eine Transportgleichung für das Photon zu lösen. In den in dieser Arbeit zu betrachtenden Photon-Kern-Reaktionen ist überdies die Photonenergie so groß, daß seine Wellenlänge klein ist gegenüber dem Abstand der Nukleonen. Daher können wir davon ausgehen, daß das Photon nur mit einzelnen Nukleonen wechselwirkt (impulse approximation). Da in unserem semi-klassischen Modell Interferenzeffekte nicht berücksichtigt werden können, ist der Wirkungsquerschnitt für jede Observable in einer Photon-Kern-Reaktion gegeben als inkohärente Summe der Beiträge der den Kern bildenden Nukleonen.

Um die Berechnung der Wirkungsquerschnitte formal zu erläutern, betrachten wir als Beispiel Pionenphotoproduktion und nehmen an, daß das Photon nur über einen Prozeß $\gamma N \to N\pi^0$, der unabhängig vom Isospin des Nukleons sein soll, mit einem Nukleon wechselwirkt. Der Wirkungsquerschnitt der inklusiven π-Produktion an einem Kern A ist nun im Rahmen einer lokalen Dichtenäherung für die primäre Photonab-

sorption [45] gegeben als:

$$\sigma_{\gamma A\to\pi X} = \frac{1}{2k^0}\int d^3rg\int^{p_F}\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2p_1^0}\Theta(p_F-|\vec{p}_1|)\frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0}\Theta(|\vec{p}_2|-p_F)\frac{d^3p_\pi}{(2\pi)^3 2p_\pi^0}\times$$
$$\times(2\pi)^4\delta^{(4)}(k+p_1-p_\pi-p_2)\overline{|\mathcal{M}_{\gamma N_1\to\pi^0 N_2}|^2}M_\pi(\vec{r},\vec{p}_2,\vec{p}_\pi), \quad (2.103)$$

wobei wir hier den Photonen-Vierimpuls mit k bezeichnet haben. Den Anfangszustand des Kerns beschreiben wir in einer lokalen Thomas-Fermi-Näherung (Gleichung (2.28)), und p_F bezeichnet den lokalen Fermi-Impuls (Gleichung (2.29)). Die Größe $M_\pi(\vec{r},\vec{p}_2,\vec{p}_\pi)$ gibt die asymptotische Anzahl von Pionen an, die sich als Lösung des gekoppelten Systems von Transportgleichungen bei Initialisierung eines Nukleons am Ort $\vec{r}$ mit Impuls $\vec{p}_2$ und eines Pions am gleichen Ort mit Impuls $\vec{p}_\pi$ ergibt:

$$M_\pi = \int d^3r\frac{d^3p}{(2\pi)^3}f_\pi(\vec{r},t=\infty,\vec{p}). \quad (2.104)$$

Gleichung (2.103) können wir mit Hilfe von Gleichung (2.42) auf die folgende anschauliche Form bringen:

$$\sigma_{\gamma A\to\pi X} = \int d^3rg\int^{p_F}\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3}d\Omega^{cm}\frac{k^0_{N_1}M_N}{kp_1^0}\frac{d\sigma^{cm}_{\gamma N_1\to\pi^0 N_2}}{d\Omega^{cm}}\Theta(|\vec{p}_2|-p_F)M_\pi(\vec{r},\vec{p}_2,\vec{p}_\pi), \quad (2.105)$$

wobei $k^0_{N_1}$ die Photonenergie im Ruhesystem des Nukleons mit Impuls $\vec{p}_1$ bezeichnet und die Aufschrift cm Größen im Schwerpunktsystem des Photons und dieses Nukleons kennzeichnet. Der Faktor

$$\frac{k^0_{N_1}M_N}{kp_1^0}$$

kann interpretiert werden als Lorentzfaktor für die Transformation des Wirkungsquerschnittes $\sigma_{\gamma N_1\to\pi^0 N_2}$ vom Ruhesystem des Nukleons ins Ruhesystem des Kernes [45] und ist für die Rechnungen der vorliegenden Arbeit unwesentlich, da die Photonenergie stets groß gegenüber der Fermienergie ist. Aus Gleichung (2.105) sieht man somit unmittelbar, daß der Photon-Kern-Wirkungsquerschnitt als Summe von (ins Ruhesystem des Kerns transformierten) Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitten geschrieben werden kann. Eine Verallgemeinerung von Gleichung (2.105) auf ein realistisches Modell mit verschiedenen elementaren Photon-Nukleon-Prozessen ist ebenso trivial wie die Berechnung anderer Observable.

2.6.1 Parametrisierung der Photon-Nukleon-Wechselwirkung

Für invariante Energien $\sqrt{s}$ oberhalb von 2.1 GeV verwenden wir wie im Falle der hadronischen Reaktionen das Lund-Modell, dessen Anwendung auf photonukleare Reaktionen wir weiter unten beschreiben. Für niedrigere Energien beinhaltet unser Modell

die folgenden Prozesse:

$$\begin{aligned}
\gamma N &\rightarrow N\pi \\
&\rightarrow R \quad (R = P_{33}(1232), D_{13}(1520), S_{11}(1535), F_{15}(1680)) \\
&\rightarrow N\pi\pi \\
&\rightarrow NV \quad (V = \rho^0, \omega, \phi) \\
&\rightarrow NV\pi \\
&\rightarrow \Lambda K \\
&\rightarrow \Sigma K \\
&\rightarrow NK\bar{K}.
\end{aligned}$$

Ein- und Zweipionenproduktion

Die Wirkungsquerschnitte zur Ein- und Zweipionenproduktion behandeln wir wie in [39, 40]. Im Falle der Einpionenproduktion verwenden wir die Partialwellenanalyse von Arndt et al. [82] und passen die Resonanzbeiträge der aufgeführten Resonanzen an die entsprechenden Amplituden an. Die Differenz zwischen den totalen Amplituden und den Resonanzbeiträgen ergibt nicht-resonante Untergrundterme. Den totalen $\gamma N \rightarrow N\pi$-Wirkungsquerschnitt berechnen wir als kohärente Summe der Resonanz- und Untergrundbeiträge. Dies ist wichtig, da in der Photon-Nukleon-Streuung nicht-resonante Terme von großer Bedeutung sind und die Interferenzterme zwischen resonanten und nicht-resonanten Beiträgen nicht vernachlässigt werden können. Da die Resonanzen explizit propagiert werden und damit in der Photon-Nukleon-Reaktion auch populiert werden sollen, ist es notwendig, den kohärent aufaddierten Wirkungsquerschnitt durch eine skalierte Summe von inkohärent aufaddierten Wirkungsquerschnitten zu ersetzen. Die technischen Details dieses Verfahrens sind im Anhang A.5 zu finden.

Die Resonanzbeiträge zur Zweipionenproduktion ergeben sich aus der in der Einpionenproduktion festgelegten Kopplung an den γN-Kanal und den hadronischen Partialbreiten der Resonanzen, die in der πN-Streuung bestimmt wurden (Tabelle 2.2). Allerdings können diese Resonanzbeiträge die Struktur der experimentell gemessenen Wirkungsquerschnitte nicht erklären (siehe Abbildung A.13). Da die theoretische Beschreibung der Zweipionenproduktion noch umstritten ist [83, 84], behandeln wir die Differenz zwischen den experimentellen Daten und den s-Kanal-Resonanzbeiträgen als nicht-resonanten $\gamma N \rightarrow N\pi\pi$-Untergrund.

Die Photoproduktion von Etas an Nukleonen läßt sich sehr gut beschreiben unter der Annahme, daß dieser Prozeß ausschließlich über die intermediäre Anregung einer $S_{11}(1535)$-Resonanz abläuft [85].

In Abbildung 2.18 zeigen wir die totalen Photoabsorptionswirkungsquerschnitte am Proton und am Neutron. Man sieht, daß am Proton die experimentellen Daten durch die Summe der verschiedenen Beiträge sehr gut beschrieben werden. Am Neutron liegen die experimentellen Daten aus [87] im Bereich der Δ-Resonanz etwa 20% unterhalb des Wirkungsquerschnittes, der sich mit den Partialwellenamplituden aus [82] ergibt. Wir gehen davon aus, daß diese Diskrepanz auf eine fehlerhafte Bestimmung des Photon-Neutron-Wirkungsquerschnittes aus dem Photon-Deuterium-Wirkungsquerschnitt in [87] zurückzuführen ist [39, 40].

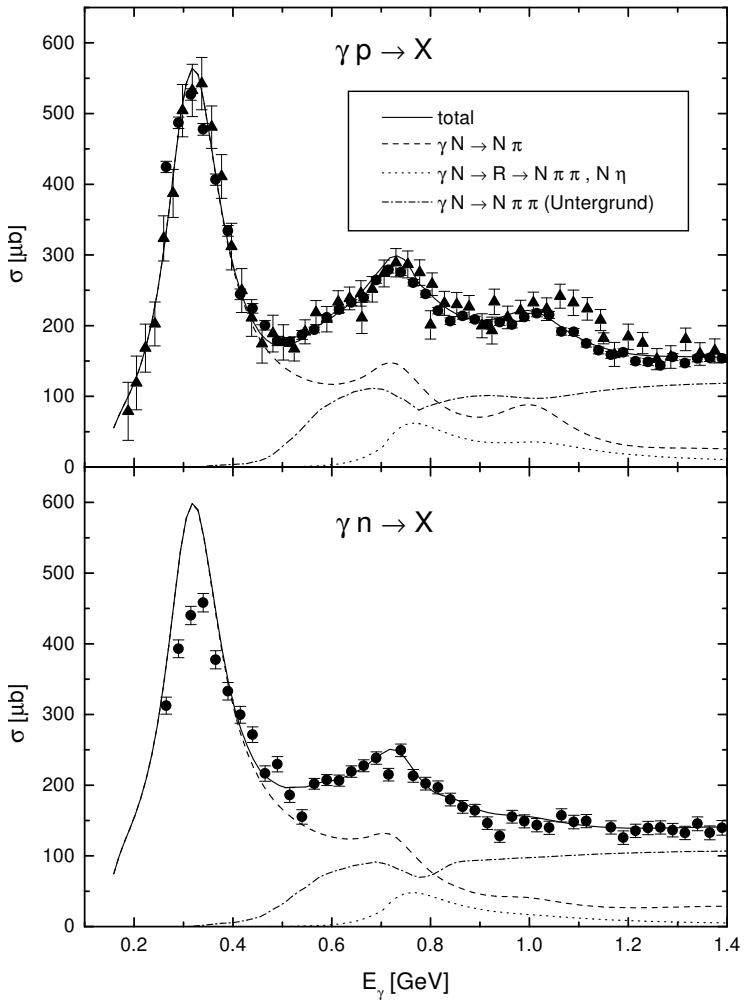

Abbildung 2.18: Der totale Photoabsorptionswirkungsquerschnitt am Proton und am Neutron. Die experimentellen Daten am Proton stammen aus [86] (Kreise) und [67] (Dreiecke), die am Neutron aus [87].

Im Anhang A.5 ist die Berechnung der Einpionen-, Zweipionen- und Etaproduktion einschließlich der Winkelverteilungen im Detail dargestellt; hier findet sich auch ein Vergleich der verwendeten Wirkungsquerschnitte für diese exklusiven Prozesse mit experimentellen Daten.

Photoproduktion von Vektormesonen

Die Wirkungsquerschnitte zur exklusiven Produktion der Vektormesonen ρ^0, ω und ϕ passen wir an die experimentellen Daten aus [88, 89] mit dem folgenden Ansatz an:

$$\sigma_{\gamma N\to NV} = \frac{1}{p_i s}\int d\mu |\mathcal{M}_V|^2 p_f \mathcal{A}_V(\mu), \tag{2.106}$$

wobei hier p_i den Schwerpunktsimpuls der einlaufenden Teilchen und p_f den der auslaufenden Teilchen bezeichnen. Die Spektralfunktion $\mathcal{A}_V$ ist gegeben wie in Gleichung

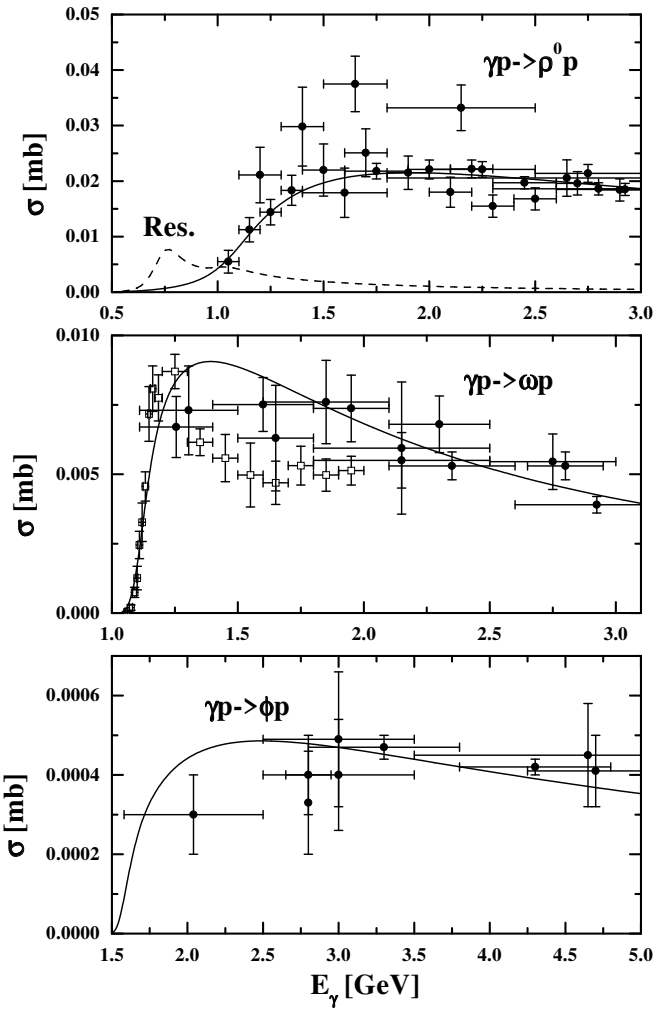

Abbildung 2.19: Exklusive Photoproduktion von Vektormesonen am Proton. Die durchgezogenen Linien sind die Parametrisierungen gemäß Gleichung (2.106). Die gestrichelte Linie in der ρ^0-Produktion ist der Beitrag der $D_{13}(1520)$- und $F_{15}(1680)$-Resonanzen. Die Daten stammen aus [88] (volle Kreise) und [89] (offene Quadrate).

(2.49). Die hier auftauchenden Matrixelemente $\mathcal{M}_V$ sind gegenüber dem Matrixelement in Gleichung (2.42) bereits über den Streuwinkel integriert und weisen zudem eine andere Normierung auf. Wir verwenden die folgenden Parametrisierungen:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_\rho|^2 &= 0.16\,\mathrm{mb}\cdot\mathrm{GeV}^2 \\ |\mathcal{M}_\omega|^2 &= \frac{0.08\,p_f^2}{2(\sqrt{s}-1.73\,\mathrm{GeV})^2+p_f^2}\,\mathrm{mb}\cdot\mathrm{GeV}^2 \\ |\mathcal{M}_\phi|^2 &= 0.004\,\mathrm{mb}\cdot\mathrm{GeV}^2. \end{aligned} \tag{2.107}$$

In Abbildung 2.19 sind die resultierenden Wirkungsquerschnitte im Vergleich zu den experimentellen Daten dargestellt.

Im Falle der ρ^0-Produktion erhalten wir außerdem Breit-Wigner-Beiträge (Glei-

E_γ [GeV]	B [GeV^{-2}]
- 1.8	5.7
1.8 - 2.5	5.43
2.5 - 3.5	6.92
3.5 - 4.5	8.1
4.5 - 5.8	7.9

Tabelle 2.8: Parameter für die Winkelverteilung der Vektormesonen in der Photoproduktion gemäß Gleichung (2.108) aus [88].

chung (2.52)) aus der $N\rho$-Kopplung der $D_{13}(1520)$- und der $F_{15}(1680)$-Resonanzen. Da diese Resonanzen hauptsächlich in ρ-Mesonen mit niedriger invarianter Masse zerfallen, gehen wir davon aus, daß diese Beiträge, wie im Falle $\pi^- p \to n\rho^0$ (siehe Kapitel 2.5.2), experimentell nicht erfaßt wurden. Daher ziehen wir diese Resonanzbeiträge nicht vom totalen Wirkungsquerschnitt ab.

Für die Winkelverteilung der produzierten Vektormesonen verwenden wir die Parametrisierung aus [88]:

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \exp(Bt), \tag{2.108}$$

wobei t das Quadrat des Viererimpulsübertrags vom Photon auf das Vektormeson bezeichnet. Der Parameter B wurde in [88] – abhängig von der Photonenergie – an die experimentellen Daten zur ρ^0-Produktion angepaßt (Tabelle 2.8). Wir verwenden diese Werte auch für ω- und ϕ-Produktion.

Da es keine experimentellen Daten zur Photoproduktion von Vektormesonen an Neutronen gibt, nehmen wir hier die gleichen Wirkungsquerschnitte wie am Proton an.

Wir verwenden die hier vorgestellten Parametrisierungen zu $\gamma N \to VN$ auch für Energien oberhalb der Stringschwelle.

Neben dem exklusiven Prozeß müssen wir weitere Kanäle zur Photoproduktion von Vektormesonen, wie zum Beispiel $\gamma N \to V\pi N$, berücksichtigen. Für Energien oberhalb der Stringschwelle von 2.1 GeV berechnen wir diese Wirkungsquerschnitte mit Hilfe des Lund-Modells. Für kleinere Energien absorbieren wir den gesamten Wirkungsquerschnitt in den Kanal $\gamma N \to V\pi N$. Dieser Wirkungsquerschnitt wird parametrisiert als:

$$\sigma_{\gamma N \to V\pi N} = \frac{16(2\pi)^7}{p_i\sqrt{s}} \int d\mu d\Phi_3 |\mathcal{M}_{V\pi}|^2 \mathcal{A}_V(\mu), \tag{2.109}$$

wobei hier $d\Phi_3$ das Dreikörperphasenraumelement nach Gleichung (2.44) bezeichnet. Die auftauchenden Matrixelemente sind so gewählt, daß ein stetiger Übergang zum Stringmodell entsteht. Wir verwenden:

$$|\mathcal{M}_{\rho^0\pi}|^2 = |\mathcal{M}_{\omega\pi}|^2 = 0.5\,\text{mb}.$$

In Abbildung 2.20 zeigen wir die resultierenden Wirkungsquerschnitte. Man sieht, daß der Übergang vom Niederenergie- zum Stringmodell nicht glatt erfolgt, da die Steigung der Niederenergiewirkungsquerschnitte als Funktion der Energie am Übergang deutlich

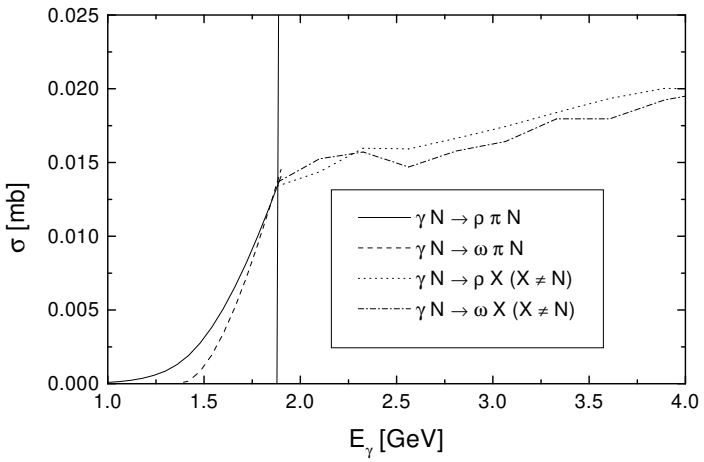

Abbildung 2.20: Inklusive Photoproduktion von Vektormesonen am Proton. Die durchgezogene und die gestrichelte Linie sind die Parametrisierungen gemäß Gleichung (2.109), die unterhalb der Stringschwelle von $\sqrt{s}$=2.1 GeV (E_γ=1.88 GeV) verwendet werden. Die gepunktete und die strich-gepunktete Linie sind das Result des Stringmodells.

größer als die der Wirkungsquerschnitte des Stringmodells ist. Da es jedoch bislang keine experimentellen Daten zur inklusiven Photoproduktion von Vektormesonen gibt, ist nicht zu entscheiden, wie der richtige Kurvenverlauf sein müßte.

Strangenessproduktion

Die exklusiven Strangenessproduktionsprozesse $\gamma N \to \Lambda K, \Sigma K, NK\bar{K}$ werden an verfügbare experimentelle Daten angepaßt. Der Kanal $\gamma N \to YK$ wird wie folgt parametrisiert:

$$\sigma_{\gamma N \to YK} = a_0 \frac{p_f}{p_i s} \frac{a_1^2}{a_1^2 + (\sqrt{s} - \sqrt{s}_0)^2}, \tag{2.110}$$

wobei $\sqrt{s}_0$ die invariante Schwellenenergie bezeichnet. Wir nehmen an, daß die Konstanten a_0 und a_1 unabhängig vom Isospinzustand der ein- und auslaufenden Teilchen sind und verwenden die folgenden Werte:

$$a_0^\Lambda = 13\,\mu\mathrm{b}\cdot\mathrm{GeV}^2, \quad a_0^\Sigma = 15\,\mu\mathrm{b}\cdot\mathrm{GeV}^2, \quad a_1^\Lambda = 0.5\,\mathrm{GeV}, \quad a_1^\Sigma = 0.4\,\mathrm{GeV}.$$

In Abbildung 2.21 sieht man, daß mit diesen Werten eine gute Beschreibung der experimentellen Daten gelingt.

Den Wirkungsquerschnitt zur Photoproduktion von Antikaonen setzen wir analog zu Gleichung (2.110) an als:

$$\sigma_{\gamma N \to NK\bar{K}} = a_0 \frac{16(2\pi)^7}{p_i\sqrt{s}} \Phi_3 \frac{a_1^2}{a_1^2 + (\sqrt{s} - \sqrt{s}_0)^2}. \tag{2.111}$$

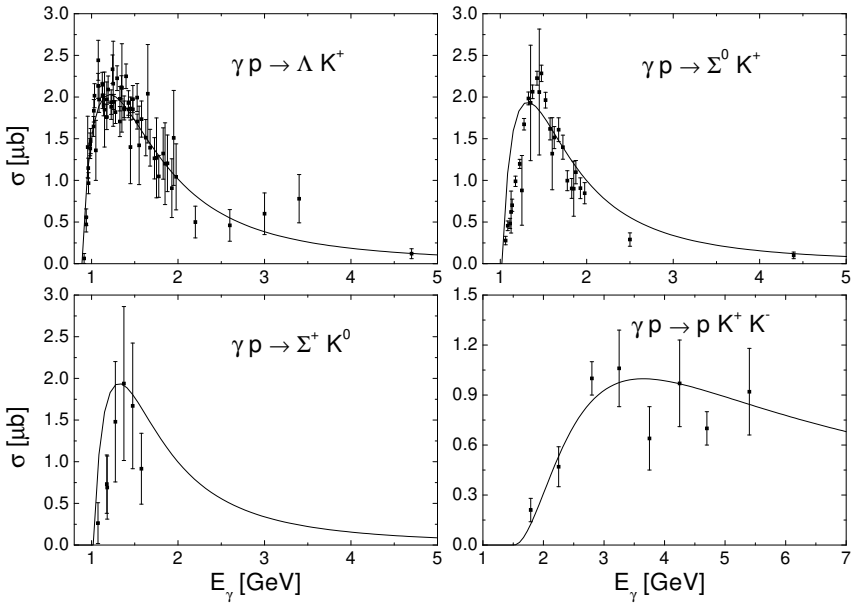

Abbildung 2.21: Parametrisierungen der Wirkungsquerschnitte zu $\gamma p \to \Lambda K^+$, $\gamma p \to \Sigma^0 K^+$, $\gamma p \to \Sigma^+ K^0$, and $\gamma p \to p K^+ K-$ im Vergleich zu den experimentellen Daten aus [67, 90].

Aus einer Anpassung an die in Abbildung 2.21 gezeigten experimentellen Daten zu $\gamma p \to p K^+ K^-$ erhalten wir $a_0 = 12\ \mu$b und $a_1 = 0.7$ GeV. Diese Werte verwenden wir für alle Isospinkanäle.

Die diskutierten Wirkungsquerschnitte zur exklusiven Strangenessproduktion verwenden wir – wie bereits in der Vektormesonenproduktion – auch oberhalb der Stringschwelle.

Anwendung von FRITIOF

In Photon-Nukleon-Wechselwirkungen wird das Stringmodell FRITIOF für invariante Energien oberhalb von 2.1 GeV verwendet. Hierbei gehen wir von einem einfachen Vektormesonen-Dominanz (VMD) Bild aus und initialisieren für das einlaufende Photon ein ρ^0-Meson. Für den totalen Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt übernehmen wir die Parametrisierung aus [91]:

$$\sigma_{\gamma N} = X \left(\frac{s}{\mathrm{GeV}^2}\right)^{\epsilon} + Y \left(\frac{s}{\mathrm{GeV}^2}\right)^{-\eta} \tag{2.112}$$

mit den Parametern

$$X = 0.071\,\mathrm{mb}, \quad \epsilon = 0.075, \quad Y = 0.12\,\mathrm{mb}, \quad \eta = 0.46.$$

Den ersten Term in Gleichung (2.112) kann man interpretieren als Beitrag des Pomeron-Austausches und den zweiten als Regge-Austausch der (ρ,ω,a,f)-Trajektorie [92].

In Abbildung 2.22 wird gezeigt, daß wir mit der beschriebenen Vorgehensweise eine sehr gute Beschreibung der experimentellen Daten zu den Multiplizitäten geladener Teilchen in Photon-Proton-Reaktionen im Energiebereich von 2 bis 7 GeV erhalten.

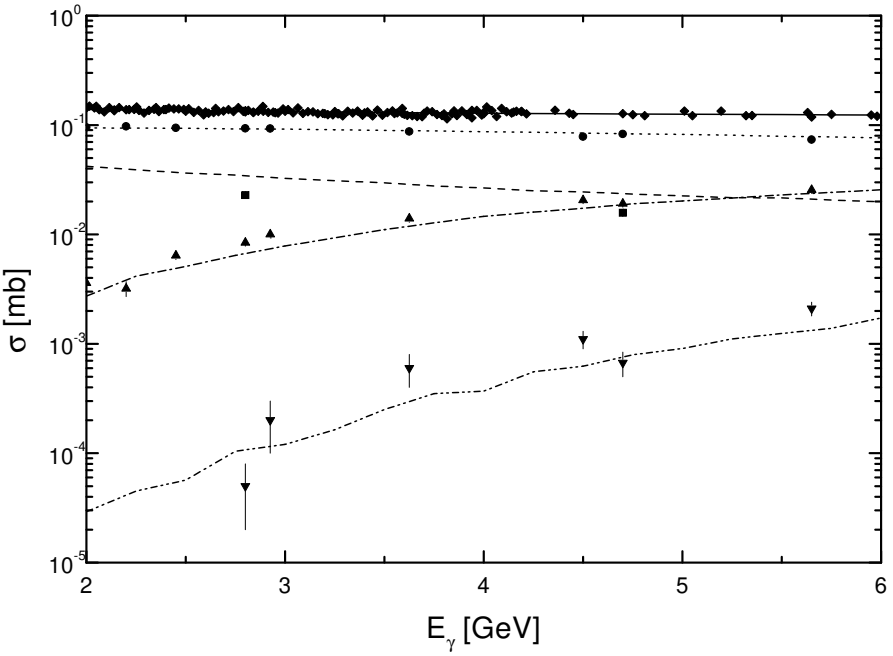

Abbildung 2.22: Multiplizitäten geladener Teilchen in γp-Kollisionen: $\gamma p \to 1$ geladenes Teilchen (gestrichelte Linie: Rechnung wie im Text beschrieben, Quadrate: experimentelle Daten aus [67]), 3 geladene Teilchen (gepunktete Linie, Kreise), 5 geladene Teilchen (strich-gepunktete Linie, nach oben zeigende Dreiecke) 7 geladene Teilchen (punkt-punkt-gestrichelte Linie, nach unten zeigende Dreiecke). Außerdem ist der totale Wirkungsquerschnitt dargestellt (durchgezogene Linie, Rauten).

Die Übereinstimmung mit den Daten ist besser als wir erwarten konnten, da es durchaus zweifelhaft ist, ob das FRITIOF-Modell bei so niedrigen Energien anwendbar ist. Oben hatten wir bereits angesprochen, daß im FRITIOF-Modell bestimmte Prozesse, wie zum Beispiel $\gamma N \to \Lambda K$, nicht möglich sind. Wir erwarten daher nicht, daß dieses Modell eine korrekte Beschreibung aller Kanäle liefert. Aus diesem Grunde behandeln wir die exklusive Produktion von Vektormesonen und die exklusive Strangenessproduktion auch für höhere Energien unabhängig vom FRITIOF-Modell. Die Rolle des FRITIOF-Modells besteht hier darin, eine globale Beschreibung der Photon-Nukleon-Reaktion bereitzustellen. Zum einen wird uns dies erlauben, Photoproduktion von Pionen in Kernen auch bei Energien im GeV-Bereich zu berechnen. Zum anderen ist es auch für die Berechnung von Vektormesonen- oder Strangenessproduktion in Kernen von Bedeutung, die Pionendynamik korrekt zu behandeln, um Mehrstufenprozessen Rechnung tragen zu können.

In Abbildung 2.23 vergleichen wir den aus dem hier verwendeten Modell resultierenden inklusiven Strangenessproduktionswirkungsquerschnitt mit den experimentellen Daten aus [93]. Die gestrichelte Linie ist die Summe der diskutierten exklusiven Prozesse $\gamma p \to \Lambda K, \Sigma K, NK\bar{K}$, die gepunktete das Resultat des FRITIOF-Modells und die durchgezogene die Summe der beiden Beiträge. Da das FRITIOF-Modell die

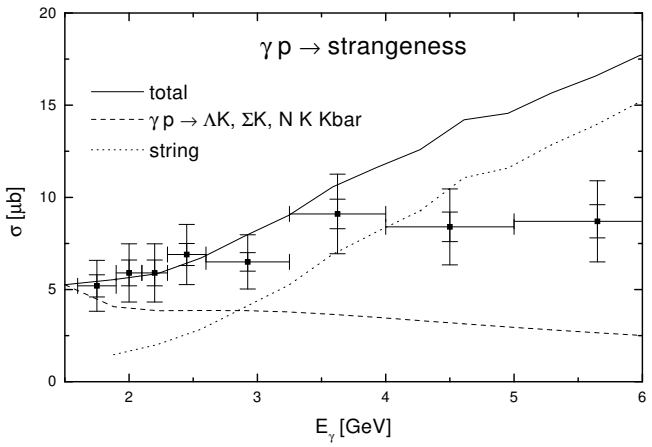

Abbildung 2.23: Inklusive Strangenessproduktion in γp-Kollisionen. Die experimentellen Daten entstammen [93]. Die inneren Fehlerbalken stellen den statistischen Fehler, die äußeren die Summe aus statistischem und systematischem Fehler dar.

exklusiven Kanäle nicht produziert, wird hier kein Kanal doppelt gezählt. Man sieht, daß die experimentellen Daten bis zu einer Energie von etwa 4 GeV zufriedenstellend beschrieben werden. Für höhere Energien wird der Wirkungsquerschnitt um etwa 50% überschätzt. Die Daten zeigen allerdings eine Sättigung des Wirkungsquerschnittes bereits bei 4 GeV, die nicht zu erwarten ist. In [93] wurde der Wirkungsquerschnitt ohne weitere Kommentare als „with visible strange particle decay“ bezeichnet, so daß wir die Frage offen lassen müssen, inwieweit ein Vergleich unserer Rechnungen mit diesen Daten überhaupt sinnvoll ist.

2.6.2 Implementierung des Shadowing-Effektes

Im Energiebereich der Nukleonenresonanzen (300 MeV bis 1 GeV) beobachtet man experimentell, daß der Photoabsorptionswirkungsquerschnitt pro Nukleon an Kernen unabhängig von der Massenzahl ist [18]. Bei höheren Photonenergien sieht man eine Reduktion der Absorptionsstärke mit zunehmender Massenzahl. Dies wird als Shadowing bezeichnet [94]. Im Rahmen des VMD-Modells ist dieser Effekt sofort anschaulich verständlich. Hier wird angenommen, daß das Photon nur über hadronische Fluktuationen, also Vektormesonen, mit Hadronen wechselwirkt. Die räumliche Länge d_c dieser Fluktuationen, die sogenannte Kohärenzlänge, kann man über die Unschärferelation abschätzen aus der Impulsdifferenz zwischen dem Photon und dem Vektormeson mit der gleichen Energie:

$$d_c = \frac{1}{k - \sqrt{k^2 - M_V^2}} \approx \frac{2k}{M_V^2}, \tag{2.113}$$

falls die Photonenergie k groß gegenüber der Vektormesonenmasse M_V ist. Da die Vektormesonen über die starke Wechselwirkung mit den Nukleonen des Kerns wechselwirken, tritt Shadowing auf, sobald d_c in die Größenordnung der nuklearen Abmessungen kommt. Dies ist für Photonenergien von einigen GeV der Fall.

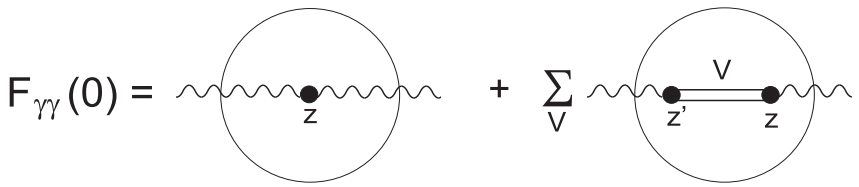

Abbildung 2.24: Schematische Darstellung der Vorwärtsstreuamplitude $F_{\gamma\gamma}(0)$ des Photons an einem Kern im Optischen Modell.

Quantitativ wird Shadowing gewöhnlich mit Hilfe des Optischen Modells beschrieben [94, 95]. Wir verwenden hier das einfache Modell aus [94, 96]. Die Vorwärtsstreuamplitude $F_{\gamma\gamma}(0)$ für die Streuung eines Photons an einem Kern der Massenzahl A ist in diesem Modell über die in Abbildung 2.24 dargestellten Prozesse gegeben. Damit ergibt sich:

$$F_{\gamma\gamma}(0) = \int d^3r \rho(\vec{r}) f_{\gamma\gamma}(0) - 4\pi \sum_V \int d^3r d^3r' e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} f_{V\gamma}(0) \rho(\vec{r}) G_V(\vec{r},\vec{r}') f_{\gamma V}(0) \rho(\vec{r}') e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}'}, \tag{2.114}$$

wobei $\rho(\vec{r})$ die auf A normierte Nukleonendichte bezeichnet und $f_{ab}(0)$ die Vorwärtsstreuamplitude des Prozesses $aN \to bN$ ist. Der Vektormesonpropagator G_V ist in Eikonalnäherung gegeben als ($\vec{r} = (\vec{b}, z)$):

$$G_V(\vec{b}, z; \vec{b}', z') = \frac{1}{2ik_V} \exp\left\{ i \int_{z'}^{z} d\xi \left[k_V + \frac{2\pi}{k_V} f_{VV}(0) \rho(\vec{b}, \xi) \right] \right\} \delta(\vec{b} - \vec{b}') \Theta(z - z') \tag{2.115}$$

mit dem Vektormesonenimpuls k_V:

$$k_V = \sqrt{k^2 - M_V^2}. \tag{2.116}$$

Wir berücksichtigen das ρ^0-, ω- und ϕ-Meson und übernehmen die Parametrisierungen der Vorwärtsstreuamplituden aus [94] (Model I)[7]:

$$f_{VV}(0) = i\frac{k_V}{4\pi}\sigma_V(1 - i\alpha_V) \quad \text{mit} \quad \alpha_V = \frac{\mathrm{Re} f_{VV}}{\mathrm{Im} f_{VV}} \tag{2.117}$$

$$f_{\gamma V}(0) = \frac{e}{f_V} f_{VV}(0) \tag{2.118}$$

$$f_{V\gamma}(0) = \frac{k}{k_V} f_{\gamma V}(0) \tag{2.119}$$

wobei

$$\sigma_{\rho^0} = \sigma_\omega = 20.8 \left(1 + \frac{0.766}{\sqrt{k/\mathrm{GeV}}} \right) \text{ mb}; \ \sigma_\phi = 12\,\text{mb}$$

$$\alpha_{\rho^0} = \alpha_\omega = -\frac{0.766}{\sqrt{k/\mathrm{GeV}} + 0.766}; \ \alpha_\phi = 0$$

$$\frac{f_{\rho^0}^2}{4\pi} = 2.20; \ \frac{f_\omega^2}{4\pi} = 23.6; \ \frac{f_\phi^2}{4\pi} = 18.4.$$

[7] In [94] ist aufgrund eines Druckfehlers das Vorzeichen in der Parametrisierung für α_V falsch.

Die hier verwendeten Wirkungsquerschnitte der Kollisionen von Vektormesonen mit Nukleonen unterscheiden sich von denen, die wir im Kollisionsterm unseres Transportmodells verwenden (Kapitel 2.5.2). Das dort verwendete Resonanzmodell ist allerdings nur für kleine Energien anwendbar, während wir hier die Wirkungsquerschnitte der Streuung von Vektormesonen mit Nukleonen bis zu mehreren GeV benötigen. Die aus [94] übernommenen Parametrisierungen wurden an experimentelle Daten bei hohen Energien angepaßt. Bei Energien von 1 bis 2 GeV ist der Wirkungsquerschnitt der ρ-Nukleon-Streuung aus dem Resonanzmodell (siehe Abbildung 2.13) um bis zu einen Faktor 2 kleiner als die hier verwendete Parametrisierung. Dies ist jedoch kein Problem, da der Shadowing-Effekt bei kleinen Energien keine große Rolle spielt.

Unter Anwendung des optischen Theorems erhalten wir den totalen Photon-Kern-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma A}$ aus Gleichung (2.114):

$$\sigma_{\gamma A} = A\sigma_{\gamma N} - \int d^3r \rho(\vec{r}) S(\vec{r}) \equiv A_{eff}\sigma_{\gamma N}, \tag{2.120}$$

wobei $S(\vec{r})$ gegeben ist als:

$$\begin{aligned} S(b,z) = \frac{1}{2}\sum_V \mathrm{Im}\left\{ i\left[\frac{e}{f_V}\sigma_V(1-i\alpha_V)\right]^2 \int_{-\infty}^{z} dz' \rho(b,z') \times \right. \\ \left. \times \exp\left[iq_\parallel^V (z'-z) - \frac{\sigma_V}{2}(1-i\alpha_V)\int_{z'}^{z}\rho(b,\xi)d\xi \right] \right\} \end{aligned} \tag{2.121}$$

mit dem Impulsübertrag $q_\parallel^V$:

$$q_\parallel^V = k - \sqrt{k^2 - M_V^2}. \tag{2.122}$$

Dieser Impulsübertrag entspricht gerade dem Kehrwert der oben eingeführten Kohärenzlänge d_c. Aus Gleichung (2.121) sieht man nun unmittelbar die Energieabhängigkeit des Shadowing-Effektes:

- Bei kleinen Photonenergien ist $q_\parallel^V$ groß gegenüber $(z-z')$. Die Exponentialfunktion in Gleichung (2.121) ist dann eine stark oszillierende Funktion, so daß das Integral klein ist.

- Für große Energien geht der Phasenfaktor gegen 1. Dann können wir die z'-Integration in Gleichung (2.121) unter Benutzung von:

$$\int_a^b dx f(x) \exp\left[\int_c^x f(x')dx'\right] = \exp\left[\int_c^b f(x')dx'\right] - \exp\left[\int_c^a f(x')dx'\right]$$

unmittelbar ausführen und erhalten:

$$\begin{aligned} S(b,z) = \sum_V \frac{e^2}{f_V^2}\mathrm{Im}\{ -i\sigma_V(1-i\alpha_V) \times \\ \times \left(\exp\left[-\frac{\sigma_V}{2}(1-i\alpha_V)\int_{-\infty}^{z}\rho(b,\xi)d\xi \right] - 1 \right) \}. \end{aligned} \tag{2.123}$$

Die z-Integration in Gleichung (2.120) läuft analog:

$$\int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz\, \rho(b,z) S(b,z) = \sum_V \frac{e^2}{f_V^2} \left(A \,\mathrm{Im}\left\{ i\sigma_V (1 - i\alpha_V) \right\} + \right.$$
$$\left. + \, 2\,\mathrm{Im} \int d^2b\, i \left\{ \exp\left[-\frac{\sigma_V}{2}(1 - i\alpha_V) \int_{-\infty}^{z} \rho(b,\xi) d\xi \right] - 1 \right\} \right) \quad (2.124)$$

Für den Fall, daß das Photon nur über intermediäre Vektormesonen mit Nukleonen wechselwirkt (strikte VMD: $f_{\gamma\gamma} = \sum_V (e/f_V) f_{V\gamma}$), können wir damit den totalen Photon-Kern-Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (2.120) schreiben als [94]:

$$\sigma_{\gamma A} = \sum_V \frac{e^2}{f_V^2} \sigma_{VA}, \quad (2.125)$$

mit

$$\sigma_{VA} = 2\,\mathrm{Re} \int d^2b \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{\sigma_V}{2}(1 - i\alpha_V) \int_{-\infty}^{\infty} \rho(b,\xi) d\xi \right] \right\}, \quad (2.126)$$

wobei σ_{VA} dem totalen Wirkungsquerschnitt der Streuung des Vektormesons V am Kern A enstspricht (siehe auch [100]).

In den Abbildungen 2.25 und 2.26 vergleichen wir den aus Gleichung (2.120) resultierenden Shadowing-Effekt mit experimentellen Daten für ^{12}C und ^{208}Pb. Man sieht, daß das die experimentellen Daten im Rahmen der Fehlerbalken sehr zufriedenstellend beschrieben werden. Wir sollten bemerken, daß mit dem hier verwendeten Modell eine gute Beschreibung des Shadowing-Effektes auch bei kleinen Energien gelingt, während in [24, 25] der Shadowing-Effekt für Energien unterhalb von 4 GeV unterschätzt wird. Der Grund hierfür liegt darin, daß in [24, 25] der Realteil der Vorwärtstreuamplitude $f_{\gamma V}(0)$ vernachlässigt wurde. Ein negativer Realteil führt zu einem stärkeren Shadowing bei kleinen Energien.

Eine direkte Simulation des Shadowing-Effektes im BUU-Modell über die Initialisierung von Vektormesonen für das Photon ist nicht möglich. Dies hat im wesentlichen zwei Gründe. Zum einen ist bei den hier zu betrachtenden Photonenergien $q_{||}^V$ noch nicht so klein, daß der Phasenfaktor in Gleichung (2.121) vernachlässigbar ist. Zum anderen enthält auch bei hohen Energien der Vektormeson-Kern-Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (2.126) Beiträge aus elastischer Streuung am Kern, die in einem semiklassischen Modell nicht simuliert werden können. Im Gegensatz zu Gleichung (2.126) ist der Vektormeson-Kern-Wirkungsquerschnitt im BUU-Modell gegeben als (unter Vernachlässigung von α_V):

$$\sigma_{VA}^{BUU} = \int d^2b \left\{ 1 - \exp\left[-\sigma_V \int_{-\infty}^{\infty} \rho(b,\xi) d\xi \right] \right\}. \quad (2.127)$$

Dieser Wirkungsquerschnitt ist, falls σ_V sehr groß ist (Streuung an einer schwarzen Scheibe), um einen Faktor 2 kleiner als der aus Gleichung (2.126).

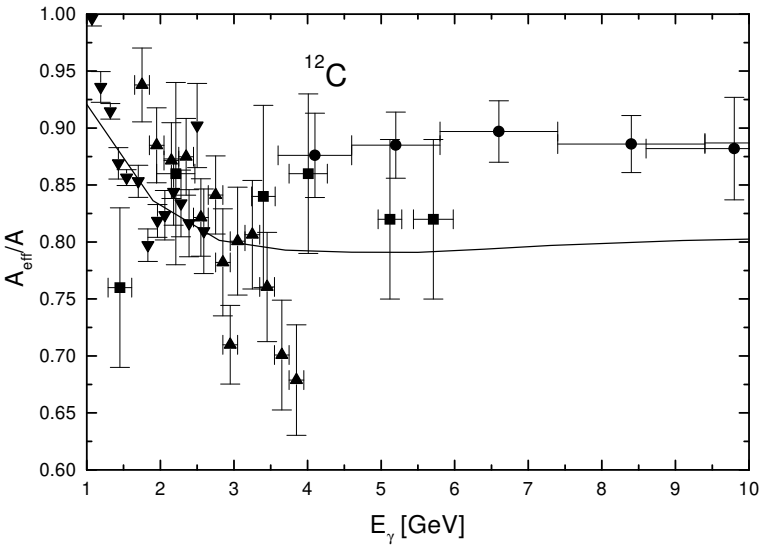

Abbildung 2.25: Effektive Massenzahl gemäß Gleichung(2.120) als Funktion der Photonenergie für Photoabsorption an ^{12}C. Die experimentellen Daten stammen aus [97] (Kreise), [98] (Quadrate), [99] (nach oben zeigende Dreiecke), [24] (nach unten zeigende Dreiecke). Im Falle der letzteren beiden haben wir die hier gezeigten Datenpunkte aus den experimentellen Daten zum totalen Absorptionswirkungsquerschnitt unter Verwendung der Parametrisierung aus [91] (Gleichung (2.112)) für den Wirkungsquerschnitt am Nukleon berechnet.

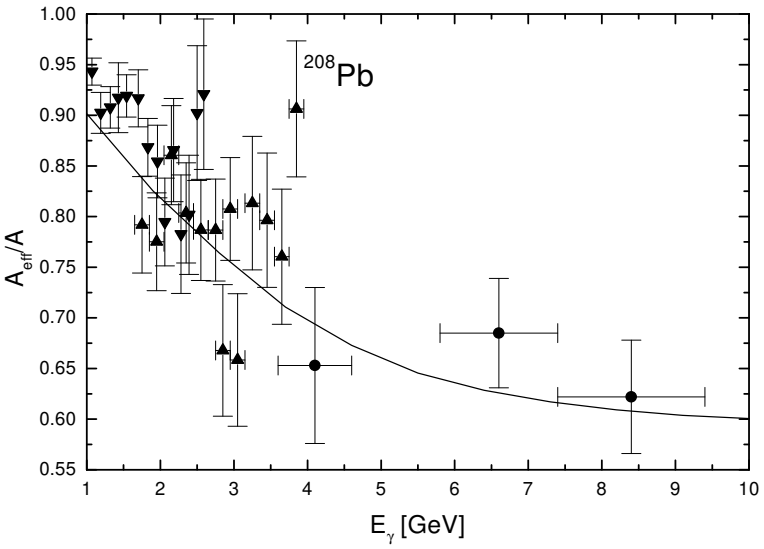

Abbildung 2.26: Effektive Massenzahl als Funktion der Photonenergie für Photoabsorption an ^{208}Pb. Siehe Abbildung 2.25 für den Verweis auf die experimentellen Daten.

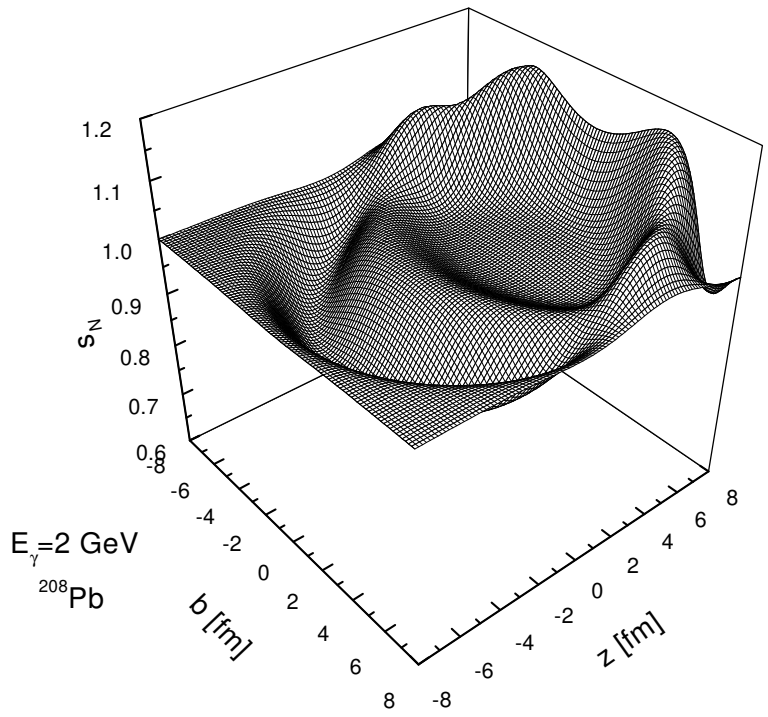

Abbildung 2.27: Abhängigkeit des Shadowing-Faktors s_N von b und z für ^{208}Pb bei 2 GeV.

Aus den angesprochenen Gründen implementieren wir den Shadowing-Effekt, indem wir die elementaren Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitte mit einem ortsabhängigen Shadowing-Faktor $s_N(\vec{r})$ versehen, der gegeben ist als:

$$s_N(\vec{r}) = 1 - \frac{S(\vec{r})}{\sigma_{\gamma N}}. \tag{2.128}$$

Der totale Photon-Kern-Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (2.120) läßt sich damit als Integral über In-Medium-Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitte schreiben:

$$\sigma_{\gamma A} = \int d^3r \rho(\vec{r}) s_N(\vec{r}) \sigma_{\gamma N} = A_{eff} \sigma_{\gamma N}. \tag{2.129}$$

In unseren Rechnungen verwenden wir den gleichen Shadowing-Faktor $s_N(\vec{r})$ für alle partiellen Wirkungsquerschnitte.

In den Abbildungen 2.27 and 2.28 zeigen wir die Abhängigkeit des Shadowing-Faktors s_N von den räumlichen Koordinaten b und z für ^{208}Pb bei Photonenergien von 2 und 7 GeV. Bei 2 GeV sind einige Interferenzstrukturen sichtbar. Da jedoch s_N nur zwischen 0.8 und 1.2 variiert, erwarten wir keinen großen Einfluß auf Rechnungen zur Teilchenproduktion. Demgegenüber ist Shadowing bei 7 GeV von deutlich größerer Bedeutung. Aus Abbildung 2.28 sieht man, daß auch bei dieser Energie der Phasenfaktor in Gleichung (2.121) noch nicht gänzlich vernachlässigbar ist, da man für große z einen Anstieg von s_N beobachtet.

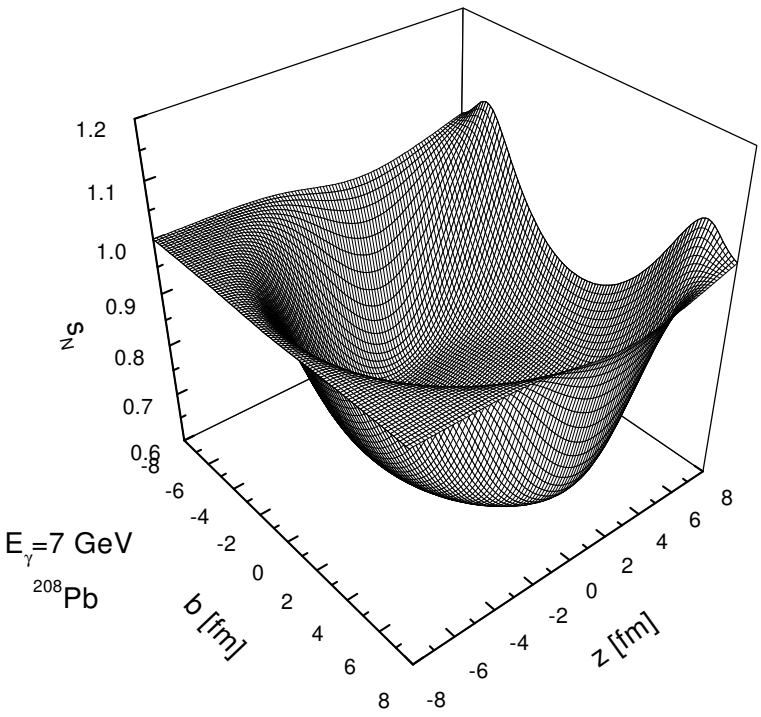

Abbildung 2.28: Abhängigkeit des Shadowing-Faktors s_N von b und z für ^{208}Pb bei 7 GeV.

2.7 Dileptonenproduktion

Für die Berechnung von Dileptonenproduktion ist es nicht notwendig, Transportgleichungen für die Leptonen zu lösen, da diese nur über die elektroschwache Wechselwirkung an Hadronen koppeln und daher mögliche Absorptionsprozesse unbedeutend sind. Aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung ändern sich jedoch die Impulse der Leptonen bei ihrer Propagation durch die hadronische Materie. Für die in dieser Arbeit zu besprechende photon- (Kapitel 6.2) und pioninduzierte (Kapitel 6.3) Dileptonenproduktion in Kernen ist die Berechnung der Coulomb-Korrekturen auf die Dileptonenspektren recht einfach, da man von einer statischen Ladungsverteilung des Kerns ausgehen kann und dann die Trajektorien der Leptonen unmittelbar durch ihren Produktionsort und anfänglichen Impuls festgelegt sind. In Kapitel 6.2.2 zeigen wir, daß die resultierenden Coulomb-Korrekturen klein sind. Im Falle von Schwerionenkollisionen hängt die Propagation der Leptonen von der Zeitentwicklung der hadronischen Materie ab, was eine dynamische Behandlung der Leptonen erfordern würde. Eine solche Rechnung liegt allerdings bislang nicht vor.

In der vorliegenden Arbeit berücksichtigen wir Dileptonenproduktion aus den e^+e^--Zerfällen der Vektormesonen ρ^0, ω und ϕ sowie die Dalitz-Zerfälle $\Delta(1232) \to Ne^+e^-$, $\pi^0 \to \gamma e^+e^-$, $\eta \to \gamma e^+e^-$ und $\omega \to \pi^0 e^+e^-$. Die Produktionsraten lassen sich unmittelbar aus den Phasenraumverteilungsfunktionen F der Hadronen berechnen. Der Beitrag eines Vektormesons V zum massen- und impulsdifferentiellen Dileptonenspektrum ist

gegeben als:

$$\frac{dN_{V\to e^+e^-}}{d^3pd\mu} = \int_0^\infty dtd^3r\frac{1}{(2\pi)^3}F_V(\vec{r},t,\vec{p},\mu)\frac{\Gamma_{V\to e^+e^-}}{\gamma}, \tag{2.130}$$

wobei $\Gamma_{V\to e^+e^-}$ die e^+e^--Zerfallsbreite des Vektormesons in seinem Ruhesystem bezeichnet und $\gamma = p^0/\mu$ der Lorentzfaktor für die Transformation dieser Breite in das Rechensystem ist. Die Beiträge der Dalitz-Zerfälle $Q \to e^+e^-X$ erfordern eine zusätzliche Integration über den Viererimpuls von X. Aufgrund von Energie- und Impulserhaltung können wir diese Integration als Integration über den Viererimpuls der hadronischen Quelle Q schreiben:

$$\frac{dN_{Q\to e^+e^-X}}{d^3pd\mu} = \int_0^\infty dtd^3r\frac{d^3p_Q}{(2\pi)^3}d\mu_Q F_Q(\vec{r},t,\vec{p}_Q,\mu_Q)\frac{1}{\gamma}\frac{d\Gamma_{Q\to e^+e^-X}}{d^3pd\mu}. \tag{2.131}$$

Da das π^0- und das η-Meson nur aufgrund der elektroschwachen Wechselwirkung, die in der dynamischen Berechnung der Phasenraumverteilungsfunktionen nicht berücksichtigt wird, zerfallen, erhalten wir deren Beitrag nach Beendigung der hadronischen Reaktionen, indem wir die Zeitintegration in Gleichung (2.131) analytisch ausführen. Im Vakuum gilt:

$$\int d^3rF_Q(\vec{r},t,\vec{p},\mu) = \left(\int d^3rF_Q(\vec{r},t_0,\vec{p},\mu)\right)\exp\left[-\frac{\Gamma_Q^{tot}}{\gamma}(t-t_0)\right].$$

Damit ergibt sich:

$$\frac{dN_{Q\to e^+e^-X}}{d^3pd\mu} = \int d^3r\frac{d^3p_Q}{(2\pi)^3}d\mu_Q F(\vec{r},t_0,\vec{p}_Q,\mu_Q)\frac{d\Gamma_{Q\to e^+e^-X}/d^3pd\mu}{\Gamma_Q^{tot}}, \tag{2.132}$$

wobei t_0 einen Zeitpunkt nach dem Ende der hadronischen Reaktionen angibt. Auch die Beiträge der zum Zeitpunkt t_0 noch vorhandenen Δ-Resonanzen und ω-Mesonen werden in der numerischen Realisierung über Gleichung (2.132) berechnet.

Da wir den Spin der Teilchen nicht explizit berücksichtigen, gehen wir von einem isotropen Dileptonenzerfall im Ruhesystem der hadronischen Quelle aus.

2.7.1 Vektormesonen

Die e^+e^--Zerfallsbreiten der Vektormesonen berechnen wir im Rahmen strikter VMD [101]. Die Lagrangedichte für die Kopplung des Photonenfeldes A^μ an das Vektormesonenfeld V^μ ist dann gegeben als:

$$\mathcal{L}_{\gamma V} = -\frac{em_V^2}{g_V}A_\mu V^\mu. \tag{2.133}$$

Damit erhalten wir unter Vernachlässigung der Elektronenmasse:

$$\Gamma_{V\to e^+e^-}(\mu) = C_V\frac{M_V^4}{\mu^3}, \tag{2.134}$$

wobei sich die Konstanten C_V aus den in [58] gegebenen Zerfallsbreiten der Vektormesonen ergeben:

$$C_\rho = 8.814 \cdot 10^{-6},\ C_\omega = 7.67 \cdot 10^{-7},\ C_\phi = 1.344 \cdot 10^{-6}.$$

Die Lagrangedichte aus Gleichung (2.133) ist jedoch problematisch, da sie eine Masse des Photons zur Folge hat, die durch eine entsprechende „nackte“ Masse des Photons in der Lagrangedichte kompensiert werden muß. Zudem erfordert sie Universalität der Kopplung: $g_V = g_{\rho\pi\pi}$. Deshalb wird im Rahmen des sogenannten erweiterten VMD-Modells die folgende Lagrangedichte verwendet [102]:

$$\mathcal{L}_{\gamma V} = -\frac{e}{2g_V} F_{\mu\nu} G^{\mu\nu}, \tag{2.135}$$

wobei die Feldstärketensoren gegeben sind als $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ und $G_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$. Mit dieser Lagrangedichte erhält man für die e^+e^--Breite der Vektormesonen:

$$\Gamma_{V\to e^+e^-}(\mu) = C_V \frac{\mu}{M_V}. \tag{2.136}$$

Die e^+e^--Breiten aus der strikten und der erweiterten VMD unterscheiden sich damit um einen Faktor $(M_V/\mu)^4$. Für ein ρ^0-Meson mit einer invarianten Masse von 500 MeV ergibt dies einen Faktor 5.6. Während das erweiterte VMD-Modell nun sicherlich auf einer besseren theoretischen Basis steht, so ist für die Implementierung in ein Transportmodell zu beachten, daß in diesem Modell auch eine direkte Kopplung des Photons an hadronische Ströme erforderlich ist. Dies resultiert daher, daß die $\gamma\rho$-Kopplung aus Gleichung (2.135) für reelle Photonen ($q^2 = \mu^2 = 0$) verschwindet, die Kopplung eines reellen Photons an einen Strom aber durch die elektrische Ladung des Stroms festgelegt ist. Die direkte Kopplung liefert immer Beiträge zur Dileptonenproduktion die proportional zu μ^{-3} (quadrierter Photonenpropagator mal Phasenraum) sind. Für die Berechnung von Dileptonenproduktion in hadronischen Reaktionen im Rahmen eines erweiterten VMD-Modells ist es daher zwingend erforderlich, die Beiträge der direkten Kopplung und der Kopplung über Vektormesonen kohärent aufzuaddieren. Da wir nun aber die Vektormesonen explizit propagieren, ist eine solche kohärente Addition in unserem semi-klassischen Modell nicht möglich. Aus diesem Grunde müssen wir für die e^+e^--Breite der Vektormesonen Gleichung (2.134) verwenden.

In Abbildung 2.29 zeigen wir, daß mit den hier verwendeten Breitenparametrisierungen für das ρ-Meson eine zufriedenstellende Beschreibung des Wirkungsquerschnittes zu $e^+e^- \to \pi^+\pi^-$ über seinen Breit-Wigner-Beitrag gemäß Gleichung (2.52) gelingt. Für invariante Massen zwischen 400 und 600 MeV überschätzen wir den Wirkungsquerschnitt zwar um etwa 50%. Dies ist jedoch im Rahmen unseres einfachen Modells durchaus tolerabel. Die gestrichelte Linie ergibt sich unter Verwendung der Zweipionenbreite aus [103]:

$$\Gamma_{\rho\to\pi\pi}(\mu) = \left(\frac{M_\rho}{\mu}\right)^2 \left(\frac{p_f(\mu)}{p_f(M_\rho)}\right)^3, \tag{2.137}$$

wobei p_f den Schwerpunktsimpuls der Pionen bezeichnet. Diese Breitenparametrisierung führt zu einer sehr guten Beschreibung des Wirkungsquerschnittes. Die Struktur

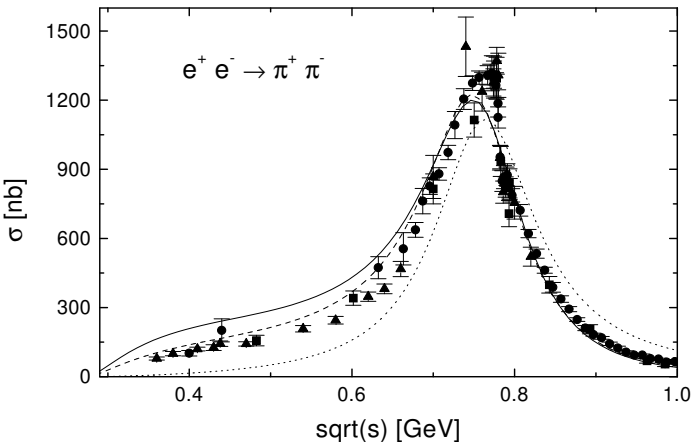

Abbildung 2.29: Wirkungsquerschnitt zu $e^+e^- \to \pi^+\pi^-$. Die durchgezogene Kurve ist der Breit-Wigner-Beitrag des ρ-Mesons mit den von uns verwendeten Breitenparametrisierungen. Die gestrichelte Linie ergibt sich mit der Zweipionenbreite aus [103] (Gleichung (2.137)), die gepunktete mit einer e^+e^--Breite proportional zu μ. Die experimentellen Daten stammen aus [104] (Quadrate) und [105] (Kreise, Dreiecke).

im experimentellen Wirkungsquerschnitt unterhalb von 800 MeV ist auf die bekannte ρ-ω-Mischung zurückzuführen, die – da es sich um einen Interferenzeffekt handelt – in unserem Modell nicht simuliert werden kann. In Abbildung 2.29 zeigen wir außerdem den Wirkungsquerschnitt, der sich unter Verwendung der e^+e^--Breite aus Gleichung (2.136) ergibt. Man sieht, daß dieser Wirkungsquerschnitt die Daten nur unzureichend beschreibt.

2.7.2 Dalitz-Zerfälle

Für den Dalitz-Zerfall der $\Delta(1232)$-Resonanz übernehmen wir das Modell aus [106]:

$$\frac{d\Gamma_{\Delta\to Ne^+e^-}}{d\mu} = \frac{2\alpha}{3\pi}\frac{\Gamma_0(\mu)}{\mu} \tag{2.138}$$

mit

$$\begin{aligned}\Gamma_0(\mu) = \frac{e^2g^2\mu_\Delta}{32\pi M_N^2}\left(\frac{\mu_\Delta + M_N}{(M_N+\mu_\Delta)^2-\mu^2}\right)^2 \big[4\mu^2(\mu_\Delta - M_N - q_0) + \\ +2q_0^2(5\mu_\Delta - 3(q_0+M_N)) - 2\mu^2(\mu_\Delta + M_N + q_0)\big]\,,\end{aligned} \tag{2.139}$$

wobei p_f den Impuls und q^0 die Energie des Dileptons im Schwerpunktsystem der Δ-Resonanz bezeichnen. Die Kopplungkonstante $g = 5.44$ [8] ist an die Zerfallsbreite des $N\gamma$-Zerfalls der Δ-Resonanz angepaßt ($\Gamma_{\Delta\to N\gamma}(0) = 0.72$ MeV [58]). Natürlich können nur einfach geladene und neutrale Δ's an dem beschriebenen Zerfall teilnehmen.

[8] In [106] ist der falsche Wert $g = 2.72$ angegeben.

Bei der Berechnung des Dalitz-Zerfalls der Δ-Resonanz haben wir nur eine direkte Kopplung des Photons berücksichtigt nicht aber Beiträge von intermediären Vektormesonen. Dies ist inkonsistent zu unserer oben beschriebenen Behandlung des Dileptonenzerfalls der Vektormesonen, für den wir strikte VMD annehmen. Es wäre nun aber falsch, dies durch die Multiplikation der Breite aus Gleichung (2.138) mit einem ρ-Meson-Formfaktor zu korrigieren. Denn dann müßten wir bei der Population der Δ-Resonanzen die korrespondierende $\Delta \to N\rho$-Breite im Resonanzpropagator berücksichtigen. Da nur Δ's mit sehr großen invarianten Massen in ρ-Mesonen mit Massen in der Nähe der Polmasse zerfallen können, kann der Beitrag der Δ-Resonanz zur ρ-Produktion aus Unitaritätsgründen nur unwesentlich sein (siehe Gleichungen (2.52), (2.57)). Für den Zerfall einer Δ-Resonanz in ein Dileptonenpaar mit kleiner invarianter Masse spielt demgegenüber das Vorhandensein eines ρ-Formfaktors keine Rolle. Aus diesen Gründen verzichten wir auf eine explizite Berücksichtigung eines $N\rho$-Zerfalls der Δ-Resonanz. Dies würde überdies das Problem aufwerfen, ρ-Mesonen mit invarianten Massen unterhalb der Zweipionenschwelle zu behandeln.

Für die Dalitz-Zerfälle der pseudoskalaren Mesonen π^0 und η übernehmen wir die Parametrisierung aus [107], wobei wir die Elektronenmasse stets vernachlässigen:

$$\frac{d\Gamma_{P\to\gamma e^+e^-}}{d\mu} = \frac{4\alpha}{3\pi}\frac{\Gamma_{P\to\gamma\gamma}}{\mu}\left(1-\frac{\mu^2}{m_P^2}\right)^3 |F_P(\mu)|^2 , \tag{2.140}$$

mit $\Gamma_{\pi^0\to\gamma\gamma} = 7.8\cdot 10^{-6}$ MeV und $\Gamma_{\eta\to\gamma\gamma} = 4.6\cdot 10^{-4}$ MeV [58]. Die Formfaktoren F_P sind folgendermaßen parametrisiert:

$$F_{\pi^0}(\mu) = 1 + b_{\pi^0}\mu^2 \tag{2.141}$$

$$F_\eta(\mu) = \left(1-\frac{\mu^2}{\Lambda_\eta^2}\right)^{-1} , \tag{2.142}$$

wobei $b_{\pi^0} = 5.5$ GeV^{-2} und $\Lambda_\eta = 0.72$ GeV verwendet werden.

Die Parametrisierung des Dalitz-Zerfalls des ω-Mesons übernehmen wir aus [108]:

$$\frac{d\Gamma_{\omega\to\pi^0 e^+e^-}}{d\mu} = \frac{2\alpha}{3\pi}\frac{\Gamma_{\omega\to\pi^0\gamma}}{\mu}\left[\left(1+\frac{\mu^2}{\mu_\omega^2-m_\pi^2}\right)^2 - \frac{4\mu_\omega^2\mu^2}{(\mu_\omega^2-m_\pi^2)^2}\right]^{3/2} |F_\omega(\mu)|^2 , \tag{2.143}$$

$$|F_\omega(\mu)|^2 = \frac{\Lambda_\omega^4}{(\Lambda_\omega^2-\mu^2)^2+\Lambda_\omega^2\Gamma_\omega^2}, \tag{2.144}$$

mit $\Gamma_{\omega\to\pi^0\gamma} = 0.717$ MeV [58], $\Lambda_\omega = 0.65$ GeV und $\Gamma_\omega = 75$ MeV. Wir sollten hier anmerken, daß der hier verwendete Formfaktor des ω-Mesons in [108] lediglich eingeführt wurde, um eine gute Beschreibung der experimentellen Daten zu $p+A\to e^+e^-X$ bei SPS-Energien zu erhalten. In der Zukunft ist eine genauere experimentelle Bestimmung dieses Formfaktors geplant [47].

Kapitel 3

Numerische Realisierung des Modells

Bevor wir uns der numerischen Realisierung des in Kapitel 2 vorgestellten Modells zuwenden, fassen wir kurz die wesentlichen Modellinhalte zusammen. Zu lösen ist ein gekoppeltes System von Integro-Differentialgleichungen (2.66) für die 8-dimensionalen spektralen Phasenraumverteilungsfunktionen $F_i(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu)$ der in Kapitel 2.3 vorgestellten Hadronen i, wobei wir den Isospin explizit und den Spin nur als statistischen Faktor berücksichtigen. Wir verwenden normalerweise Vakuumspektralfunktionen, so daß sich Gleichung (2.66) für im Vakuum stabile Teilchen auf Gleichung (2.17) für die 7-dimensionale Phasenraumverteilungsfunktion $f_i(\vec{r}, t, \vec{p})$ reduziert. Die Transportgleichungen sind gekoppelt über ein Mittleres Feld (Kapitel 2.2) und einen Kollisionsterm (Kapitel 2.5).

Wir nehmen normalerweise an, daß das Mittlere Feld für alle Baryonen gleich ist und vernachlässigen ein hadronisches Potential für die Mesonen. Als Mittleres Feld verwenden wir ein effektives skalares Potential, das rein lokal aber impulsabhängig ist. Dieses Potential ist isospinunabhängig.

Im Kollisionsterm verwenden wir normalerweise Vakuumübergangsraten, die lediglich aufgrund des möglichen Pauli-Blockings der auslaufenden Nukleonen modifiziert werden. Abgesehen von wenigen Ausnahmen berücksichtigen wir nur Zweiteilchen-Stöße.

Der Zusammenhang zwischen den im Kollisionsterm auftauchenden Übergangsraten und den Mittleren Feldern, der sich aus der Forderung nach Analytizität der Selbstenergien ergibt, wird vernachlässigt.

3.1 Die Testteilchenmethode

Die Testteilchenmethode besteht darin, die kontinuierlichen Phasenraumverteilungsfunktionen durch eine endliche Anzahl sogenannter Testteilchen zu diskretisieren:

$$F(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu) = \frac{1}{N} \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \frac{(2\pi)^3}{g} \delta(\vec{p} - \vec{p}_i(t)) \delta(\mu - \mu_i(t)), \tag{3.1}$$

wobei N die Anzahl der Testteilchen pro physikalischem Teilchen bezeichnet und die Summe sich über alle vorhandenen Testteilchen erstreckt. Mit $\vec{r}_i(t)$, $\vec{p}_i(t)$ und $\mu_i(t)$

haben wir die Ortskoordinaten, den Impuls und die invariante Masse des Testteilchens i bezeichnet, und g ist der Entartungsgrad der Einteilchen-Impulszustände bei Existenz innerer Freiheitsgrade. Setzt man den Ansatz aus Gleichung (3.1) in die linke Seite der Transportgleichung (2.66) ein, erhält man die folgenden Bewegungsgleichungen für die Testteilchen:

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\partial H_{mf}}{\partial \vec{p}} \tag{3.2}$$

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = -\frac{\partial H_{mf}}{\partial \vec{r}} \tag{3.3}$$

$$\frac{d\mu_i}{dt} = 0. \tag{3.4}$$

Dies sind gerade die klassischen Hamilton-Gleichungen. Hier ist allerdings zu beachten, daß die Einteilchen-Hamiltonfunktion H_{mf} ein Funktional der Phasenraumverteilungsfunktion ist.

3.1.1 Berechnung der Ströme

Da in die Bewegungsgleichung (3.3) der Testteilchenimpulse die Ortsableitungen des Mittleren Feldes eingehen, das von der Baryonendichte im lokalen Ruhesystem abhängt, ist eine hinreichend glatte Dichteverteilung erforderlich. Der sich aus der Testteilchenverteilung (3.1) ergebende Viererstrom j^μ ist jedoch eine Summe von δ-Funktionen. Daher verwenden wir für die Berechnung der Mittleren Felder einen geschmierten Viererstrom $\tilde{j}^\mu$, den wir aus der Testteilchenverteilung über die Faltung mit einer Gauß-Funktion erhalten:

$$\begin{aligned}\tilde{j}^\mu(\vec{r}) &= \frac{1}{(2\pi\Delta^2)^{3/2}} \int d^3r' j^\mu(\vec{r}') \exp\left[-\frac{(\vec{r}-\vec{r}')^2}{2\Delta^2}\right] \\ &= \frac{1}{N(2\pi\Delta^2)^{3/2}} \sum_i \frac{p_i^\mu}{p_i^0} \exp\left[-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_i)^2}{2\Delta^2}\right],\end{aligned} \tag{3.5}$$

wobei wir für die Breite der Gauß-Funktion $\Delta = 1$ fm verwenden[1]. Den geschmierten Viererstrom $\tilde{j}^\mu$ berechnen wir auf einem Gitter mit Kantenlänge $d = 1$ fm.

Die numerische Bestimmung einer Temperatur aus der Testteilchenverteilung diskutieren wir in Kapitel 8.1.1.

3.1.2 Propagation der Testteilchen

Die Bewegungsgleichungen (3.2) und (3.3) lösen wir mit einem sogenannten Prädiktor-Korrektor-Verfahren. Im Prädiktor-Schritt werden zunächst die Bewegungsgleichungen aufintegriert:

$$\vec{r}_i^{\,P} = \vec{r}_i(t) + \Delta t \frac{\partial H_{mf}(\tilde{j}^\mu(t))}{\partial \vec{p}}(\vec{r}_i, \vec{p}_i) \tag{3.6}$$

$$\vec{p}_i^{\,P} = \vec{p}_i(t) - \Delta t \frac{\partial H_{mf}(\tilde{j}^\mu(t))}{\partial \vec{r}}(\vec{r}_i, \vec{p}_i), \tag{3.7}$$

[1] Aus Rechenzeitgründen schneiden wir die Gauß-Funktion bei einem Abstand von $\sqrt{5}$ fm ab. Dies wird natürlich in der Normierung berücksichtigt.

wobei Δt die verwendete Zeitschrittweite (siehe Kapitel 3.7 für typischerweise benutzte Werte) bezeichnet. Aus den so erhaltenen Prädiktor-Koordinaten wird der zugehörige Viererstrom $\tilde{j}^{\mu,P}$ berechnet, mit dessen Hilfe die Gradienten in einem Korrektor-Schritt korrigiert werden:

$$\vec{r}_i(t+\Delta t) = \vec{r}_i(t) + \frac{\Delta t}{2}\left(\frac{\partial H_{mf}(\tilde{j}^{\mu}(t))}{\partial \vec{p}}(\vec{r}_i,\vec{p}_i) + \frac{\partial H_{mf}(\tilde{j}^{\mu,P})}{\partial \vec{p}}(\vec{r}_i^{\,P},\vec{p}_i^{\,P})\right) \tag{3.8}$$

$$\vec{p}_i(t+\Delta t) = \vec{p}_i(t) - \frac{\Delta t}{2}\left(\Delta t\frac{\partial H_{mf}(\tilde{j}^{\mu}(t))}{\partial \vec{r}}(\vec{r}_i,\vec{p}_i) + \frac{\partial H_{mf}(\tilde{j}^{\mu,P})}{\partial \vec{r}}(\vec{r}_i^{\,P},\vec{p}_i^{\,P})\right). \tag{3.9}$$

Die auftauchenden Ortsableitungen werden auf dem oben erwähnten Gitter ausgerechnet. Die Ableitung nach der r_x-Koordinate ergibt sich zum Beispiel als:

$$\frac{\partial H_{mf}}{\partial r_x}(\vec{r}_i,\vec{p}_i) = \frac{H_{mf}(\tilde{j}^{\mu}(x_{k+1},y_l,z_m),\vec{p}_i) - H_m f(\tilde{j}^{\mu}(x_{k-1},y_l,z_m),\vec{p}_i)}{2d}, \tag{3.10}$$

wobei mit (x_k,y_l,z_m) der am nächsten zum Ort $\vec{r}_i$ des Testteilchens liegende Gitterpunkt bezeichnet ist. Auch die Impulsableitungen können, da die Impulsabhängigkeit des Mittleren Feldes (Gleichung (2.30)) nicht im Rechensystem, sondern im lokalen Ruhesystem gegeben ist, nicht analytisch berechnet werden. Die numerische Auswertung ergibt:

$$\frac{\partial H_{mf}}{\partial p_x}(\vec{r}_i,\vec{p}_i) = \\ = \frac{H_{mf}(\tilde{j}^{\mu}(x_k,y_l,z_m),p_x^i+d_p,p_y^i,p_z^i) - H_{mf}(\tilde{j}^{\mu}(x_k,y_l,z_m),p_x^i-d_p,p_y^i,p_z^i)}{2d_p}, \tag{3.11}$$

wobei wir $d_p = 10$ MeV verwenden.

3.1.3 Berechnung der Einteilchen-Energien

Die Auswertung der Gradienten in Gleichungen (3.10) und (3.11) erfordert die Berechnung der Einteilchen-Hamiltonfunktion H_{mf}. Diese ist gegeben als (siehe Kapitel 2.2):

$$H_{mf} = \sqrt{(\mu_i + U_S(\rho_{lrf},p_{lrf}))^2 + \vec{p}_i^{\,2}}, \tag{3.12}$$

mit dem effektiven skalaren Potential U_S aus Gleichung (2.33). Nun ist aber der Impuls p_{lrf} im lokalen Ruhesystem aufgrund der Lorentztransformation eine Funktion von $\vec{p}_i$ und $p_i^0 = H_{mf}$. Daher ist die Einteilchen-Energie über Gleichung (3.12) nur implizit gegeben und ihre Bestimmung kann nur über ein numerisches Iterationsverfahren erfolgen. Wir verwenden hierzu ein Regula-Falsi-Verfahren. Als Abbruchbedingung in der Iteration fordern wir, daß sich das skalare Potential U_S in zwei aufeinanderfolgenden Iterationsschritten um weniger als 0.5 MeV ändert.

Kern	r_0 [fm]	α [fm]	ρ_0 [fm^{-3}]
^{12}C	2.209	0.479	0.186
^{40}Ca	3.614	0.479	0.173
^{197}Au	6.619	0.476	0.154
^{208}Pb	6.755	0.476	0.154

Tabelle 3.1: Verwendete Parameter für die Kerndichteverteilungen gemäß Gleichung (3.13).

3.2 Initialisierung

Für die Dichteverteilung eines Kernes im Anfangszustand verwenden wir die folgende Woods-Saxon-Verteilung:

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + \exp \frac{r - r_0}{\alpha}\right)^{-1}, \tag{3.13}$$

wobei wir annehmen, daß der Verlauf der Dichteverteilung von Protonen und Neutronen gleich ist. Die hier verwendeten Parameter stammen aus einer Anpassung an Hartree-Fock-Rechnungen [109], die die über den elektromagnetischen Formfaktor experimentell gemessene Dichteverteilung der Protonen sehr gut beschreiben. In Tabelle 3.1 sind die Parameter für einige Kerne aufgeführt.

Die Initialisierung im Impulsraum erfolgt unter Benutzung einer lokalen Thomas-Fermi-Näherung (Gleichung (2.28)) mit dem lokalen Fermi-Impuls aus Gleichung (2.29).

3.2.1 Stabilität des initialisierten Zustandes

In Abbildung 3.1 zeigen wir die zeitliche Entwicklung der Dichteverteilungen eines ruhenden ^{40}Ca-Kernes und eines ruhenden ^{208}Pb-Kernes, die sich als Lösung der Vlasov-Gleichung in unserem Modell ergeben. Diese Rechnungen wurden mit $N = 1000$ Testteilchen pro Nukleon im Falle von ^{40}Ca und mit $N = 400$ für ^{208}Pb durchgeführt. Als Potential wurde die impulsabhängige Parametrisierung MM aus Tabelle 2.1 verwendet. Man sieht, daß die Dichteverteilungen zeitlichen Schwankungen im 20%-Bereich unterliegen, die Kerne aber langfristig lokalisiert bleiben.

Um die zeitlichen Oszillationen besser zu verstehen, betrachten wir die Zeitentwicklung des quadratischen gemittelten Radius der Dichteverteilungen:

$$\left(\langle r^2 \rangle\right)^{1/2}(t) \equiv \frac{1}{A} \int d^3r \, r^2 j^0(\vec{r}, t).$$

In Abbildung 3.2 ist diese Größe für ^{40}Ca und ^{208}Pb dargestellt. Neben der Rechnung mit der Potentialparametrisierung MM haben wir auch Rechnungen mit den Parametrisierungen H und S, in denen das Potential nicht impulsabhängig ist, durchgeführt. Man sieht, daß die Kerne stark ausgeprägte radiale Oszillationen durchführen. Die Amplitude dieser Schwingungen ist nahezu unabhängig vom verwendeten Potential und beträgt für beide Kerne etwa 0.5 fm. Dies ist ein sehr großer Wert. Während die

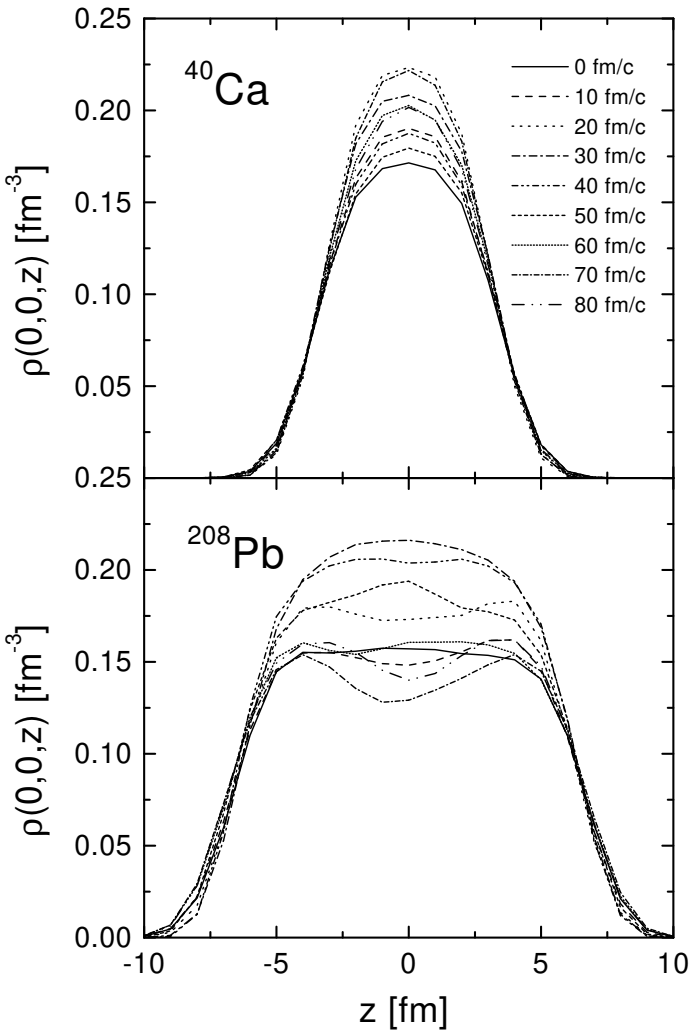

Abbildung 3.1: Zeitliche Entwicklung der Dichteverteilungen eines ruhenden ^{40}Ca-Kernes (oben) und eines ruhenden ^{208}Pb-Kernes (unten). Aufgetragen ist hier die geschmierte Dichte gemäß Gleichung (3.5).

zeitlichen Schwankungen der Dichteverteilungen in Abbildung 3.1 noch tolerabel aussahen, so ist eine solch starke kollektive Bewegung des initialisierten Kernes durchaus bedenklich. Die Schwingungsdauer zeigt eine leichte Abhängigkeit vom verwendeten Potential und nimmt mit zunehmender Kompressibilität ab. Für ^{40}Ca beträgt sie etwa 50 fm/c und für ^{208}Pb 70 fm/c.

Der Grund für die hier beobachteten Oszillationen ist nicht numerischer Natur. Er liegt vielmehr darin, daß die von uns vorgenommene Initialisierung gemäß Gleichung (3.13) nicht dem exakten Grundzustand des Potentials entspricht.

3.2.2 Berechnung des richtigen Grundzustandes

Im folgenden beschränken wir uns der Einfachheit halber auf ein impulsunabhängiges Potential (Parametersatz H), da wir bereits gesehen haben, daß die Oszillationen

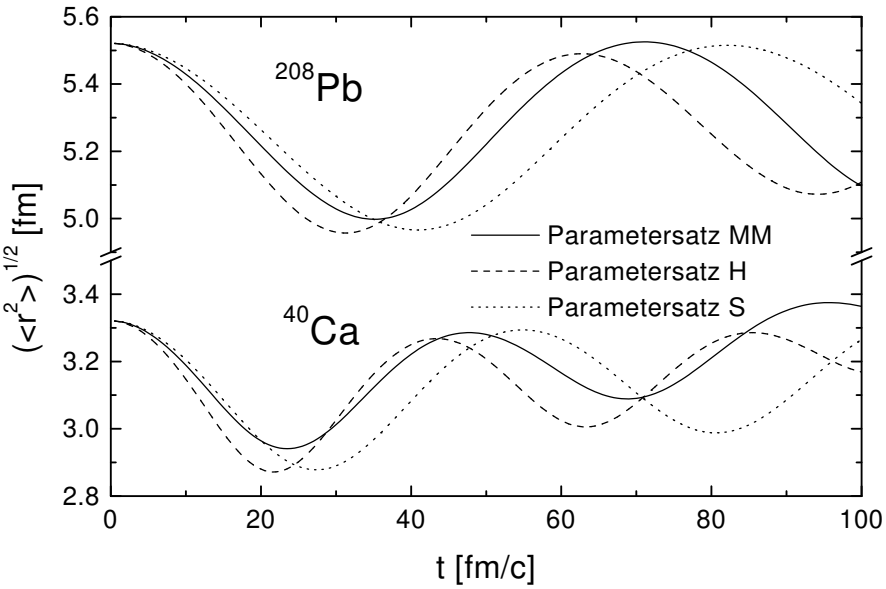

Abbildung 3.2: Zeitliche Entwicklung des quadratisch gemittelten Radius der Dichteverteilungen von ^{40}Ca und ^{208}Pb mit verschiedenen Potentialparametrisierungen.

des Anfangszustandes weitgehend unabhängig vom verwendeten Potential sind (siehe Abbildung 3.2). Das Problem, den Grundzustand zu finden, besteht darin, die Phasenraumverteilungsfunktion $f(\vec{r},\vec{p})$ so zu bestimmen, daß die Gesamtenergie E minimiert wird. Die Gesamtenergie ist gegeben als:

$$E = \int d^3r\, \epsilon, \tag{3.14}$$

mit der Energiedichte ϵ aus Gleichung (2.35). Da die potentielle Energiedichte v nur von $\rho(\vec{r})$ abhängen soll, sieht man unmittelbar, daß die Impulsverteilung, die E unter Berücksichtigung des Pauliprinzips ($f \leq 1$) minimiert, durch eine Fermi-Dirac-Verteilung bei Temperatur $T = 0$ (Gleichung (2.28)) gegeben ist. Aufgrund von Kugelsymmetrie müssen wir nun nur noch $\rho(r)$ bestimmen. Die Nebenbedingung

$$4\pi \int dr\, r^2 \rho(r) = A \tag{3.15}$$

berücksichtigen wir mit einem Lagrangemultiplikator ϵ_F. Damit erhalten wir nach Funktionalableitung bezüglich $\rho(r)$ und unter Verwendung eines nicht-relativistischen kinetischen Terms die folgende Lösung des Minimierungsproblems:

$$\frac{p_F^2(r)}{2M_0} + U[\rho, r] = \epsilon_F \quad (\rho(r) > 0), \tag{3.16}$$

wobei $p_F(r)$ über Gleichung (2.29) mit der Dichte $\rho(r)$ zusammenhängt. Gleichung (3.16) ist gerade die bekannte Thomas-Fermi-Gleichung. Im Falle eines lokalen Potentials ist $U[\rho, r]$ lediglich eine Funktion von $\rho(r)$ und daraus folgt, daß die Lösung von

Gleichung (3.16) eine Stufenfunktion für $\rho(r)$ ergibt:

$$\rho(r) = \rho_0 \Theta(R - r), \quad R = \left(\frac{3A}{4\pi\rho_0}\right)^{1/3}, \tag{3.17}$$

mit der Dichte ρ_0 aufgrund von Gleichung (2.39).

Eine Initialisierung der Kerndichte gemäß Gleichung (3.17) ist nun aber nicht sinnvoll, da davon auszugehen ist, daß für die hier vorgestellten Rechnungen die endliche Oberflächendicke der Kerne nicht vernachlässigbar ist. Um ein realistisches Dichteprofil zu erhalten, ist eine endlich reichweitige Wechselwirkung erforderlich. Aus diesem Grunde führen wir ein Yukawa-Potential ein, das bereits in [51] in BUU-Rechnungen verwendet wurde. Die zugehörige potentielle Energiedichte ist gegeben als:

$$v^{Yuk} = \frac{V_0}{2} \int d^3r' \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') \frac{e^{-\mu|\vec{r}-\vec{r}'|}}{\mu|\vec{r}-\vec{r}'|}. \tag{3.18}$$

In Kernmaterie ergibt dieses Potential den folgenden Beitrag zur Energiedichte:

$$v^{Yuk} = \frac{2\pi V_0}{\mu^3} \rho^2.$$

Dieser Term hat die gleiche ρ-Abhängigkeit wie der Term proportional zum Parameter A in Gleichung (2.36). Wir können daher das Yukawa-Potential einführen, ohne die Kernmaterieeigenschaften des Potentials zu ändern, indem wir den Parameter A wie folgt modifizieren:

$$A \to A - \frac{4\pi V_0 \rho_0}{\mu^3}.$$

Zur Berechnung des exakten Grundzustandes müssen wir eine selbstkonsistente lokale Thomas-Fermi-Rechnung gemäß Gleichung (3.16) durchführen. Das Potential $U[\rho, r]$ in Gleichung (3.16) ist ein Funktional von $\rho(r)$, da das zu v^{Yuk} korrespondierende Einteilchenpotential gegeben ist als:

$$U^{Yuk} = V_0 \int d^3r' \rho(\vec{r}') \frac{e^{-\mu|\vec{r}-\vec{r}'|}}{\mu|\vec{r}-\vec{r}'|}. \tag{3.19}$$

Die Thomas-Fermi-Rechnung erfolgt in einem zweistufigen numerischen Iterationsverfahren. Hierzu bestimmen wir zu vorgegebener Dichte $\rho^i(r)$ im i-ten Iterationschritt zunächst das Potential $U^i(r)$. ϵ_F^i erhalten wir dann aus der Lösung der Gleichung (3.15):

$$4\pi \int^R dr\, r^2 \frac{2}{3\pi^2} \left[2M_0 \left(\epsilon_F^i - U^i(r)\right)\right]^{3/2} = A, \tag{3.20}$$

wobei die obere Integrationsgrenze R gegeben ist als Lösung von:

$$\epsilon_F^i - U^i(R) = 0.$$

Die Gleichung für ϵ_F^i lösen wir numerisch mit einem Regula-Falsi-Verfahren. Aus ϵ_F^i können wir dann die Dichte $\rho^{i+1}(r)$ für den nächsten Iterationsschritt berechnen:

$$\rho^{i+1}(r) = \frac{2}{3\pi^2} \left[2M_0 \left(\epsilon_F^i - U^i(r)\right)\right]^{3/2}. \tag{3.21}$$

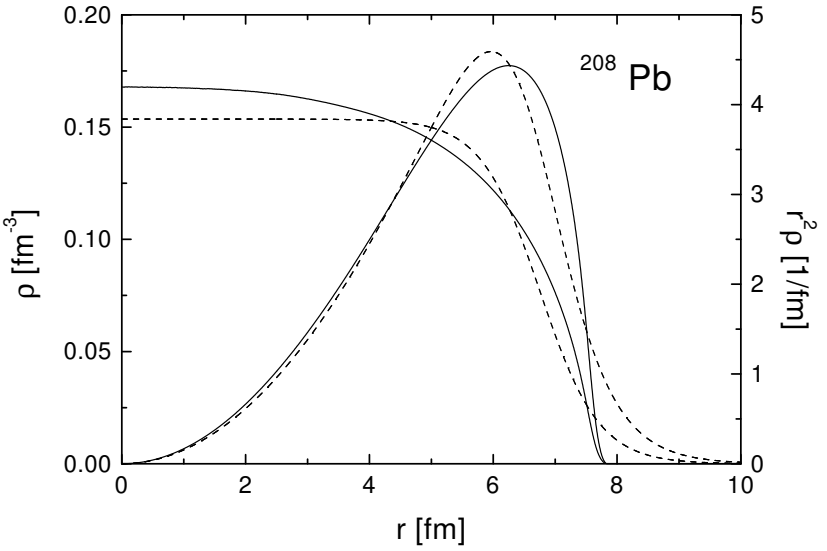

Abbildung 3.3: Dichteverteilung aus lokaler Thomas-Fermi-Rechnung für ^{208}Pb (durchgezogene Linien). Die gestrichelte Linie, die in etwa der experimentellen Verteilung entspricht, ist die normalerweise initialisierte Dichteverteilung gemäß Gleichung (3.13).

In Abbildung 3.3 zeigen wir das Ergebnis der Thomas-Fermi-Rechnung für ^{208}Pb. Hier haben wir für das Yukawa-Potential die folgenden Parameter verwendet:

$$V_0^{Pb} = -36.7\,\mathrm{MeV},\ \mu^{Pb} = 1\,\mathrm{fm},$$

um eine möglichst gute Reproduktion der Dichteverteilung aus Gleichung (3.13) zu erhalten, die ebenfalls in Abbildung 3.3 dargestellt ist. Die Thomas-Fermi-Lösung geht bei einem endlichen r auf null, während die Woods-Saxon-Verteilung exponentiell abfällt. Insbesondere an der mit r^2 gewichteten Dichteverteilung sieht man, daß beide Verteilungen eine recht unterschiedliche Oberfläche aufweisen.

Die Rechnungen für ^{40}Ca wurden mit einem Yukawa-Potential mit einer etwas kürzeren Reichweite, das aber die gleiche integrale Stärke besitzt, durchgeführt:

$$V_0^{Ca} = -124.0\,\mathrm{MeV},\ \mu^{Ca} = 1.5\,\mathrm{fm}.$$

Die resultierende Dichteverteilung ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Auch diese Dichteverteilung ist eine recht gute Näherung an die normalerweise verwendete.

Diese Dichteverteilungen haben wir nun auch in der BUU-Simulation zur Initialisierung verwendet. Das Yukawa-Potential wird hier nicht direkt über das Integral in Gleichung (3.19) berechnet, sondern aus numerischen Gründen als Lösung der folgenden abgeschirmten Poisson-Gleichung:

$$\left(\vec{\nabla}^2 - \mu^2\right) U^{Yuk}(\vec{r}) = -\frac{4\pi V_0}{\mu}\tilde{j}^0(\vec{r}). \tag{3.22}$$

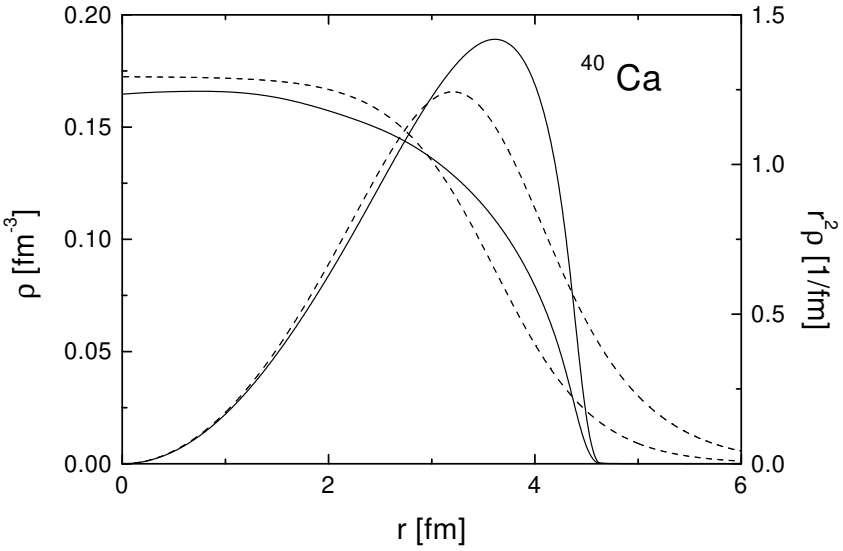

Abbildung 3.4: Dichteverteilung aus lokaler Thomas-Fermi-Rechnung für ^{40}Ca (durchgezogene Linien). Die gestrichelte Linie ist die normalerweise initialisierte Dichteverteilung gemäß Gleichung (3.13).

Im Gegensatz zu der Behandlung des lokalen skalaren Potentials aus Gleichung (2.33) ist die des Yukawa-Potentials nicht kovariant. Die kovariante Behandlung eines Potentials mit endlicher Reichweite erzwänge die Berücksichtigung von Retardierungseffekten, die die numerische Behandlung deutlich erschwerten. Da wir im folgenden das Yukawa-Potential nur zu Testzwecken zur Beschreibung von Kernen im Grundzustand verwenden werden, stellt die fehlende Kovarianz kein Problem dar. Eine Berechnung von Schwerionenkollisionen bei hohen Energien ist mit diesem Potential jedoch nicht ohne weiteres möglich.

In Abbildung 3.5 zeigen wir, daß ein mit der Dichteverteilung aus der Thomas-Fermi-Rechnung initialisierter ^{208}Pb-Kern auch im Rahmen der Testteilchen-Numerik im BUU-Programm wirklich stabil ist. Noch deutlicher erkennt man die Stabilität bei Betrachtung der Zeitentwicklung des quadratisch gemittelten Radius, die in Abbildung 3.6 dargestellt ist. Hier präsentieren wir auch die Resultate für ^{40}Ca. Im Vergleich zu den Rechnungen ohne Yukawa-Potential und mit der Initialisierung gemäß Gleichung (3.13) sind die Oszillationen für beide Kerne um fast einen Faktor 10 reduziert. Die verbleibenden Oszillationen sind rein numerischer Natur und zurückzuführen auf die Schmierung der Dichte und die endliche Kantenlänge des Gitters auf dem die Potentialgradienten berechnet werden. Eine Verbesserung der Numerik ist jedoch nicht notwendig, da die Amplitude der Radiusoszillationen kleiner als 0.1 fm und damit für alle praktischen Zwecke unbedeutend ist.

In Abbildung 3.6 zeigen wir auch Kurven, die sich mit der herkömmlichen Initialisierung und der Berücksichtigung des Yukawa-Potentials ergeben. In diesem Falle erhalten wir auch eine deutliche Reduktion der Oszillationen, deren Amplitude nur etwa 0.1 fm beträgt. Dies ist nicht erstaunlich, da wir die Parameter des Yukawa-Potentials gerade so gewählt hatten, daß der zum Potential korrespondierende Grundzustand möglichst

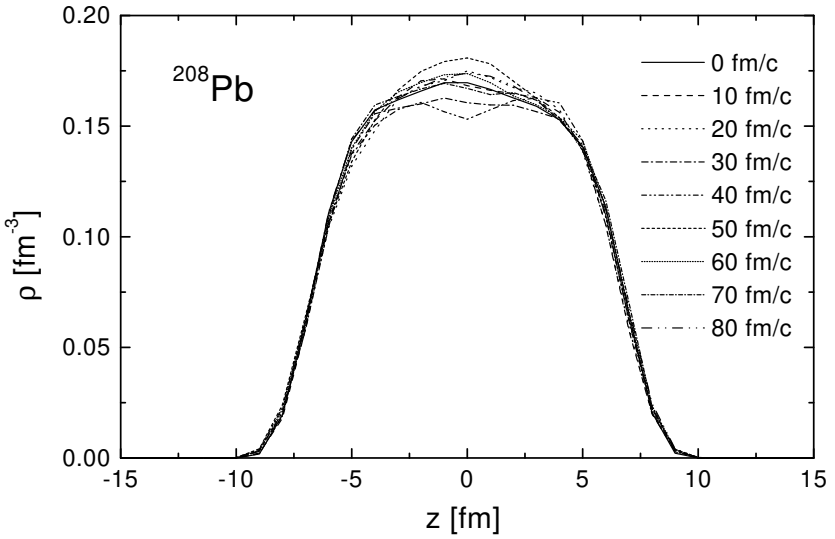

Abbildung 3.5: Zeitliche Entwicklung der Dichteverteilung eines ruhenden ^{208}Pb-Kernes bei Verwendung der aus einer lokalen Thomas-Fermi-Rechnung gewonnenen Dichteverteilung zur Initialisierung.

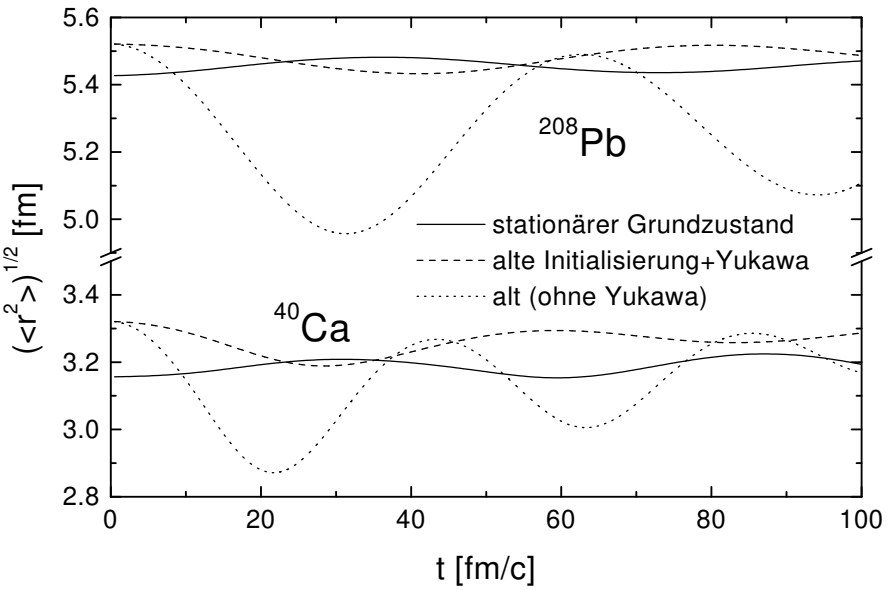

Abbildung 3.6: Zeitliche Entwicklung des quadratisch gemittelten Radius der Dichteverteilungen von ^{40}Ca und ^{208}Pb bei Initialisierung des Grundzustandes aus der Thomas-Fermi-Rechnung (durchgezogene Linien). Die gestrichelten Linien ergeben sich mit der herkömmlichen Initialisierung und Berücksichtigung des Yukawa-Potentials. Die gepunkteten Linien entsprechen den gestrichelten Linien in Abbildung 3.2.

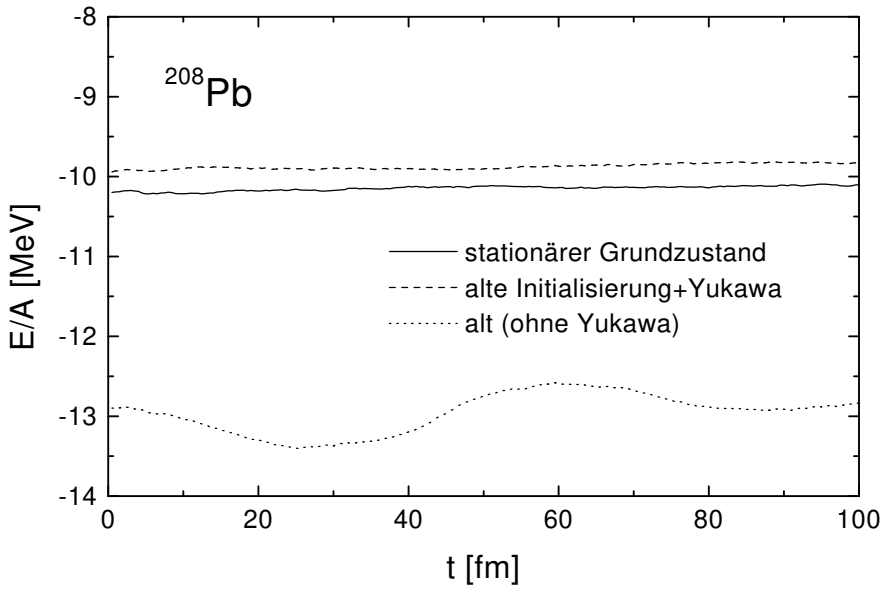

Abbildung 3.7: Zeitliche Entwicklung der im BUU-Programm berechneten Bindungsenergie pro Nukleon eines ruhenden ^{208}Pb-Kernes. Die Bedeutung der Linien entspricht der in in Abbildung 3.6. Beiträge der Coulomb-Energie sind nicht berücksichtigt.

nah an der Woods-Saxon-Dichteverteilung liegt.

Im folgenden wollen wir kurz Energieerhaltung und den Aspekt der Bindungsenergie der initialisierten Kerne diskutieren. Die Zeitentwicklung der im BUU-Programm über Gleichung (3.14) berechneten totalen Energie pro Nukleon eines ruhenden ^{208}Pb-Kernes ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Man sieht, daß sowohl bei der Initialisierung des richtigen Grundzustandes, wie auch bei der Rechnung mit Yukawa-Potential und Verwendung der Woods-Saxon-Dichteverteilung die totale berechnete Energie auf einer Zeitskala von 100 fm/c bis auf etwa 0.1 MeV pro Nukleon konstant ist. Die herkömmliche Rechnung zeigt demgegenüber Schwankungen in der Energie von etwa 0.5 MeV pro Nukleon. Dies ist darauf zurückzuführen, daß bei einem oszillierenden Kern die numerischen Ungenauigkeiten in der Berechnung der Energie und in der Teilchenpropagation größer sind, da das Einteilchenpotential im lokalen Ruhesystem berechnet wird. Die Schwankung von 0.5 MeV ist jedoch verglichen mit der durchschnittlichen kinetischen Energie von 25 MeV eines Nukleons unwesentlich. Außerdem sieht man aus Abbildung 3.7, daß langfristig kein Energieverlust oder -gewinn auftritt.

In Abbildung 3.8 vergleichen wir die Energie pro Nukleon als Funktion der Massenzahl A, die sich mit verschiedenen Potentialparametrisierungen unter Verwendung der Woods-Saxon-Dichteverteilung aus Gleichung (3.13) ergibt, mit der Bindungsenergie, die aus dem Tröpfchenmodell (Weizsäcker-Formel) in [110] ohne Coulomb- und Asymmetrieterm folgt. Ohne Verwendung eines Yukawa-Potentials sind die Kerne um etwa 1 bis 2 MeV zu stark gebunden, mit Yukawa-Potential und den hier verwendeten Reichweiten (bei konstanter integraler Stärke) liegen die Bindungsenergien bis zu 2 MeV über den Weizsäcker-Werten. Bei Verwendung eines Yukawa-Potentials mit den

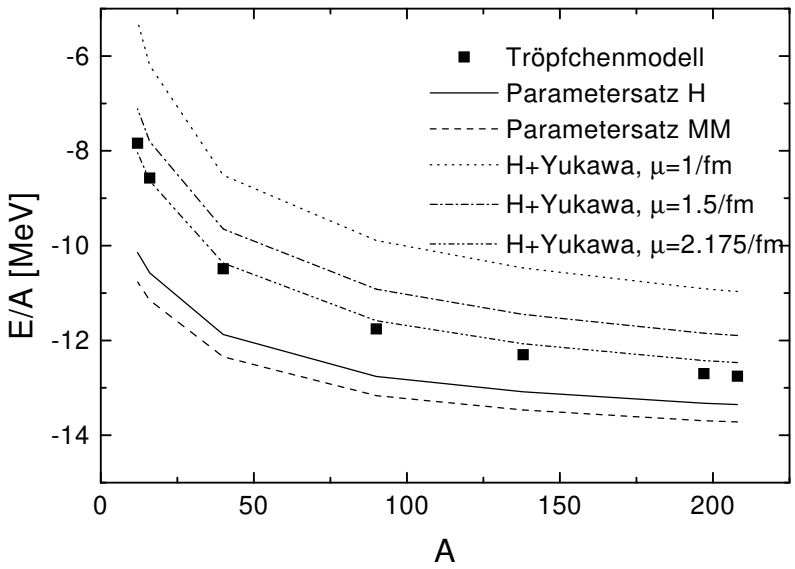

Abbildung 3.8: Energie pro Nukleon für verschiedene Potentiale unter Verwendung der Woods-Saxon-Dichteverteilung aus Gleichung (3.13). Die Quadrate ergeben sich mit der Weizsäcker-Parametrisierung aus [110] ohne Coulomb- und Asymmetrie-Term.

Parametern aus [51] ($\mu = 2.175$/fm, $V_0 = -378$ MeV) erzielt man hingegen eine gute Beschreibung der Tröpfchenmodellwerte. Dieses Potential ist nun aber so kurzreichweitig, daß der zu ihm korrespondierende Grundzustand nahezu einer Stufenfunktion entspricht. Im BUU-Programm führt dieses Potential bei Initialisierung der Woods-Saxon-Dichteverteilung aus Gleichung (3.13) zu fast ebenso starken radialen Oszillationen wie das rein lokale Potential.

Die Abweichungen der Bindungsenergien von den Weizsäcker-Werten sind für die Rechnungen der vorliegenden Arbeit unbedeutend. In allen hier zu betrachtenden Reaktionen liegen die Einschußenergien mindestens im Bereich einiger 100 MeV. Da die entsprechende Wellenlänge kleiner als der typische Abstand benachbarter Nukleonen im Kern ist, findet die primäre Wechselwirkung nur an einem Nukleon statt. Für diese Wechselwirkung spielt es keine Rolle, ob das Nukleon um einige MeV stärker oder schwächer gebunden ist.

Unter Umständen wäre es möglich, bei Verwendung eines schwächeren Yukawa-Potentials mit größerer Reichweite, eine gleichzeitige Beschreibung der Bindungsenergien und der Dichteverteilung zu erzielen. Für die hier präsentierten Untersuchungen ist dies allerdings nicht erforderlich, da nur die Dichteverteilung von Bedeutung ist. Wir sollten anmerken, daß das Verhalten der Dichteverteilung für große r nicht nur durch die Reichweite der Wechselwirkung, sondern auch durch den quantenmechanischen exponentiellen Abfall, der in unserem Modell nicht simuliert werden kann, bestimmt wird.

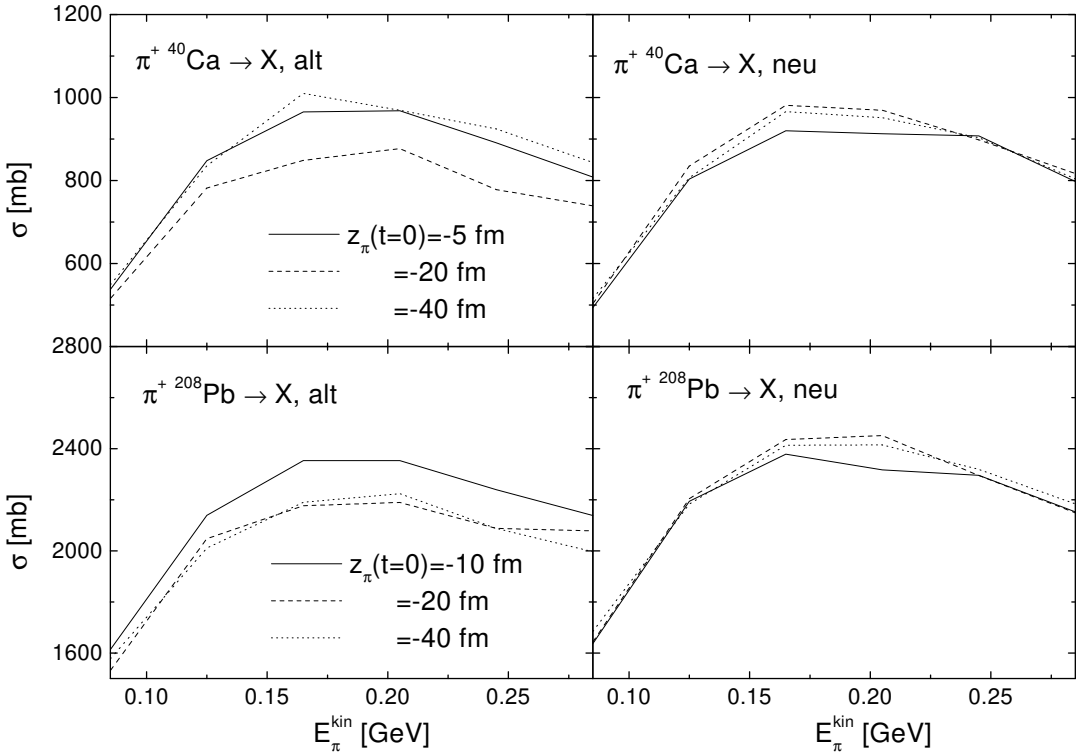

Abbildung 3.9: Der totale inelastische Pion-Kern-Wirkungsquerschnitt an ^{40}Ca (oben) und ^{208}Pb (unten) für verschiedene Initialisierungsdistanzen des Pions. Auf der linken Seite zeigen wir die Resultate mit der herkömmlichen Initialisierung und einem lokalen Potential, auf der rechten die mit der Berücksichtigung eines Yukawa-Potentials und der Initialisierung des richtigen Grundzustandes.

3.2.3 Einfluß der Grundzustandsstabilität auf Observable

Pion-Kern-Reaktionen

In Abbildung 3.9 zeigen wir, wie der totale inelastische Pion-Kern-Wirkungsquerschnitt für ^{40}Ca und ^{208}Pb davon abhängt, in welcher Entfernung vom Kern das Pion initialisiert wird. Das Koordinatensystem ist hier so gewählt, daß der Impuls des Pions in Richtung der positiven z-Achse zeigt. Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich durch Integration über den Stoßparameter. Zu Beginn der Rechnung haben wir die z-Koordinate des Pions auf -5 (für ^{208}Pb auf -10), -20 oder -40 fm gesetzt. Aus Abbildung 3.9 sieht man, daß in der herkömmlichen Rechnung die Wirkungsquerschnitte im Falle von ^{40}Ca je nach Initialisierungsdistanz um etwa 20% variieren und im Falle von ^{208}Pb um etwa 10%. Dieses Verhalten ergibt sich unmittelbar aus den in Abbildung 3.2 gezeigten Radiusoszillationen. Für Pionenenergien oberhalb von 150 MeV ist der Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitt so groß, daß sich der totale inelastische Pion-Kern-Wirkungsquerschnitt für einen Kern mit Radius R als πR^2 abschätzen läßt. Trifft das Pion nun auf den Kern zu einem Zeitpunkt, an dem er sich gerade zusammengezogen hat, erhalten wir einen reduzierten Wirkungsquerschnitt. In Abbildung 3.9 zeigen wir auch die Resultate, die sich bei Berücksichtigung des Yukawa-Potentials und Initialisierung der Dichteverteilung aus der Thomas-Fermi-Rechnung ergeben. Aufgrund

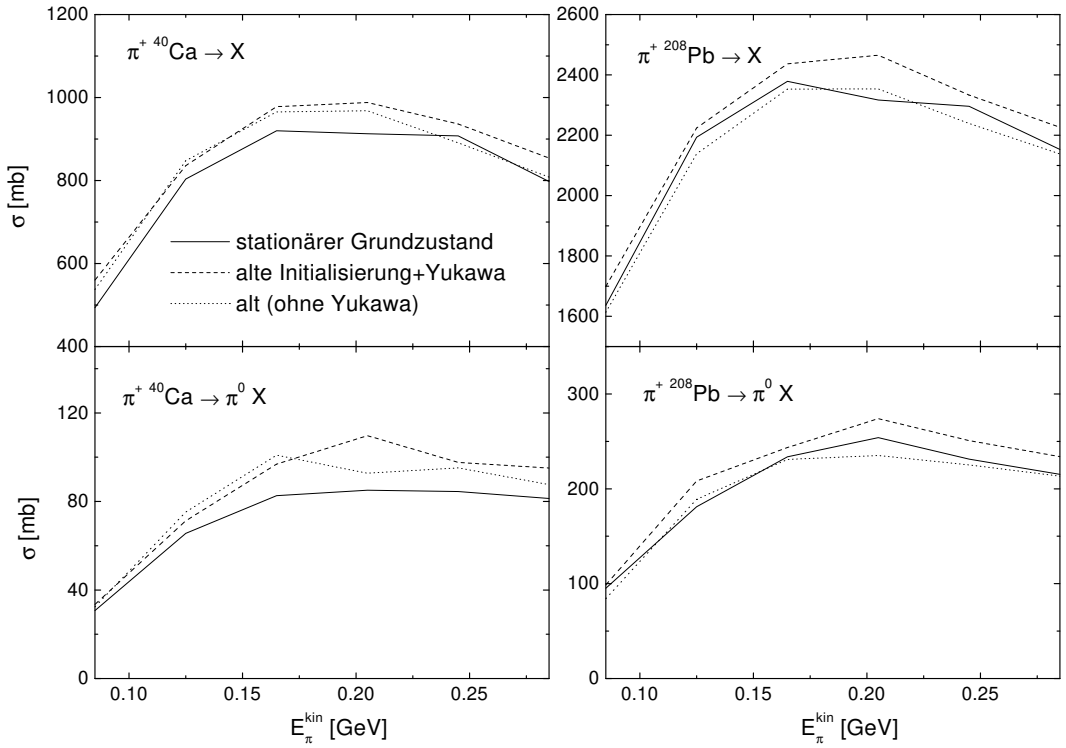

Abbildung 3.10: Einfluß von Dichteinitialisierung und Yukawa-Potential auf Pion-Kern-Wirkungsquerschnitte. Die Bedeutung der Linien entspricht der in Abbildung 3.6. Die Rechnungen wurden mit einer Initialisierung des Pions bei $z_\pi = -10$ fm durchgeführt.

der bereits in Abbildung 3.6 gezeigten Stabilität dieser Konfigurationen ergibt sich nur noch eine vernachlässigbare Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte von der Initialisierungsdistanz.

Natürlich entspricht eine Initialisierung des Pions bei $z_\pi = -40$ fm keinem in einer wirklichen Simulation anzutreffenden Szenario, da man schon aus Rechenzeitgründen das Pion so nah am Kern wie möglich initialisiert. Die Diskussion im vorangegangenen Absatz diente vielmehr dazu zu zeigen, daß Effekte aufgrund oszillierender Anfangszustände generell nicht auszuschließen sind. In Abbildung 3.10 vergleichen wir nun die Resultate, die sich bei Initialisierung des Pions bei $z_\pi = -5$ fm für ^{40}Ca beziehungsweise $z_\pi = -10$ fm für ^{208}Pb mit verschiedenen Beschreibungen des ruhenden Kernes ergeben. Neben dem totalen inelastischen Wirkungsquerschnitt zeigen wir auch den Wirkungsquerschnitt der inklusiven π^0-Produktion. Man sieht, daß die Abweichungen der Rechnungen fast immer kleiner als 5% sind. Daraus folgt, daß die in Abbildung 3.6 gezeigten radialen Oszillationen des initialisierten Kernes nur einen unwesentlichen Einfluß auf die Resultate unserer Rechnungen haben, wenn der räumliche Abstand der Reaktionspartner so gewählt wird, daß die eigentliche Reaktion in den ersten fm/c stattfindet.

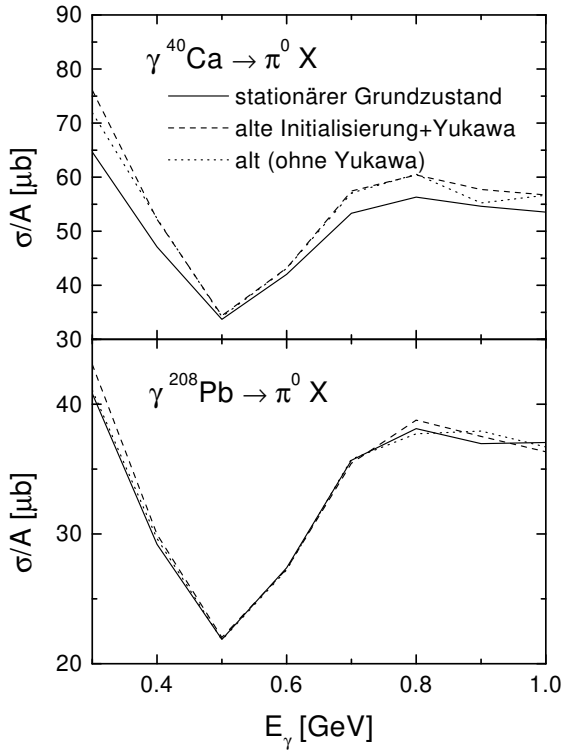

Abbildung 3.11: Einfluß von Dichteinitialisierung und Yukawa-Potential auf inklusive Photoproduktion von π^0-Mesonen. Die Bedeutung der Linien entspricht der in Abbildung 3.6.

Photon-Kern-Reaktionen

In Abbildung 3.11 präsentieren wir die Resultate unserer Rechnungen für den Einfluß der Dichteinitialisierung auf die Photoproduktion von π^0-Mesonen im Energiebereich von 300 MeV bis 1 GeV. Im Falle von ^{40}Ca ist zu sehen, daß bei Initialisierung der Woods-Saxon-Dichteverteilung gemäß Gleichung (3.13) der Wirkungsquerschnitt nahezu unabhängig davon ist, ob das Yukawa-Potential berücksichtigt wird. Demgegenüber ergibt sich bei Initialisierung der Thomas-Fermi-Dichteverteilung ein Wirkungsquerschnitt, der – abhängig von der Photonenergie – um bis zu 10% kleiner ist. Hieraus folgt zweierlei. Zum einen haben die radialen Oszillationen des normalerweise initialisierten Kernes einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Resultate unserer Rechnungen. Zum anderen besteht bei Photon-Kern-Reaktionen eine recht starke Sensitivität auf die Details der initialisierten Kernoberfläche. In Abbildung 3.4 hatten wir gesehen, daß die Thomas-Fermi-Rechnung für ^{40}Ca eine Dichteverteilung liefert, die an der Oberfläche deutlich steiler abfällt als die Woods-Saxon-Dichteverteilung, welche die experimentelle Dichteverteilung gut beschreibt. Diese Modifikation der Dichteverteilung hat dann den in Abbildung 3.11 dargestellten Effekt auf die Photoproduktion von Mesonen.

In Abbildung 3.11 zeigen wir auch die gleichen Rechnungen für ^{208}Pb. Hier liefern alle Rechnungen praktisch die gleichen Resultate, was darauf zurückzuführen ist, daß

die Thomas-Fermi-Dichteverteilung der Woods-Saxon-Dichteverteilung ähnlicher ist als im Falle von ^{40}Ca, wie man durch Vergleich der Abbildungen 3.3 und 3.4 sieht.

Schlußfolgerungen

Eine wesentliche Anforderung an unser Transportmodell besteht darin, daß es eine Vielzahl nuklearer Reaktionen gleichzeitig beschreiben soll. Da wir das in diesem Abschnitt verwendete Yukawa-Potential aufgrund fehlender Kovarianz nicht zur Berechnung von Schwerionenkollisionen bei relativistischen Energien verwenden können, ist es nicht wünschenswert, es in den normalen Rechnungen für Pion-Kern- oder Photon-Kern-Reaktionen einzusetzen. Allerdings ergeben sich ohne Yukawa-Potential beträchtliche Oszillationen der Kerne im Anfangszustand, wenn ein realistisches Dichteprofil initialisiert wird. Wir haben aber gesehen, daß diese Oszillationen einen nahezu verschwindenden Einfluß auf unsere Rechnungen zu Photon-Kern-Reaktionen haben, da die Schwingungsdauer deutlich größer als die typische Reaktionsdauer ist. Im Falle von Pion-Kern-Reaktionen lassen sich artifizielle Effekte der Oszillationen erzeugen, indem man das Pion sehr weit vom Kern entfernt initialisiert. Bei einer „vernünftigen“ Initialisierung des Pions, so daß die Wechselwirkung in den ersten fm/c stattfindet, sind auch hier die Effekte klein. Das gleiche erwarten wir auch für Schwerionenkollisionen. Aus diesen Gründen führen wir alle in den späteren Kapiteln folgenden Rechnungen ohne Yukawa-Potential und mit der Woods-Saxon-Dichteverteilung durch.

3.3 Der Kollisionsterm

Die numerische Realisierung des Kollisionsterms beruht auf einer sogenannten parallelen Ensemble-Methode. In der Diskussion des Testteilchenansatzes hatten wir bereits in Gleichung (3.1) die Anzahl der Testteilchen N eingeführt. Jedes physikalische Teilchen wird durch N Testteilchen repräsentiert. Ein System mit A Nukleonen wird also durch $N \cdot A$ Testteilchen beschrieben. Wir können nun diese $N \cdot A$ Testteilchen in N sogenannte Ensembles, in denen sich jeweils A Testteilchen befinden, aufteilen. In der parallelen Ensemble-Methode finden Teilchenstöße nur innerhalb des gleichen Ensembles statt, während das Mittlere Feld über alle Ensembles gemittelt wird. Bezüglich des Kollisionsterms können wir daher ein Testteilchen als physikalisches Teilchen auffassen.

Wie wir im folgenden besprechen werden, ist es in der parallelen Ensemble-Methode notwendig, einen Kollisionsterm zu verwenden, der nicht-lokal ist. Demgegenüber war der Kollisionsterm in der ursprünglichen Transportgleichung rein lokal. Die Lösung der parallelen Ensemble-Methode ist daher im strengen Sinne keine Lösung der Transportgleichung. Darüberhinaus können sich prinzipiell in einem parallelen Ensemble-Verfahren durch die endliche Anzahl von Stoßpartnern Effekte aufgrund von statistischen Fluktuationen in der Anzahl der Stöße ergeben. In Kapitel 3.6 werden wir im Rahmen der Diskussion der Implementierung sogenannter perturbativer Teilchen auf diese Punkte zurückkommen.

In Kapitel 3.1.2 hatten wir dargelegt, wie wir die Propagation der Testteilchen durch Diskretisierung der Zeit t in Zeitintervalle Δt behandeln. In jedem Zeitschritt können nun auch Stöße der Testteilchen stattfinden, die wir mit den in den folgenden

Abschnitten zu beschreibenden Monte-Carlo-Verfahren festlegen. Zwischen den Stößen propagieren die Testteilchen gemäß den Gleichungen (3.2), (3.3) und (3.4).

3.3.1 Zweiteilchenstöße

Semi-klassisch ergibt sich der Wirkungsquerschnitt σ für den Stoß zweier Teilchen durch Integration über den Stoßparameter b:

$$\sigma = \int d^2b\, p(b), \tag{3.23}$$

wobei $p(b)$ die Wahrscheinlichkeit eines Stoßes bezeichnet. In unserem Modell sind die Wirkungsquerschnitte der elementaren Kollisionen, wie in Kapitel 2.5 beschrieben, vorgegeben. In der numerischen Realisierung werden nun die Wahrscheinlichkeiten $p(b)$ benötigt. Diese sind über Gleichung (3.23) nicht eindeutig festgelegt. Die nächstliegende Möglichkeit wäre, $p(b)$ folgendermaßen zu wählen:

$$p(b) = \Theta(\sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} - b).$$

Dies wäre allerdings problematisch, da für Teilchenerzeugungsreaktionen mit einem an der Schwelle bereits offenen Ausgangskanal, zum Beispiel $NR \to NN$, der Wirkungsquerschnitt nicht nach oben beschränkt ist und damit Kollisionen zwischen beliebig weit entfernten Teilchen möglich wären. In einer nuklearen Umgebung ist jedoch aufgrund von Abschirmeffekten davon auszugehen, daß ein Teilchen nur mit Teilchen in seiner näheren Umgebung stößt. Wir erlauben daher nur Stöße bis zu einem maximalen Stoßparameter b_{max} und nehmen an, daß die Stoßwahrscheinlichkeit für kleinere Stoßparameter unabhängig von b ist. Daraus ergibt sich:

$$p(b) = \min(\frac{\sigma}{\sigma_{max}}, 1)\Theta(b_{max} - b), \quad \sigma_{max} = \pi b_{max}^2, \tag{3.24}$$

wobei wir für Nukleon-Nukleon-Stöße $\sigma_{max} = 55$ mb ($b_{max} = 1.32$ fm), für alle anderen Baryon-Baryon-Stöße 80.4 mb (1.6 fm), für Meson-Baryon-Stöße 200 mb (2.52 fm) und für Meson-Meson-Stöße 126 mb (2 fm) verwenden. Der hier verwendete maximale Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt σ_{max} entspricht gerade dem Maximum der für diesen Wirkungsquerschnitt verwendeten Parametrisierung (siehe Gleichung (A.1) und Abbildung A.5), so daß sich durch das beschriebene Verfahren keine Reduktion der Übergangsraten ergibt. Das gleiche gilt auch für Pion-Nukleon-Stöße. Aus den Abbildungen 2.9 und 2.8 sieht man, daß das Maximum dieses Wirkungsquerschnittes bei 200 mb liegt.

Im Falle von Resonanz-Nukleon-Stößen divergiert der Wirkungsquerschnitt an der Schwelle, so daß der hier verwendete Wert von $\sigma_{max} = 80.4$ mb einem Abschneiden des Wirkungsquerschnittes entspricht. Der korrespondierende maximale Stoßparameter $b_{max} = 1.6$ fm entspricht bei Dichte ρ^0 ungefähr dem Abstand zweier benachbarter Nukleonen.

In den Abbildungen 3.12 und 3.13 demonstrieren wir beispielhaft für eine γ^{208}Pb- und eine ^{197}Au+^{197}Au-Reaktion, daß die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit nicht von der speziellen Wahl der maximalen Wirkungsquerschnitte abhängen. Bei einer Wahl

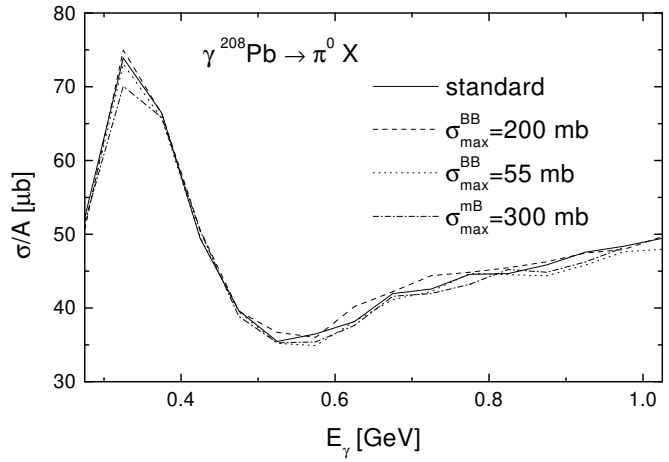

Abbildung 3.12: Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes zur Photoproduktion von π^0-Mesonen in ^{208}Pb von den verwendeten maximalen Wirkungsquerschnitten im Kollisionskriterium.

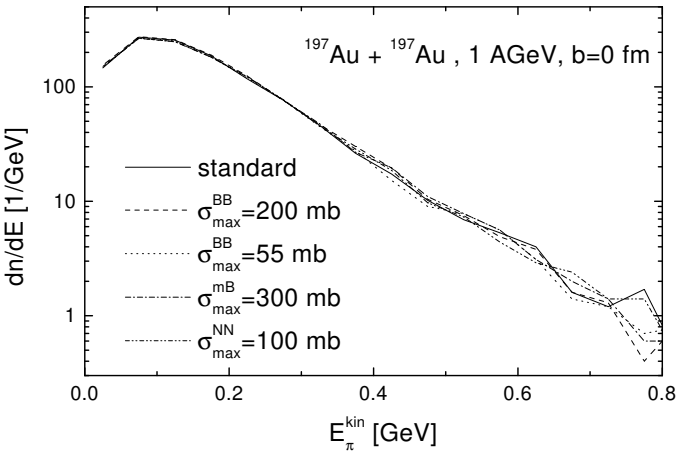

Abbildung 3.13: Abhängigkeit der Pionenproduktion in zentralen Au+Au Kollisionen bei 1 AGeV von den verwendeten maximalen Wirkungsquerschnitten im Kollisionskriterium.

von 300 mb für den maximalen Meson-Baryon-Wirkungsquerschnitt ergibt sich eine leichte Reduktion der Pionenproduktion in der Photon-Kern-Reaktion. Allerdings ist ein solch großer maximaler Wirkungsquerschnitt nicht als sinnvoll anzusehen. Es ist insbesondere wichtig, daß unsere Resultate stabil gegenüber der Wahl des maximalen Resonanz-Nukleon-Wirkungsquerschnittes sind. Die hier gezeigten Ergebnisse sind ein Hinweis darauf, daß der Einfluß der Nichtlokalität des Stoßterms in der parallelen Ensemble-Methode nicht sehr groß ist.

Falls nun zwei Teilchen einen Stoßparameter haben, der kleiner ist als b_{max}, muß der Zeitpunkt festgelegt werden, an dem eine mögliche Kollision der beiden Teilchen stattfindet. Der Stoßparameter ist der minimale räumliche Abstand der beiden Teilchen in

ihrem Schwerpunktsystem. Falls man nun den Stoßzeitpunkt im Schwerpunktsystem der Teilchen als Zeitpunkt ihres minimalen Abstandes festlegt, ergeben sich im Rechensystem unterschiedliche Stoßzeitpunkte für beide Teilchen. Im Rahmen unseres Transportmodells muß jedoch die Kollision zu gleichen Zeiten im Rechensystem erfolgen. Daher bestimmen wir den Kollisionszeitpunkt im Rechensystem mit Hilfe einer Vorschrift von Kodama et al. [111], die in Anhang B dargestellt ist. Diese Vorschrift verletzt Kovarianz, da sich in verschiedenen Bezugssystemen verschiedene Reihenfolgen der Kollisionen und damit auch unter Umständen verschiedene Resultate der Rechnungen ergeben. Dieses Problem rührt daher, daß wir den ursprünglich rein lokalen Kollisionsterm in der Transportgleichung (2.66) durch einen nicht-lokalen ersetzt haben. Für die Berechnung von Teilchenproduktion in photon- und pioninduzierten Reaktionen ist das geschilderte Problem bedeutungslos, da es keine Rolle spielen sollte, mit welchen Nukleonen die primär produzierten Teilchen stoßen. Auch im Falle von Schwerionenkollisionen ist zu erwarten, daß die Kollisionsreihenfolge keinen allzu großen Einfluß auf die Endresultate hat.

Aus der Wahrscheinlichkeit $p(b)$ wird mit Hilfe einer Zufallsvariablen festgelegt, ob eine Kollision stattfindet. Ebenso wird der Endzustand (Typ, Ladung, Impulse und Massen der auslaufenden Teilchen) gemäß der verwendeten Wirkungsquerschnitte durch Monte-Carlo-Entscheidungen bestimmt. Hierbei werden die Pauli-Blocking-Faktoren $(1 - f)$ zunächst nicht berücksichtigt. Liegt der Endzustand komplett fest, wird Pauli-Blocking mit einem Verfahren überprüft, das in Kapitel 3.3.4 beschrieben wird. Gegebenenfalls wird dann die gesamte Kollision verworfen, und es findet kein Stoß der einlaufenden Teilchen statt.

Im Rahmen der hier vorgestellten Realisierung des Kollisionsterms ist es zwingend erforderlich, daß Kollisionen unter den Produkten einer primären Reaktion verhindert werden, bevor diese an weiteren Wechselwirkungen teilgenommen haben. Zum Beispiel muß ausgeschloßen werden, daß ein Pion, daß in $N_1N_2 \to N_3N_4\pi$ erzeugt wurde, direkt danach mit N_3 oder N_4 wechselwirkt. Falls aber N_3 zwischenzeitlich an einer weiteren Wechselwirkung teilgenommen hat, muß die Kollision zwischen dem Pion und N_3 erlaubt sein. Wir erreichen dies, indem wir alle Kollisionen global durchnumerieren und für jedes Testteilchen die Nummer seiner letzten Kollision speichern. In Resonanzzerfällen wird diese Nummer an die Zerfallsprodukte vererbt. Die Kollision zweier Teilchen ist nun verboten, falls ihre Kollisionsnummer übereinstimmt.

3.3.2 Resonanzzerfälle

Die Zerfallswahrscheinlichkeit p^R_{dec} einer Resonanz R aufgrund ihrer spontanen Zerfallsbreite Γ in einem Zeitintervall Δt ist gegeben als:

$$p^R_{dec} = 1 - \exp\left(-\frac{\Gamma_R}{\gamma}\Delta t\right), \tag{3.25}$$

wobei der Lorentzfaktor $\gamma = p^0_R/\mu_R$ auftaucht, da Γ_R die Breite der Resonanz in ihrem Ruhesystem bezeichnen soll. Die Berechnung dieser Breiten als Funktion der invarianten Masse μ_R hatten wir in Kapitel 2.4.3 dargelegt. Analog zum Vorgehen im Falle der Zweiteilchenstöße werden das Zerfallsereignis und gegebenenfalls der Endzustand über Monte-Carlo-Entscheidungen festgelegt. Da der Spinfreiheitsgrad in unseren Rechnun-

gen nicht explizit berücksichtigt wird, zerfallen alle Resonanzen in ihrem Ruhesystem isotrop.

3.3.3 Mehrteilchenstöße

In unserem Modell wird der Prozeß $\pi NN \to NN$ berücksichtigt. Außerdem werden wir in Kapitel 4 auf die Effekte der Reaktion $NNN \leftrightarrow \Delta(1232)NN$ eingehen. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit der numerischen Behandlung von Dreiteilchenkollisionen. In Kapitel 2.5.5 hatten wir bereits die allgemeine Struktur des Kollisionsterms für Mehrteilchenstöße angeschrieben. Die Idee der numerischen Realisierung besteht darin, den entsprechenden Verlustterm $\Sigma^>$ als „Zerfalls"-Rate aufzufassen.

$\pi\mathbf{NN} \to \mathbf{NN}$

Im folgenden betrachten wir exemplarisch den Prozeß $\pi NN \to NN$. Die Verlustrate $\Sigma^>_\pi$ des Pions ergibt sich unmittelbar aus Gleichung (2.101) analog zu Gleichung (2.85), aber nun unter expliziter Berücksichtigung des Isospins:

$$\Sigma^>_\pi = \frac{1}{2p^0_\pi}\sum_{1,2}\int g\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2p^0_1}f_1 g\frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2p^0_2}f_2\frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2p^0_3}(1-f_3)\frac{d^3p_4}{(2\pi)^3 2p^0_4}(1-f_4)\times$$
$$\times (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_\pi + p_1 + p_2 - p_3 - p_4)S_{12}S_{34}\overline{|\mathcal{M}_{\pi N_1 N_2 \to N_3 N_4}|^2}, \quad (3.26)$$

wobei sich die Summe über die verschiedenen Isospinzustände der einlaufenden Nukleonen erstreckt und $g = 2$ aufgrund von Spinentartung. Hier wie im folgenden verwenden wir die abgekürzte Schreibweise $f_i \equiv f_i(\vec{r}, \vec{p}_i)$.

Der Stoßterm in Gleichung (3.26) ist lokal. Die Auswertung der Integration über die einlaufenden Teilchen könnte daher in einem reinen parallelen Ensemble-Verfahren nur erfolgen, indem man die Integrationen über die einlaufenden Teilchen über ein Volumen ΔV_r im Ortsraum mittelt:

$$\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2p^0_1}f_1(\vec{r},\vec{p}_1) \to \frac{1}{\Delta V_r}\int_{\Delta V_r} d^3r_1\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2p^0_1}f_1(\vec{r}_1,\vec{p}_1).$$

Da sich aber selbst in einer Kugel mit Radius 2 fm bei Dichte ρ_0 in einem Ensemble nur durchschnittlich 2.8 Nukleonen eines Isospinzustandes befinden, wäre ein solches Verfahren mit großen numerischen Fluktuationen behaftet.

Aus diesem Grunde ziehen wir zur Berechnung von $\Sigma^>$ die aus der Mittelung über alle Ensembles gewonnene Nukleonendichte heran. Um unser Verfahren zu verdeutlichen, approximieren wir zunächst die Integrationen über $\vec{p}_1$ und $\vec{p}_2$ in Gleichung (3.26) durch eine Summe:

$$\Sigma^>_{\pi N_1 N_2} = \frac{1}{M}\sum_{\vec{p}_1,\vec{p}_2}\tilde{\Sigma}^>_{\pi N_1 N_2}(\vec{p}_\pi,\vec{p}_1,\vec{p}_2), \quad (3.27)$$

wobei $\vec{p}_1$ und $\vec{p}_2$ den Verteilungsfunktionen f_1 und f_2 gehorchen sollen und M die

Anzahl der Summanden bezeichnet. Die Größe $\tilde{\Sigma}^{>}_{\pi N_1 N_2}$ ist gegeben als:

$$\tilde{\Sigma}^{>}_{\pi^0 N_1 N_2}(\vec{p}_\pi, \vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{1}{2p_\pi^0} \frac{\rho_1 \rho_2}{4p_1^0 p_2^0} \int \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2p_3^0}(1-f_3) \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3 2p_4^0}(1-f_4) \times \\ \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_\pi + p_1 + p_2 - p_3 - p_4) S_{12} S_{34} \overline{|\mathcal{M}_{\pi N_1 N_2 \to N_3 N_4}|^2}, \quad (3.28)$$

mit

$$\rho_i = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_i(\vec{r}, \vec{p}). \quad (3.29)$$

Gleichung (3.27) entspricht gerade einer einfachen Monte-Carlo-Integration, und mit einer entsprechend großen Wahl von M könnte eine beliebig genaue Approximation des Integrals aus Gleichung (3.26) erreicht werden. In unserem Modell wäre ein beliebig großes M jedoch nur im Rahmen einer vollen Ensemble-Methode möglich und numerisch sehr aufwendig. Nun ist es aber so, daß es für unsere Rechnungen gar nicht erforderlich ist, $\Sigma^>$ für jedes Testteilchen in jedem Zeitschritt genau zu bestimmen. Da wir die Stöße ohnehin mit Hilfe von Monte-Carlo-Entscheidungen festlegen, reicht es vollkommen aus, wenn die für diese Entscheidungen herangezogenen Wahrscheinlichkeiten im Mittel die „richtigen“ Wahrscheinlichkeiten ergeben. Deshalb können wir die Summe in Gleichung (3.27) mit nur einem Nukleonenpaar ($M = 1$) berechnen. Dieses Nukleonenpaar wählen wir unter den Nukleonen, die sich im Ensemble des Pions befinden und deren räumlicher Abstand zum Pion kleiner als $R = 2$ fm zufällig aus. Der eigentliche Stoß findet also nur zwischen den Teilchen des gleichen Ensembles statt.

Über die verschiedenen Isospinkanäle wird explizit summiert. Für ein π^0 erhalten wir zum Beispiel:

$$\tilde{\Sigma}^{>}_{\pi^0} = \tilde{\Sigma}^{>}_{\pi^0 pp \to pp} + \tilde{\Sigma}^{>}_{\pi^0 pn \to pn} + \tilde{\Sigma}^{>}_{\pi^0 nn \to nn}. \quad (3.30)$$

Die auftretenden Matrixelemente gewinnen wir aus den totalen Wirkungsquerschnitten für den zeitumgekehrten Prozeß unter der Annahme, daß sie nur von der totalen invarianten Energie $\sqrt{s}$ abhängen. Die Parametrisierungen der Wirkungsquerschnitte finden sich in Anhang A.1.2. Wir erhalten:

$$\overline{\left|\mathcal{M}_{\pi N_1 N_2 \to N_3 N_4}(\sqrt{s})\right|^2} = \frac{4 p_f \sqrt{s} \sigma^{bg}_{\pi N_1 N_2 \to N_3 N_4}(\sqrt{s})}{(2\pi)^4 S_{N_1 N_2} \Phi_3}, \quad (3.31)$$

wobei p_f den Schwerpunktsimpuls der Nukleonen 3 und 4 bezeichnet und Φ_3 der Dreiteilchenphasenraumfaktor aus Gleichung (2.44) ist. Da diese Matrixelemente nur von $\sqrt{s}$ abhängen, können wir die Integrationen über p_3 und p_4 in Gleichung (3.28) sofort ausführen, wobei wir die Pauli-Faktoren $(1-f)$ nur vorübergehend vernachlässigen:

$$\tilde{\Sigma}^{>}_{\pi N_1 N_2 \to N_3 N_4} = \frac{1}{2p_\pi^0} \frac{\rho_{N_1} \rho_{N_2}}{4p_1^0 p_2^0} \frac{p_f}{4\pi\sqrt{s}} S_{N_1 N_2} S_{N_3 N_4} \overline{|\mathcal{M}_{\pi N_1 N_2 \to N_3 N_4}|^2}. \quad (3.32)$$

Nach Summation über die verschiedenen Isospinkanäle ist die Wahrscheinlichkeit p einer πNN Kollision im Zeitintervall Δt – analog zum Zerfall der Resonanzen – gegeben als:

$$p = 1 - \exp\left(-\tilde{\Sigma}^{>}_{\pi} \Delta t\right). \quad (3.33)$$

Mit Hilfe von Monte-Carlo-Entscheidungen werden nun das Kollisionsereignis sowie gegebenenfalls der Isospinkanal und die Impulse der auslaufenden Nukleonen bestimmt. Pauli-Blocking wird im Anschluß daran überprüft, und im Falle eines pauli-geblockten Nukleons wird die Kollision verworfen.

Aufgrund der Tatsache, daß sich die richtigen Übergangsraten Σ über eine Mittelung der Raten $\tilde{\Sigma}$ ergeben, ist unser Verfahren korrekt, sofern

$$\tilde{\Sigma}\Delta t \ll 1, \tag{3.34}$$

da dann die verwendeten Wahrscheinlichkeiten p im Mittel der richtigen Wahrscheinlichkeit entsprechen:

$$< p >=< 1 - \exp\left(-\tilde{\Sigma}^{>}_{\pi}\Delta t\right) >\approx< -\tilde{\Sigma}^{>}_{\pi}\Delta t >= -\Sigma^{>}_{\pi}\Delta t \approx 1 - \exp\left(-\Sigma^{>}_{\pi}\Delta t\right).$$

Im Falle einer Abhängigkeit des Matrixelementes von den Impulsen der auslaufenden Teilchen wäre es daher nicht notwendig, die auftretenden Integrale über die Impulse der Endzustände mit großer Genauigkeit anzunähern, sondern man könnte stattdessen Monte-Carlo-Integrationen mit wenigen Stützstellen verwenden.

Mit dem beschriebenen Verfahren sind dann auch die Kollisionsraten der Nukleonen realisiert. Die numerisch asymmetrische Behandlung von Pionen und Nukleonen rührt daher, daß sich normalerweise eine Nukleonendichte sinnvoll bestimmen läßt, nicht aber eine Pionendichte, da sich deutlich weniger Pionen als Nukleonen im System befinden.

ΔNN $\rightarrow$ NNN

Die Behandlung von $\Delta NN \rightarrow NNN$-Stößen erfolgt analog, wobei das Pion durch die Δ-Resonanz ersetzt wird, und für die auslaufenden Teilchen anstelle des Zweiteilchenphasenraumes ein Dreiteilchenphasenraum berücksichtigt werden muß:

$$\tilde{\Sigma}^{>}_{\Delta NN\rightarrow NNN} = \frac{1}{2p^0_\Delta}\frac{\rho^2}{4p^0_1p^0_2}\Phi_3\frac{1}{12}\overline{|\mathcal{M}_{\Delta NN\rightarrow NNN}(\mu_\Delta)|^2}. \tag{3.35}$$

Hier nehmen wir Isospinunabhängigkeit des Matrixelementes an; die auftretende Mittelung bezieht sich nun auch auf den Isospin[2]. Das Matrixelement haben wir wieder als von den Impulsen der beteiligten Teilchen unabhängig angenommen; seine Parametrisierung besprechen wir in Kapitel 4.

NNN $\rightarrow$ ΔNN

Die Realisierung der Reaktion $NNN \rightarrow \Delta NN$ kann analog erfolgen:

$$\tilde{\Sigma}^{>}_{NNN\rightarrow\Delta NN} = \frac{1}{2p^0_\Delta}\frac{\rho^2}{4p^0_1p^0_2}\int d\mu_\Delta \mathcal{A}_\Delta\Phi_3(\mu_\Delta)\frac{1}{4}\overline{|\mathcal{M}_{NNN\rightarrow\Delta NN}(\mu_\Delta)|^2}, \tag{3.36}$$

wobei aufgrund von Spin- und Isospin:

$$\overline{|\mathcal{M}_{NNN\rightarrow\Delta NN}|^2} = 4\overline{|\mathcal{M}_{\Delta NN\rightarrow NNN}(\mu_\Delta)|^2}. \tag{3.37}$$

[2]Der Faktor $\frac{1}{12} = \frac{1}{2!}\cdot\frac{1}{3!}$ in Gleichung (3.35) ergibt sich aus den 2 identischen Nukleonen im Anfangs- und den 3 Nukleonen im Endzustand.

In der beschriebenen numerischen Realisierung erhält die Rate aus Gleichung (3.36) einen Faktor 1/3, da jedes Nukleon als Reaktionspartner der anderen Nukleonen dienen kann und seine totale realisierte Rate damit einen Faktor 3 größer ist als die explizit berücksichtigte.

Der Nachteil des beschriebenen Verfahrens für $NNN \to \Delta NN$ liegt darin, daß in der Anfangsphase einer Schwerionenkollision Reaktionen von recht weit voneinander entfernten Nukleonen möglich sind, da wir oben $R = 2$ fm gewählt hatten. Im Extremfall wechselwirken also Nukleonen, deren Abstand 4 fm beträgt. Eine deutlich kleinere Wahl von R ist aber nicht möglich, da R so groß sein muß, daß sich immer eine ausreichende Anzahl potentieller Reaktionsteilnehmer in dem entsprechenden Volumen befinden. Ein weiteres Problem besteht darin, daß unser Verfahren ziemlich rechenzeitintensiv ist, da die Rate aus Gleichung (3.36) für jedes Nukleon in jedem Zeitschritt ausgewertet werden muß. Hier ist zu beachten, daß in den hier betrachteten Reaktionen stets deutlich mehr Nukleonen als Pionen oder Deltas vorhanden sind. Zudem enthält Gleichung (3.36) noch eine Integration über die Spektralfunktion der Δ-Resonanz. Dieses Integral können wir zwar in einem Monte-Carlo-Verfahren mit lediglich 10 Stützstellen approximieren, dennoch benötigt der Dreiteilchenstoß den dominanten Anteil der Rechenzeit der gesamten Simulation. Daher haben wir zu Testzwecken eine Version des Dreiteilchenstoßes realisiert, in der Nukleonen verschiedener Ensembles miteinander stoßen können. Die Reaktionsraten berechnen wir hierbei auf dem in Kapitel 3.1 eingeführten Ortsraumgitter. Die über alle Nukleonen integrierte Stoßrate pro Volumen ergibt sich aus Gleichung (2.101) unter den gemachten Näherungen für das Matrixelement und unter vorübergehender Vernachlässigung der Pauli-Faktoren unmittelbar:

$$\frac{d^4N}{d^4x} = \int g\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2p_1^0} f_1 g\frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0} f_2 g\frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2p_3^0} f_3 d\mu_\Delta \mathcal{A}_\Delta \Phi_3(\mu_\Delta)\frac{1}{12}\overline{|\mathcal{M}_{NNN\to\Delta NN}(\mu_\Delta)|^2}. \tag{3.38}$$

Diese Rate können wir analog zu unserem obigen Verfahren behandeln:

$$\frac{d^4\tilde{N}}{d^4x} = \rho^3 \int d\mu_\Delta \mathcal{A}_\Delta \Phi_3(\mu_\Delta)\frac{1}{12}\overline{|\mathcal{M}_{NNN\to\Delta NN}(\mu_\Delta)|^2}, \tag{3.39}$$

wobei wir die auftretenden Ausdrücke mit den Impulsen von drei zufällig ausgewählten Nukleonen an dem entsprechenden Gitterpunkt auswerten. Die Reaktionswahrscheinlichkeit p ist dann:

$$p = 1 - \exp\left(-\frac{d^4\tilde{N}}{d^4x}(\Delta x)^3 \Delta t\right) \tag{3.40}$$

mit der Kantenlänge $\Delta x = 1$ fm des Gitters. Das weitere Verfahren läuft analog zu dem oben beschriebenen.

In Kapitel 4.4.3 werden wir die verschiedenen Realisierungen vergleichen.

3.3.4 Pauli-Blocking

Die Berechnung der Pauli-Faktoren erfolgt, wie die Berechnung der Potentiale, durch eine Mittelung über alle Ensembles. Wir berücksichtigen nur Pauli-Blocking für die

Nukleonen und nehmen Isospinsymmetrie an. Die Vernachlässigung der Faktoren $(1 \pm f)$ für die anderen Teilchen ist gerechtfertigt, da ihre Phasenraumdichten in den hier betrachteten Reaktionen sehr klein sind.

Die in die Pauli-Faktoren eingehende lokale Phasenraumdichte ersetzen wir durch eine über ein kleines Phasenraumvolumen gemittelte Phasenraumdichte:

$$(1 - f(\vec{r}, \vec{p}, t)) \to \left(1 - \int_{\Delta V_r} d^3r' \int_{\Delta V_p} d^3p' f(\vec{r}', \vec{p}', t)\right).$$

Dieses Verfahren hat ausschließlich numerische Gründe und sollte nicht als Berücksichtigung quantenmechanischer Korrekturen fehlinterpretiert werden. Zur Mittelung verwenden wir in Orts- und Impulsraum jeweils eine Kugel, deren Radius $R = 1.86$ fm beziehungsweise $R_p = 88.7$ MeV beträgt. Im Ortsraum wird die Phasenraumdichte überdies analog zu der Berechnung der Dichte mit der dort verwendeten Gauß-Funktion gefaltet (Gleichung (3.5)). Der Pauli-Faktor $P_{Pauli} = 1 - f$ wird dann wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} P_{Pauli}(\vec{r}, \vec{p}) =& 1 - \frac{1}{N V_r V_p} \frac{(2\pi)^3}{g} \int d^3r' \, \Theta(R - |\vec{r} - \vec{r}'|) \sum_i \Theta(R_p - |\vec{p} - \vec{p}_i|) \times \\ & \times \exp\left[-\frac{(\vec{r} - \vec{r}_i)^2}{2\Delta^2}\right], \end{aligned} \tag{3.41}$$

wobei V_r und V_p die Volumina der Kugeln mit Radius R und R_p bezeichnen. Aus numerischen Gründen führen wir die Summation nicht über alle Testteilchen, sondern nur über jedes N_P-te aus $(N_P = 5)$. Die Wahrscheinlichkeit p_{Pauli}, daß ein auslaufendes Nukleon pauli-geblockt ist, ist damit gegeben als:

$$p_{Pauli} = \min(1 - P_{Pauli}, 1). \tag{3.42}$$

In der numerischen Simulation wird dann Pauli-Blocking mit Hilfe einer Monte-Carlo-Entscheidung festgelegt.

In Abbildung 3.14 zeigen wir numerische Resultate für P_{Pauli} für den Fall eines ^{208}Pb-Kernes mit $N = 100$ und $N = 400$ Testteilchen. Für $N = 100$ erkennt man recht große – von der zufälligen Initialisierung abhängige – Fluktuationen. Für $N = 400$ sind diese Fluktuationen deutlich reduziert. Aufgrund der Mittelung im Impulsraum ergibt sich ein Aufweichen der eigentlich scharfen Fermikante. Während für die Berechnung von Schwerionenkollisionen sowohl die numerischen Fluktuationen wie auch das Aufweichen der Fermikante unbedeutend sind, da die Kollisionen bei endlicher Temperatur stattfinden, ist es für die Berechnung von photon- oder pioninduzierten Reaktionen wichtig, die richtigen Pauli-Faktoren zu verwenden. Hier berechnen wir daher P_{Pauli} direkt aus der lokalen Dichte:

$$P_{Pauli}(\vec{r}, \vec{p}) = \Theta(|\vec{p}| - p_F(\rho(\vec{r}))), \tag{3.43}$$

wobei der lokale Fermi-Impuls über Gleichung (2.29) gegeben ist. Dieses Vorgehen ist sinnvoll, da der Kern in diesen Reaktionen auf der für Teilchenproduktion relevanten Zeitskala im wesentlichen im Grundzustand bleibt.

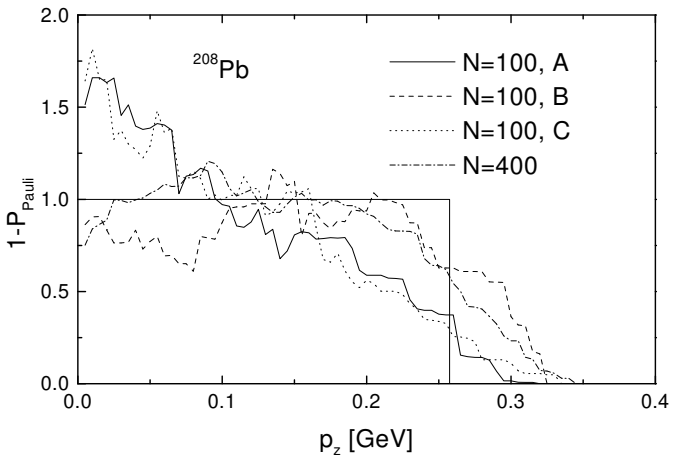

Abbildung 3.14: Wahrscheinlichkeit, daß ein Zustand pauli-geblockt ist im Schwerpunkt eines ^{208}Pb-Kernes als Funktion von p_z ($p_x = p_y = 0$). A, B, C bezeichnen Konfigurationen, die mit verschiedenen Zufallszahlen bei der Initialisierung erzeugt wurden. Der Fermi-Impuls beträgt $p_F = 260$ MeV.

Im Rahmen einer lokalen Thomas-Fermi-Näherung sind keine Stöße der Nukleonen innerhalb eines Kernes im Grundzustand möglich. Aufgrund von Impulserhaltung muß in einer $NN \to NN$-Kollision mindestens einer der auslaufenden Impulse innerhalb der Fermi-Kugel liegen, wenn dies für beide einlaufenden Impulse der Fall ist. Damit ist die Kollision pauli-geblockt. In unserer numerischen Realisierung ist dies natürlich nicht mehr gewährleistet. Aus diesem Grunde verbieten wir Stöße zwischen zwei Nukleonen des gleichen Kernes, falls beide an keiner sonstigen Wechselwirkung teilgenommen haben.

3.4 Berücksichtigung der Potentiale im Kollisionsterm

In unserem Modell machen wir die Annahme, daß die Matrixelemente nur von der freien invarianten Energie $\sqrt{s}_{free}$ abhängen, die für die Kollision zweier Teilchen definiert ist als:

$$\sqrt{s}_{free} \equiv \sqrt{\mu_1^2 + p_{cm}^2} + \sqrt{\mu_2^2 + p_{cm}^2}, \tag{3.44}$$

wobei μ_1 und μ_2 die Massen der Teilchen bezeichnen und p_{cm} ihr Schwerpunktsimpuls ist. Im Falle eines Resonanzzerfalles ist $\sqrt{s}_{free}$ einfach die Masse μ. Außerdem vernachlässigen wir normalerweise für die Berechnung der Wirkungsquerschnitte die Modifikationen der Phasenraumraumfaktoren, die sich ergeben, wenn sich die auslaufenden Teilchen in einem Potential befinden. Ebenso wie die Matrixelemente berechnen wir die Phasenraumfaktoren als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$.

Wirkungsquerschnitte sind damit im wesentlichen als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$ gegeben. Lediglich die Flußfaktoren werden korrigiert; dies wird in Kapitel 3.4.1 beschrieben.

Eine Ausnahme bilden Resonanzformationsprozesse, zum Beispiel $\pi N \to \Delta$. Da hier aufgrund von Energieerhaltung die Resonanzmasse μ_R unmittelbar festliegt und diese Masse in den Resonanzpropagator eingeht, berechnen wir den Wirkungsquerschnitt als Funktion von μ_R. Die genaue Berechnung des Wirkungsquerschnittes beschreiben wir in Kapitel 3.4.2.

Die Breiten für spontane Resonanzzerfälle hängen aufgrund der beschriebenen Annahmen nur von der Masse der Resonanz ab.

Um Energieerhaltung zu gewährleisten, reicht es nicht aus, die Impulse der auslaufenden Teilchen mit $\sqrt{s}_{free}$ und den freien Massen zu berechnen. Hier müssen die Potentiale berücksichtigt werden. Da die Potentiale impulsabhängig sind und diese Impulsabhängigkeit im lokalen Ruhesystem definiert ist, kann die Bestimmung der auslaufenden Impulse nur über ein numerisches Iterationsverfahren erfolgen, auf das wir in Kapitel 3.4.3 eingehen.

Die geschilderten Näherungen ermöglichen eine numerische Realisierung des Kollisionsterms, die mit vertretbarer Rechenzeit verbunden ist. Die Wirkungsquerschnitte und Resonanzbreiten werden zu Beginn der Rechnung tabelliert, so daß in der eigentlichen Rechnung auf sie schnell zugegriffen werden kann. Eine weitergehende Berücksichtigung der Potentiale im Kollisionsterm wirft nicht nur numerische Probleme auf. So ist es notwendig, die Abhängigkeit der Matrixelemente von den Viererimpulsen der ein- und auslaufenden Teilchen zu kennen. Für die allermeisten der in unserem Modell berücksichtigten Prozesse existieren jedoch bestenfalls experimentelle Daten zu den Vakuumwirkungsquerschnitten, nicht aber zuverlässige Modelle für die Impulsabhängigkeit der Matrixelemente.

Wir sollten betonen, daß unsere Realisierung des Kollisionsterms Zeitumkehrinvarianz (Detailed Balance) verletzt, sobald Potentiale berücksichtigt werden, da zum einen $\sqrt{s}_{free}$ für die ein- beziehungsweise auslaufenden Teilchen nicht identisch ist und wir zum anderen, wie bereits angesprochen, die Phasenraumfaktoren, die in die totalen Wirkungsquerschnitte eingehen, nicht korrigieren. In Kapitel 3.4.4 präsentieren wir ein Monte-Carlo-Verfahren, das – unter gewissen Näherungen – erlaubt, die Potentiale der auslaufenden Teilchen in den Phasenraumfaktoren zu berücksichtigen. Dieses Verfahren wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit allerdings nur testweise für bestimmte Prozesse verwendet.

3.4.1 Berechnung des Flußfaktors

Bei der Verwendung von Wirkungsquerschnitten im Kollisionsterm ist zu berücksichtigen, daß sie einen Flußfaktor enthalten, der in den Übergangsraten des Kollisionsterms zunächst nicht auftaucht. In Gleichung (2.71) hatten wir gesehen, daß wir die Übergangsraten durch die Wirkungsquerschnitte ausdrücken können, wobei dann auch die Relativgeschwindigkeit der Teilchen v_{rel} (Gleichung (2.72)) auftaucht. In der numerischen Realisierung unseres Kollisionsterms geht v_{rel} nur implizit ein. Wenn zwei Teilchen eine kleine Relativgeschwindigkeit haben, erfüllen sie ihr Kollisionskriterium mit einer geringeren Rate als zwei Teilchen mit einer großen Relativgeschwindigkeit. Nun ist aber zu beachten, daß wir impulsabhängige Potentiale verwenden und daher die Geschwindigkeit eines Teilchens nicht durch $\vec{p}/p^0$ gegeben ist, da zusätzlich noch die Impulsgradienten des Potentials eingehen (siehe Gleichung (3.2)).

In das Kollisionskriterium geht implizit die richtige Relativgeschwindigkeit der Teilchen ein, die „freien“ Wirkungsquerschnitte enthalten aber die mit $\sqrt{s}_{free}$ berechnete. Um dies zu korrigieren, berechnen wir die Wirkungsquerschnitte wie folgt:

$$\sigma = \frac{v_{rel}(\sqrt{s}_{free})}{v_{rel}} \sigma(\sqrt{s}_{free}). \tag{3.45}$$

Die richtige Relativgeschwindigkeit v_{rel} ist die relative Geschwindigkeit der Teilchen in ihrem Schwerpunktsystem. Diese Größe benötigen wir bereits zur Berechnung des Kollisionskriteriums (siehe Anhang B). Um sie numerisch zu erhalten, müssen wir neben den Viererimpulsen auch die Vierergeschwindigkeiten der Teilchen explizit berücksichtigen.

3.4.2 Resonanzformation

Im Falle eines Resonanzformationsprozesses $ab \to R$ ist der Viererimpuls der Resonanz unmittelbar durch den totalen Viererimpuls der einlaufenden Teilchen gegeben. Damit liegt dann auch das Potential U_S der Resonanz fest. Die Masse μ_R ergibt sich sofort aus der verwendeten Einteilchen-Hamiltonfunktion (Gleichung (2.61)):

$$\mu_R = \sqrt{p_0^2 - \vec{p}^2} - U_S. \tag{3.46}$$

Den Wirkungsquerschnitt $ab \to R$ berechnen wir aus Gleichung (2.52) unter Verwendung von μ_R:

$$\sigma_{ab\to R} = \frac{2J_R+1}{(2J_a+1)(2J_b+1)} \frac{v_{rel}(\mu_R)}{v_{rel}} \frac{4\pi}{p_{ab}^2(\mu_R)} \frac{1}{S_{ab}} \frac{\mu_R^2 \Gamma_{R\to ab}^{in}(\mu_R) \Gamma_{tot}^{out}(\mu_R)}{(\mu_R^2 - M_R^2)^2 + \mu_R^2 \Gamma_{tot}^{out\,2}(\mu_R)}, \tag{3.47}$$

wobei wir auch die Flußkorrektur explizit angegeben haben. Es sind auch andere Vorgehensweisen denkbar. So könnte man Γ^{in} als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$ ausrechnen. Wichtig ist nur, daß der Realteil des inversen Propagators, der Gleichung (3.47) zugrunde liegt, durch $M_R^2 - \mu_R^2$ gegeben ist. Im Falle von $\gamma N \to R$ berechnen wir die auftretenden Breiten als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$. In Abbildung 3.15 zeigen wir am Beispiel der Photoproduktion von π^0-Mesonen in ^{208}Pb, daß sich unsere Resultate nur unwesentlich ändern, wenn wir die in $\gamma N \to R$ auftauchenden Breiten als Funktion von μ_R berechnen. In den dort gezeigten Rechnungen haben wir ein impulsabhängiges Potential (Parametrisierung MM) und das Deltapotential aus Gleichung (2.41) verwendet.

3.4.3 Energieerhaltung

Im Niederenergieteil des Kollisionsterms unterhalb der Schwelle der Anwendung des Lund-Modells haben wir es fast ausschließlich mit Zweiteilchenendzuständen zu tun. Um Energieerhaltung zu gewährleisten, gehen wir folgendermaßen vor. Nach der Festlegung der Kollision beziehungsweise des Zerfalls und des Kanals bestimmen wir mit Monte-Carlo-Entscheidungen den Streuwinkel und die Massen der auslaufenden Teilchen, wobei wir hierzu alle Verteilungen als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$ berechnen. Das Problem der Energieerhaltung besteht nun in der Bestimmung des Schwerpunktsimpulses

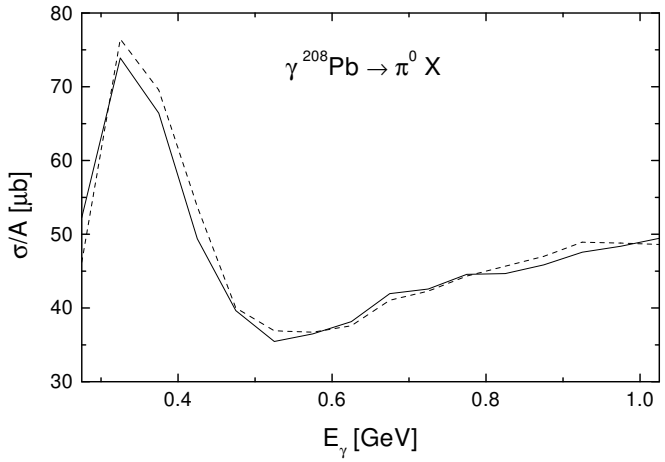

Abbildung 3.15: Abhängigkeit der Photoproduktion von π^0-Mesonen in ^{208}Pb vom Vorgehen bei der Berechnung der Resonanzbreiten in $\gamma N \rightarrow R$. Die durchgezogene Linie ergibt sich bei Berechnung der Breiten als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$, die gestrichelte bei Berechnung als Funktion von μ_R.

der auslaufenden Teilchen, also der Lösung der folgenden Gleichung:

$$\sqrt{(\mu_3 + U_3^S(\vec{p}_3))^2 + p_{cm}^2} + \sqrt{(\mu_4 + U_4^S(\vec{p}_4))^2 + p_{cm}^2} = p_0^{tot}, \tag{3.48}$$

wobei wir die auslaufenden Teilchen mit 3 und 4 bezeichnet haben und p_0^{tot} die Schwerpunktsenergie der einlaufenden Teilchen ist. Die Potentiale U_3^S und U_4^S hängen im lokalen Ruhesystem der Kernmaterie am jeweilgen Ort der Teilchen vom Impuls ab. Dieser Impuls ist nun nicht unmittelbar durch p_{cm} gegeben, da in die Lorentz-Transformationen auch die Einteilchen-Energie eingeht. Aus diesem Grunde lösen wir Gleichung (3.48) in einem zweistufigen numerischen Iterationsverfahren. Zum Schwerpunktsimpuls p_{cm}^i im i-ten Iterationsschritt werden mit dem bereits für die Propagation benötigten und in Kapitel 3.1.3 beschriebenen Verfahren die Einteilchen-Energien der Teilchen 3 und 4 bestimmt. Den Impuls p_{cm}^{i+1} des nächsten Iterationsschrittes erhalten wir mit einem Regula-Falsi-Verfahren zur Lösung von Gleichung (3.48). Wir verlangen, daß Gleichung (3.48) bis auf 0.5 MeV erfüllt ist. Die Einteilchenpotentiale in der „inneren“ Iteration bestimmen wir mit einer Genauigkeit von 0.1 MeV. Natürlich ist es möglich, daß es keine Lösung der Gleichung (3.48) gibt, wenn eine Reaktion aufgrund der Potentiale kinematisch verboten ist. In diesem Falle verwerfen wir noch nicht die ganze Kollision, sondern würfeln neue Streuwinkel und Massen (bis zu 10 mal).

Da in unserem Modell das Pion kein hadronisches Potential spürt, können wir Energieerhaltung in der Reaktion $NN \rightarrow NN\pi$ auf Energieerhaltung im Zweiteilchenendzustand zurückführen. Hierzu bestimmen wir zunächst den Impuls des Pions mit einer Monte-Carlo-Entscheidung gemäß eines isotropen Dreiteilchenphasenraumes als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$ und ohne Berücksichtigung der Nukleonenpotentiale. Dann liegt das Schwerpunktsystem des Nukleon-Nukleon-Endzustandes fest, und wir können die Impulse der Nukleonen wie im Falle des Zweiteilchenendzustandes bestimmen. Im Falle aller anderen Reaktionen mit mehr als zwei Teilchen im Endzustand bestimmen wir die

Impulse der auslaufenden Teilchen ohne Berücksichtigung der Potentiale mit $\sqrt{s}_{free}$.

3.4.4 Berücksichtigung der richtigen Phasenraumfaktoren

Zu Testzwecken wurde in der vorliegenden Arbeit ein Kollisionsterm verwendet, in dem die Potentiale der Teilchen für die Berechnung der Übergangsraten berücksichtigt wurden. Im folgenden soll diese Realisierung kurz beschrieben werden.

Da wir kein mikroskopisches Modell für die auftretenden Matrixelemente zur Verfügung haben und daher die Matrixelemente als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$ berechnen, müssen wir zunächst festlegen, welche Normierung wir für das Matrixelement verwenden wollen. Der Wirkungsquerschnitt $d\sigma$ für den Prozeß $ab \to cd$ ist wie in Gleichung (2.42) gegeben als:

$$d\sigma_{ab\to cd} = \frac{1}{v_{rel} 2p_a^0 2p_b^0}(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_a + p_b - p_c - p_d)\frac{d^3p_c d\mu_c}{(2\pi)^3 2p_c^0}\mathcal{A}_c\frac{d^3p_d d\mu_d}{(2\pi)^3 2p_d^0}\mathcal{A}_d\overline{|\mathcal{M}_{ab\to cd}|^2}, \tag{3.49}$$

wobei $\mathcal{M}$ das lorentzinvariante Matrixelement ist, zu dessen Berechnung die Wellenfunktionen der ein- und auslaufenden Teilchen auf jeweils $2p_i^0$ normiert werden. Deshalb absorbieren wir die Faktoren $1/2p_i^0$ in Gleichung (3.49) in den Ausdruck, den wir als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$ berechnen (dies ist dann gerade die quadrierte T-Matrix). Der Phasenraumfaktor $d\hat{\Phi}$, den wir aufgrund der Potentiale modifizieren, ist damit:

$$\begin{aligned} d\hat{\Phi} &= \delta^{(4)}(p_{tot} - p_c - p_d)d^3p_c d^3p_d \\ &= \frac{p_{cm}^2 d\Omega}{\left|\frac{d(p_c^0+p_d^0)}{dp}\right|_{p=p_{cm}}}. \end{aligned} \tag{3.50}$$

Eine Integration des Wirkungsquerschnittes in Gleichung (3.49) mit Hilfe von Gleichung (3.50) im Rahmen unserer Simulation ist nun numerisch nicht durchführbar. Hierbei ist zu bedenken, daß wir für einen Prozeß $NN \to NR$ über den Raumwinkel Ω und die invariante Masse μ_R der Resonanz integrieren müßten. Im Gegensatz zum Vakuum ist hier auch die ϕ-Integration nicht trivial, da die Beträge der Impulse der auslaufenden Teilchen im jeweils zugehörigen lokalen Ruhesystem aufgrund der Lorentz-Transformation auch von ϕ abhängen. Jede Stützstelle der 3-dimensionalen Integration ist mit der numerischen Lösung der Bestimmung von p_{cm} gemäß Gleichung (3.48) verbunden. Außerdem muß auch noch die Ableitung in Gleichung (3.50) ausgewertet werden.

Aus den Gründen des vorangegangenen Absatzes führen wir – ähnlich der Realisierung des Mehrteilchenstoßes – eine Monte-Carlo-Berechnung der Wirkungsquerschnitte durch. Den für einen möglichen Stoß zufällig berechneten Wirkungsquerschnitt bezeichnen wir als $\tilde{\sigma}$. Die Berechnung erfolgt durch Summation über zufällig gewählte Endzustände:

$$\tilde{\sigma} = \frac{N_{ch}}{M}\sum_{i=1}^{M}\sigma_i(\sqrt{s}_{free})\frac{d\hat{\Phi}_i/d\Omega}{d\hat{\Phi}_i/d\Omega(\sqrt{s}_{free})}, \tag{3.51}$$

wobei für jeden Summanden der Reaktionskanal (aus N_{ch} möglichen), der Streuwinkel und die Massen der auslaufenden Teilchen gemäß der verwendeten Verteilungen als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$ gewürfelt werden. Mit einer entsprechend großen Wahl des Parameters M ließe sich nun $\tilde{\sigma}$ beliebig genau an den „richtigen“ Wirkungsquerschnitt σ annähern. Wie bereits in Kapitel 3.3.3 dargestellt, ist es im Rahmen unserer Monte-Carlo-Simulation nicht erforderlich, daß die zur Festlegung der Stoßereignisses herangezogene Wahrscheinlichkeit, die wir hier aus $\tilde{\sigma}$ über Gleichung (3.24) berechnen, eine gute Näherung an die „richtige“ Wahrscheinlichkeit ist. Es reicht vollkommen aus, wenn die verwendeten Wahrscheinlichkeiten im Mittel die richtigen Wahrscheinlichkeiten ergeben. Der Parameter M muß lediglich so gewählt werden, daß $\tilde{\sigma}$ möglichst immer kleiner als σ_{max} ist; wir verwenden hier $M = 100$. Falls eine Kollision stattfindet, wird mit Hilfe einer Monte-Carlo-Entscheidung einer der M Endzustände gewählt.

Beim Resonanzzerfall gehen wir analog vor. Wir führen wieder eine Breite $\tilde{\Gamma}$ ein als:

$$\tilde{\Gamma} = \Gamma_{vac} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \frac{d\hat{\Phi}_i/d\Omega}{d\hat{\Phi}_i/d\Omega(\sqrt{s}_{free})}, \tag{3.52}$$

wobei Γ_{vac} die Vakuumbreite bezeichnet und für jeden Summanden die Endzustände gemäß den Vakuumpartialbreiten und den verwendeten Massen- und Winkelverteilungen zufällig gewählt werden. Es reicht hier aus, die Summe mit $M = 1$ zu berechnen, da mit entsprechend kleiner Zeitschrittweite Δt die Zerfallswahrscheinlichkeit nach Gleichung (3.25) beliebig klein wird.

Um den numerischen Aufwand zu reduzieren, führen wir eine zweistufige Monte-Carlo-Entscheidung ein. Die Zerfallswahrscheinlichkeit p_{dec} (Gleichung (3.25)) läßt sich als Produkt der mit einem Faktor $k > 1$ multiplizierten Vakuumzerfallswahrscheinlichkeit und der mit $1/k$ multiplizierten Mediumkorrektur schreiben:

$$p_{dec}(\tilde{\Gamma}) = k p_{dec}^{vac}(\Gamma_{vac}) \cdot p^{med}, \tag{3.53}$$

wobei

$$p^{med} = \frac{1}{k} \frac{d\hat{\Phi}/d\Omega}{d\hat{\Phi}/d\Omega(\sqrt{s}_{free})}. \tag{3.54}$$

Hierbei haben wir verwendet, daß $\tilde{\Gamma}\Delta t \ll 1$ und $\Gamma_{vac}\Delta t \ll 1$. In einer ersten Monte-Carlo-Entscheidung wird nun mit der Wahrscheinlichkeit $k p_{dec}^{vac}(\Gamma_{vac})$ ein mögliches Zerfallsereignis festgelegt. Nach der Wahl des Endzustandes und der Bestimmung der Phasenraumfaktoren wird dann in einer zweiten Monte-Carlo-Entscheidung mit Hilfe von p^{med} entschieden, ob der Zerfall wirklich stattfindet. Der Parameter k muß so groß gewählt werden, daß möglichst immer $p^{med} < 1$, und so klein, daß $k p_{dec}^{vac} < 1$. Wir verwenden $k = 2$.

Zum Abschluß sollten wir jedoch betonen, daß auch das hier vorgestellte Verfahren Zeitumkehrinvarianz verletzt, da die auslaufenden Teilchen ein anderes $\sqrt{s}_{free}$ haben als die einlaufenden. Ein weiteres Problem besteht darin, daß wir die Massen der auslaufenden Teilchen mit $\sqrt{s}_{free}$ festlegen. Dadurch können aufgrund der kinematischen Grenzen Endzustände verhindert werden, die eigentlich erlaubt sind.

Die Berechnung der Wirkungsquerschnitte elementarer Photon-Nukleon-Reaktionen erfolgt vergleichsweise selten, so daß hier die Wirkungsquerschnitte mit höherer Genauigkeit integriert werden können. Auf die Berechnung der Wirkungsquerschnitte zur Photoproduktion von Vektormesonen bei Berücksichtigung von Potentialen gehen wir in Kapitel 6.2.4 ein. In Photon-Nukleon-Reaktionen vernachlässigen wir generell Modifikationen der Phasenraumfaktoren aufgrund des Nukleonenpotentials.

3.5 Berücksichtigung von In-Medium-Breiten

In Kapitel 2.4.2 hatten wir bereits dargelegt, daß die Berücksichtigung von In-Medium-Spektralfunktionen nicht ohne Näherungen möglich ist. In photon- und pioninduzierten Reaktionen können wir davon ausgehen, daß der Kern auf der für Teilchenproduktion relevanten Zeitskala im Grundzustand verbleibt. Dann reduzieren sich die Breiten von 8-dimensionalen auf 3-dimensionale Funktionen:

$$\Gamma(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu) \to \Gamma(\rho(\vec{r}, t), |\vec{p}|, \mu).$$

Dies erleichtert den numerischen Aufwand erheblich, da wir die 3-dimensionalen Breiten in diskretisierter Form abspeichern und im Verlauf der Simulation leicht auf sie zugreifen können, ohne die Integrale über die Phasenraumverteilungsfunktionen auswerten zu müssen.

Im Falle von Resonanzformationsprozessen $ab \to R$ ist die Berücksichtigung der Breiten bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte einfach. Der Viererimpuls der Resonanz liegt aufgrund von Energie- und Impulserhaltung durch die einlaufenden Teilchen fest, und der Wirkungsquerschnitt ist über Gleichung (2.50) gegeben, wobei nun die dort auftretende Spektralfunktion mit der In-Medium-Breite berechnet wird.

In Produktionsprozessen ergeben sich ähnliche Probleme wie bei der Berücksichtigung der Phasenraumfaktoren. Wenn die Breite einer Resonanz R impulsabhängig ist, kann der Wirkungsquerschnitt für den Prozeß $ab \to cR$ nicht in der faktorisierten Form aus Gleichung (2.59) aufgeschrieben werden, da die Spektralfunktion vom Streuwinkel abhängt. Notwendig wäre dann also eine 3-dimensionale Integration, was numerisch sehr schwer durchführbar ist. Deshalb werden normalerweise die Wirkungsquerschnitte nicht modifiziert. Die Monte-Carlo-Bestimmung der auslaufenden Massen erfolgt aber unter Berücksichtigung der In-Medium-Spektralfunktionen.

Für die Produktion der $\Delta(1232)$-Resonanz in Baryon-Baryon-Stößen verwenden wir zu Testzwecken ein Monte-Carlo-Verfahren, das analog zu der Berücksichtigung der Phasenraumfaktoren läuft. Ein Wirkungsquerschnitt $\tilde{\sigma}$ wird hier wieder durch Summation über zufällig ausgewählte Endzustände bestimmt:

$$\tilde{\sigma}_{\to N\Delta} = \sigma^{vac}_{\to N\Delta} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \frac{\mathcal{A}^{med}_{\Delta,i}}{\mathcal{A}^{vac}_{\Delta,i}}, \tag{3.55}$$

wobei wir $M = 20$ verwenden.

Wie im Falle der Potentiale können wir die Photoproduktion von Vektormesonen durch eine explizite Integration der Wirkungsquerschnitte behandeln. Hierauf gehen wir in Kapitel 6.1 ein.

3.6 Perturbative Teilchen

In der beschriebenen numerischen Realisierung des Transportmodells wird jedes physikalische Teilchen durch N Testteilchen repräsentiert. Da die Anzahl der Testteilchen aus numerischen Gründen auf etwa 1000 beschränkt ist, ist es daher sehr schwierig, die Produktion von Teilchen zu berechnen, die selten produziert werden. Seit einigen Jahren wird deshalb in Transportmodellen ein Verfahren verwendet, in dem die Produktion seltener Teilchenspezies mit Hilfe sogenannter perturbativer Teilchen beschrieben wird [112, 113]. Ein perturbatives Testteilchen ist definiert als ein Testteilchen, dessen Propagation von den realen Teilchen beeinflußt wird, das aber seinerseits nicht auf die realen Teilchen zurückwirkt. Die perturbativen Teilchen wechselwirken untereinander nicht und spüren das von den realen Teilchen erzeugte Mittlere Feld. Jedes perturbative Teilchen i trägt ein Gewicht w_i, das sich aus seiner Population ergibt. In der Kollision eines perturbativen Teilchens mit einem realen Teilchen wird der Zustand des perturbativen Teilchens vernichtet[3], während das reale Teilchen unverändert bleibt. Die Teilchen des Endzustandes der Kollision sind perturbativ und tragen jeweils das Gewicht des einlaufenden perturbativen Teilchens.

In photon- oder pioninduzierten Reaktionen können wir die Produkte der elementaren Photon-Nukleon-Wechselwirkung beziehungsweise das einlaufende Pion als perturbative Teilchen initialisieren. Dies entspricht dann gerade der bereits oben angesprochenen Annahme, daß in diesen Reaktionen der Kern auf der für Teilchenproduktion relevanten Zeitskala im Grundzustand verbleibt:

$$f_N(\vec{r},\vec{p},t) = \text{const}, \quad (|\vec{p}| < p_F).$$

Dies ist sicherlich in sehr guter Näherung erfüllt. Die Gewichte der perturbativen Teilchen ergeben sich im Falle von Photon-Kern-Reaktionen und Pion-Kern-Reaktionen aus der Anzahl der pro Ensemble initialisierten Photon-Nukleon-Ereignisse beziehungsweise der pro Ensemble initialisierten Pionen. In Photon-Kern-Reaktionen geht in die Berechnung der Observablen immer auch der jeweilige elementare Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt ein (siehe Gleichung (2.105)). Dieser ist natürlich für die Absorption an verschiedenen Nukleonen im allgemeinen verschieden.

Im Falle von Schwerionenkollisionen müssen die perturbativen Teilchen zunächst in Stößen realer Teilchen produziert werden. Das Gewicht w_i ist abhängig von der numerischen Realisierung der Population. Produziert man in jeder durch das oben beschriebene Kollisionskriterium möglichen Kollision zweier realer Teilchen a und b einen perturbativen Endzustand f_P, so ist das Gewicht der Teilchen in diesem Endzustand gegeben als:

$$w_i = \frac{\sigma_{ab\to f_P}}{\sigma_{ab}^{max}}, \tag{3.56}$$

wobei σ_{ab}^{max} der im Kollisionskriterium verwendete maximale Wirkungsquerschnitt ist. Man kann natürlich pro Kollision auch mehr oder weniger perturbative Teilchen produzieren. Die Gewichte der einzelnen Teilchen ändern sich dann entsprechend. Die Phasenraumverteilungsfunktion F_P der perturbativen Teilchen ist analog zu Gleichung (3.1)

[3] „Vernichtet“ bezieht sich hier lediglich auf den spezifischen Zustand des perturbativen Teilchens. Eine Streuung wie $\pi N \to \pi N$ fassen wir in diesem Sinne als Vernichtung des einlaufenden Pions und Erzeugung eines auslaufenden Pions auf.

unter Berücksichtigung der Gewichte w_i gegeben als:

$$F_P(\vec{r},t,\vec{p},\mu) = \frac{1}{N}\sum_i w_i \delta(\vec{r}-\vec{r}_i(t))\frac{(2\pi)^3}{g}\delta(\vec{p}-\vec{p}_i(t))\delta(\mu-\mu_i(t)). \tag{3.57}$$

In unserer numerischen Realisierung unterliegen die perturbativen Teilchen genau denselben Wechselwirkungen wie die realen Teilchen. Ihre Verwendung ist ein ausschließlich numerisches Verfahren und enthält keine weiteren Näherungen. Bislang setzen wir dieses Verfahren zur Berechnung von photon- und pioninduzierten Reaktionen sowie zur Strangenessproduktion in Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien ein. In Photon-Kern-Reaktionen initialisieren wir eine Photon-Nukleon-Reaktion an jedem Nukleon eines Ensembles, insgesamt also A Ereignisse pro Ensemble an einem Kern der Massenzahl A. In Pion-Kern-Reaktionen initialisieren wir ebenfalls A Pionen pro Ensemble. Natürlich könnte man auch noch mehr perturbative Teilchen initialisieren. Mit der beschriebenen Anzahl wird jedoch der dominante Anteil der Rechenzeit bereits für die perturbativen Teilchen aufgewandt, so daß der relative Rechenzeitgewinn einer weiteren Erhöhung nicht erheblich wäre. Es wäre überdies nicht sinnvoll, den Anteil der perturbativen gegenüber den realen Teilchen zu groß zu wählen, da sich dann numerische Fluktuationen aufgrund der zufälligen Anfangsverteilung der Nukleonen ergeben können. In Schwerionenkollisionen initialisieren wir ein Strangenessproduktionsereignis pro elementarer Kollision, sofern dies kinematisch möglich ist.

Nach dem Stoß eines perturbativen Teilchens muß entschieden werden, welche Teilchen des Endzustandes in der weiteren Rechnung berücksichtigt werden sollen. In Photon-Kern- und Pion-Kern-Reaktionen vernachlässigen wir die Nukleonen, deren kinetische Energie kleiner als 100 MeV ist, da diese Nukleonen für Teilchenproduktion bedeutungslos sind. Alle anderen Teilchen werden als perturbative Teilchen weiterpropagiert. Im Falle von Strangenessproduktion in Schwerionenkollisionen dürfen nur die Teilchen mit Strangeness berücksichtigt werden, da Strangenesserzeugungsprozesse, zum Beispiel in Nukleon-Nukleon-Kollisionen, bereits durch die realen Teilchen berücksichtigt werden.

Verglichen mit den früheren Rechnungen zur Photoproduktion [40], in denen wir noch keine perturbativen Teilchen verwendeten und pro Ensemble nur ein Ereignis initialisierten, gewinnen wir mit der hier vorgestellten Realisierung für schwere Kerne nahezu einen Faktor 100 an Rechenzeit.

Ein weiterer Vorteil der perturbativen Teilchen besteht darin, daß wir über die parallele Ensemble-Methode hinausgehen können. Normalerweise ordnen wir jedes perturbative Teilchen genau einem Ensemble zu, und die Realisierung des Kollisionsterms ist der für reale Teilchen identisch. Wir können aber für die perturbativen Teilchen auch eine sogenannte volle Ensemble-Methode später zu Testzwecken verwenden. Diese Methode korrespondiert zu einer wirklichen Lösung der ursprünglichen Transportgleichung, ist aber mit einem deutlich höheren Rechenaufwand verbunden, da nun Stöße aller Testteilchen untereinander erlaubt sind. In der hier verwendeten Implementierung wird im Kollisionskriterium anstelle des maximalen Stoßparameters b_{max}^{par} aus Gleichung (3.24) der Stoßparameter b_{max}^{full} eingesetzt:

$$b_{max}^{full} = \frac{b_{max}^{par}}{\sqrt{N}}. \tag{3.58}$$

Damit wird der Kollisionsterm für große Testteilchenzahlen N rein lokal.

3.7 Verwendete Parameter und Einstellungen

Als Zeitschrittweite wird in den Rechnungen zu Photon-Kern- und Pion-Kern-Reaktionen $\Delta t = 0.25$ fm/c verwendet. In Schwerionenkollisionen benutzen wir bei SIS-Energien $\Delta t = 0.5$ fm/c und bei SPS-Energien $\Delta t = 0.1$ fm/c. Wir haben überprüft, daß sich unsere Resultate bei einer Reduktion dieses Parameters nicht ändern.

In Photon-Kern- und Pion-Kern-Reaktionen propagieren wir die Nukleonen nicht wie in Kapitel 3.1.2 beschrieben. Um Rechenzeit zu sparen und da wir ohnehin annehmen, daß der Kern im Grundzustand verbleibt, berechnen wir das Dichteprofil nur zu Beginn der Reaktion und propagieren die Nukleonen dann in dem resultierenden „äußeren“ Feld. Aufgrund der hier verwendeten numerischen Realisierung des Kollisionsterms ist es zwingend erforderlich, die Nukleonen zu propagieren. Die Verwendung eines Kerns mit „eingefrorenen“ Nukleonen würde zu einer fehlerhaften Berechnung der Übergangsraten führen.

Schwerionenkollisionen für Energien oberhalb von SIS Energien berechnen wir im sogenannten Kaskaden-Modus, das heißt ohne Berücksichtigung der Mittleren Felder. Dies hat zum einen numerische Gründe, da die hier verwendete Berechnung der Teilchengeschwindigkeiten gemäß der Gleichungen (3.2) und (3.11) für sehr große Impulse aufgrund der numerischen Fehler bei der Berechnung der Einteilchen-Energien zu Geschwindigkeiten führen kann, die größer als 1 sind. Zum anderen ist aber auch davon auszugehen, daß bei sehr hohen Energien Effekte aufgrund der Mittleren Felder klein sind.

Die Berechnung von Schwerionenkollisionen bei SIS Energien führen wir ohne das Stringmodell FRITIOF durch. Bei einer Einschußenergie von 2 GeV beträgt die invariante Energie in einer elementaren Kollision zweier Nukleonen $\sqrt{s} = 2.7$ GeV. Dies liegt knapp oberhalb der normalerweise verwendeten Stringschwelle von 2.6 GeV. Aufgrund der in Kapitel 2.5.4 diskutierten Probleme des Stringmodells bei der Beschreibung schwellennaher Prozesse ist eine Anwendung des Modells bei kleinen Einschußenergien nicht sinnvoll. So ergibt sich bei 2 GeV Einschußenergie eine deutliche Erhöhung der Produktion von π^0-Mesonen gegenüber der geladener Pionen, da im Stringmodell Isospin-Transfer-Prozesse wie $pp \to \Delta^{++}n$ nicht möglich sind. Ähnliche Probleme treten bei Strangenessproduktion auf. Außerdem wird bei Verwendung des Stringmodells Zeitumkehrinvarianz verletzt, während im Niederenergiebereich – abgesehen von für die globale Dynamik unbedeutenden Prozessen wie $KN \to K\pi N$ – Zeitumkehrinvarianz erhalten ist. Dies ist ein wichtiger Aspekt, da in Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien eine weitgehende Thermalisierung des Feuerballs stattfindet. Bei Verwendung des Stringmodells für die Berechnung von Schwerionenkollisionen bei 2 AGeV ergibt sich eine Erhöhung der Pionenanzahl um etwa 30%. Der Grund hierfür liegt vermutlich darin, daß das Stringmodell – insbesondere in Sekundärkollisionen, die bei höheren Energien stattfinden – Mehrpionenkanäle, wie zum Beispiel $NN \to NN\pi\pi\pi$ populiert, die im Niederenergieteil nicht enthalten sind.

Kapitel 4

Untersuchungen zur π-Δ-Dynamik

Die Dynamik von Pionen und Δ-Resonanzen im nuklearen Medium spielt für unser Verständnis von Teilchenproduktion eine hervorgehobene Rolle. Dies hängt in erster Linie damit zusammen, daß das Pion der niedrigstliegende mesonische Zustand und die $\Delta(1232)$-Resonanz der erste angeregte Zustand des Nukleons sind. Pionen und Δ-Resonanzen sind daher die am häufigsten produzierten Teilchenspezies in nuklearen Reaktionen. Da sie über Mehrstufenprozesse zur Produktion schwererer Teilchen beitragen können, ist es zwingend erforderlich, daß ihre Dynamik in unserem Transportmodell korrekt beschrieben wird.

Bereits in den siebziger Jahren wurde die Dynamik von Pionen und Δ-Resonanzen im nuklearen Medium im Rahmen des Δ-hole-Modells in großem Umfange studiert [5, 114]. Hier lag der Schwerpunkt auf der quantenmechanischen Beschreibung der Pion-Kern-Streuung [115] und der kohärenten Photoproduktion von Pionen [116]. Von der Valencia-Gruppe [45] wird das Δ-hole-Modell mit Hilfe semi-klassischer Näherungen seit Jahren auch zur Berechnung inklusiver Teilchenproduktion in pion- und photoninduzierten Reaktionen im Energiebereich der Δ-Resonanz angewandt. Verglichen mit transporttheoretischen Rechnungen, wie wir sie durchführen, haben diese Rechnungen den Vorteil, daß sich – da die Nukleonen keine dynamischen Freiheitsgrade sind – mediumabhängige Selbstenergien der Pionen und Δ-Resonanzen wesentlich einfacher einbeziehen lassen. Auf der anderen Seite ist die Anwendung eines solchen Modelles bei höheren Energien oder auf Schwerionenkollisionen nicht möglich.

Im Bereich der Schwerionenphysik stellt die Behandlung von Pionen und Δ-Resonanzen ein ungelöstes Problem dar. Sämtliche verfügbaren Transportmodelle behandeln ihre Dynamik üblicherweise so wie wir, das heißt unter Verwendung von Vakuumwirkungsquerschnitten und ohne Pionenpotential. Es gibt zwar Rechnungen, in denen ein Pionenpotential verwendet wurde (zum Beispiel [117, 118]); diese Rechnungen basierten jedoch auf sehr starken Vereinfachungen. Versuche einer detaillierteren Beschreibung der π-Δ-Dynamik finden sich in [119, 120].

Im folgenden wollen wir uns auf den Aspekt der Deltaabsorption im nuklearen Medium konzentrieren. Wir gehen nicht auf Modifikationen der Spektralfunktion des Pions aufgrund von ΔN^{-1}- und NN^{-1}-Zuständen ein. Es besteht die Hoffnung, daß sich solche Modifikationen in der Zukunft mit Hilfe des in den Kapiteln 6.1 und 8 vorgestellten Verfahrens zur Behandlung von Off-Shell-Teilchen in die transporttheoretischen Rechnungen einschließen lassen.

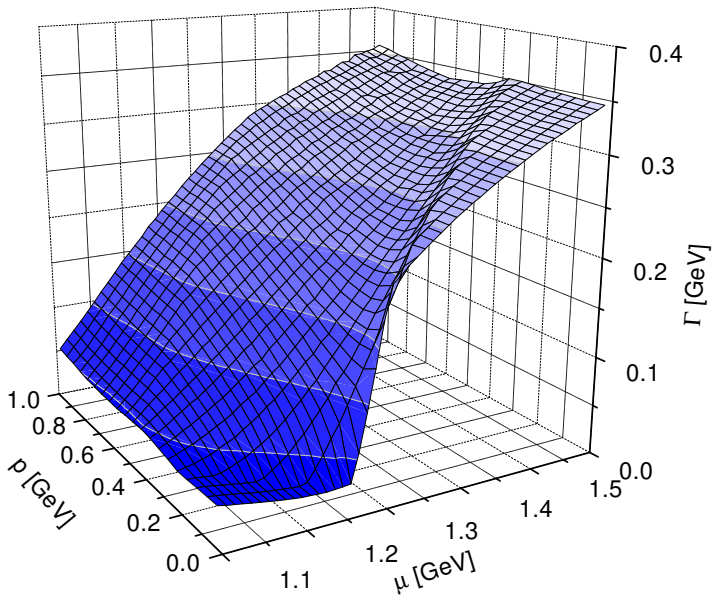

Abbildung 4.1: Totale In-Medium-Breite der $\Delta(1232)$-Resonanz in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei Dichte ρ_0 als Funktion der invarianten Masse μ und des Impulses p.

4.1 Deltaabsorption

Im folgenden betrachten wir eine Δ-Resonanz in unendlich ausgedehnter isospinsymmetrischer Kernmaterie bei Temperatur $T = 0$. Die totale In-Medium-Breite hängt dann von der invarianten Masse μ und dem Betrag des Impulses p der Resonanz sowie der nuklearen Dichte ρ ab und ist gegeben als Summe der mediummodifizierten Breite des spontanen Zerfalls und der Stoßbreite:

$$\Gamma_{tot}^{med}(\mu, p, \rho) = \Gamma_{N\pi}^{med}(\mu, p, \rho) + \Gamma_{coll}(\mu, p, \rho). \tag{4.1}$$

Im Rahmen des BUU-Modells berücksichtigen wir als Mediummodifikation der spontanen Breite nur Pauli-Blocking des auslaufenden Nukleons. Damit haben wir:

$$\Gamma_{N\pi}^{med} = \frac{1}{2} \int d\cos\theta \, \Gamma_{N\pi}(\mu)(1 - f_N), \tag{4.2}$$

wobei, da der Spin der Resonanz vernachlässigt wird, die Winkelverteilung als isotrop angenommen wurde und θ den Zerfallswinkel der Resonanz in ihrem Ruhesystem bezeichnet. Die Stoßbreite Γ_{coll} ist die Summe der Stoßbreiten der berücksichtigten Prozesse:

$$\Gamma_{coll} = \Gamma_{\Delta N \to NN} + \Gamma_{\Delta N \to \Delta N} + \sum_R \Gamma_{\Delta N \to RN}. \tag{4.3}$$

Die einzelnen Breiten ergeben sich analog zu Gleichung (2.71) aus den verwendeten Wirkungsquerschnitten. Für den Prozeß $\Delta N \to NN$ erhalten wir zum Beispiel:

$$\Gamma_{\Delta N \to NN} = \frac{p_\Delta^0}{\mu_\Delta} \int^{p_F} g \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \int d\Omega \, v_{\Delta N_1}^{rel} \frac{d\sigma_{\Delta N \to NN}}{d\Omega} (1 - f_2)(1 - f_3), \tag{4.4}$$

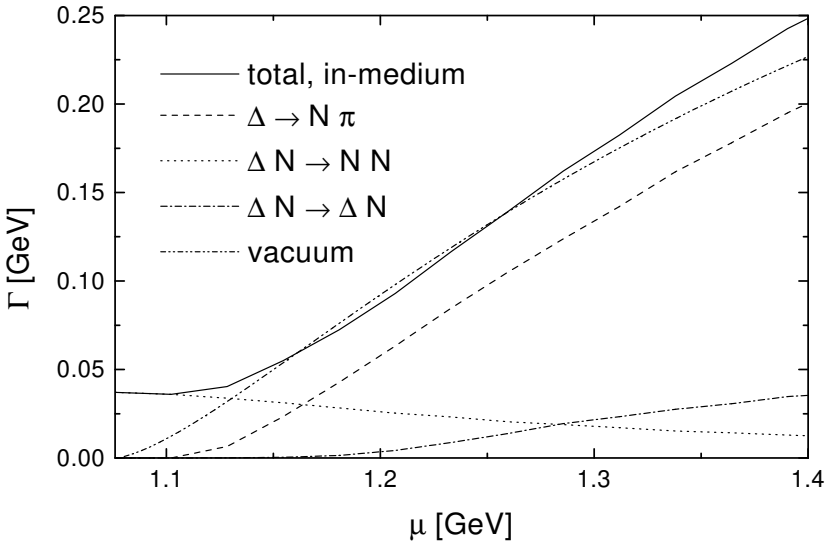

Abbildung 4.2: Beiträge zur totalen In-Medium-Breite der $\Delta(1232)$-Resonanz in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0. Der Impuls der Resonanz entspricht jeweils dem Impuls, den sie bei Bildung durch Photoabsorption an einem ruhenden Nukleon erhält.

wobei wir das einlaufende Nukleon mit dem Index 1 und die auslaufenden mit 2 und 3 bezeichnet haben.

Im folgenden vernachlässigen wir die Beiträge aus $\Delta N \to RN$ zur totalen Δ-Breite, da in [40, 22] gezeigt wurde, daß diese sehr klein sind.

In Abbildung 4.1 ist die sich ergebende totale Breite als Funktion des Impulses und der invarianten Masse bei Dichte ρ_0 dargestellt. Bei kleinen Impulsen und kleinen invarianten Massen erkennt man eine deutliche Struktur, die in erster Linie auf das Pauli-Blocking der Vakuumbreite $\Delta \to N\pi$ zurückzuführen ist.

In Abbildung 4.2 sind die verschiedenen Beiträge dargestellt, aus denen sich die totale In-Medium-Breite zusammensetzt. Verglichen mit der ebenfalls gezeigten Vakuumbreite erkennt man, daß sich im Medium für kleine invariante Massen aufgrund der Stoßbreite eine deutliche Vergrößerung der Breite ergibt. Im Bereich der Polmasse wird diese Stoßverbreiterung allerdings weitgehend durch die Reduktion der spontanen Zerfallsbreite aufgrund des Pauli-Blockings kompensiert.

Die totale Stoßbreite beträgt in unseren Rechnungen bei Dichte ρ_0 etwa 40 MeV. Dieser Wert ist deutlicher kleiner als der Wert, der üblicherweise in Rechnungen im Rahmen des Δ-hole-Modells Verwendung findet [5, 115]. Hier wird für den Imaginärteil des sogenannten Spreading-Potentials V_{sp} meistens die folgende Parametrisierung verwendet:

$$\mathrm{Im}V_{sp} = -40\,\mathrm{MeV}\,\frac{\rho}{\rho_0}, \tag{4.5}$$

wobei der Zusammenhang zwischen dieser Größe und unserer Stoßbreite gegeben ist als:

$$\Gamma_{coll} = 2\,\mathrm{Im}V_{sp}. \tag{4.6}$$

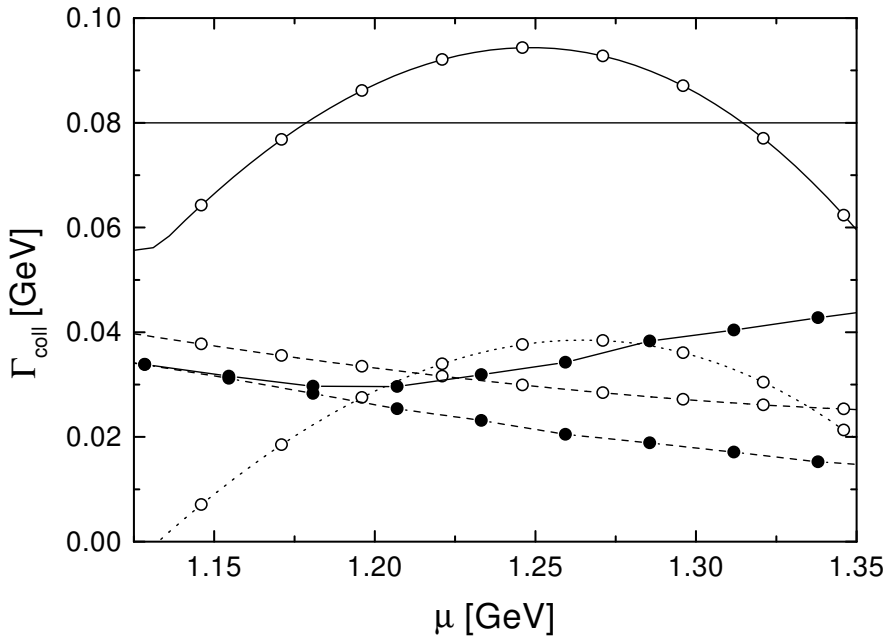

Abbildung 4.3: Vergleich der Stoßbreiten der $\Delta(1232)$-Resonanz bei Dichte ρ_0. Die Linien mit den gefüllten Kreisen sind die Resultate der BUU-Rechnungen, wobei die durchgezogene Linie die totale Stoßbreite darstellt und die gestrichelte den Beitrag aus $\Delta N \to NN$. Die Linien mit den offenen Kreisen ergeben sich mit den Parametrisierungen aus [121]: totale Stoßbreite (durchgezogene Linie) sowie Beiträge aus Zweikörper- (gestrichelte Linie) und Dreikörper-Absorption (gepunktete Linie). Der phänomenologische Wert von 80 MeV ist ebenfalls dargestellt. Der Impuls der Resonanz ist gewählt wie in Abbildung 4.2.

Der Wert aus Gleichung (4.5) stammt ursprünglich aus einer phänomenologischen Anpassung an experimentelle Daten zur elastischen Streuung von Pionen an Kernen [115]. Von Oset und Salcedo [121] wurde später in einer mikroskopischen Rechnung der Imaginärteil der Selbstenergie der Δ-Resonanz in Kernmaterie berechnet. Diese Rechnungen konnten den phänomenologischen Wert der Größe nach reproduzieren. In Abbildung 4.3 vergleichen wir die korrespondierenden Stoßbreiten mit unseren Ergebnissen, wobei wir für die Resultate aus [121] die dort angegebenen Parametrisierungen verwendet haben. Diese finden sich auch in Anhang A.6. Aus Abbildung 4.3 sieht man zum einen, daß die im Rahmen unseres Modells berechnete Stoßbreite der Δ-Resonanz etwa einen Faktor 2 kleiner ist als die aus [121]. Zum anderen ist auch die Abhängigkeit von der invarianten Masse μ der Resonanz verschieden. Während unsere Rechnung im Bereich der Polmasse ein Minimum liefert, wird die Breite aus [121] dort maximal.

In [121] wurden die Beiträge zur Stoßbreite in einen Zweikörper-, einen Dreikörper- und in einen quasi-elastischen Beitrag zerlegt. Der Zweikörperbeitrag entspricht dem Prozeß $\Delta N \to NN$. Während wir die entsprechende Stoßrate mit dem Vakuummatrixelement berechnet haben, sind in der Rechnung in [121] Mediummodifikationen enthalten, die sich vor allem aus Modifikationen der Propagatoren der ausgetauschten

Mesonen ergeben. Aus dem in Abbildung 4.3 gezeigten Vergleich der beiden Rechnungen sieht man, daß die Effekte dieser Mediummodifikationen nicht sehr groß sind. Die Unterschiede der Rechnungen betragen etwa 20% und liegen damit im Bereich der Unsicherheiten bezüglich des Vakuumwirkungsquerschnittes.

Der Unterschied der Rechnungen rührt hauptsächlich daher, daß in unseren Rechnungen kein Dreikörperabsorptionsprozeß, wie $\Delta NN \to NNN$, enthalten ist. Wir sollten hier anmerken, daß der im BUU Modell berücksichtigte Zweistufenprozeß $\Delta N \to NN_i\,, N_iN \to NN$ mit einem reellen intermediären Nukleon N_i keinen zusätzlichen Beitrag zur $\Delta N \to NN$ Stoßbreite liefert. Aus Abbildung 4.3 sieht man, daß der Dreikörperbeitrag in der Rechnung in [121] ungefähr die gleiche Größe hat wie der Zweikörperbeitrag.

In Abbildung 4.3 hatten wir der Übersichtlichkeit halber den quasi-elastischen Beitrag nicht dargestellt. Hier sind Prozesse wie $\Delta N \to \Delta N$ und $\Delta NN \to \Delta NN$ enthalten. Das Resultat in [121] ist für kleine invariante Massen deutlich größer als unsere Stoßbreite aus $\Delta N \to \Delta N$. Diese Differenz ist allerdings für die späteren Rechnungen von untergeordneter Bedeutung, da in diesen Prozessen die Δ-Resonanz nicht absorbiert wird.

Wie in Kapitel 2.4 dargestellt, verwenden wir normalerweise für die Berechnung der Spektralfunktionen der Resonanzen, die in die Wirkungsquerschnitte zu ihrer Population gemäß den Gleichungen (2.50) und (2.59) eingehen, die jeweiligen Vakuumbreiten. In die dynamische Propagation geht natürlich immer die richtige In-Medium-Breite ein, da hier die verschiedenen zur Breite beitragenden Prozesse explizit im Kollisionsintegral berücksichtigt werden. Die vorangegangenen Rechnungen zur totalen In-Medium-Breite der Δ-Resonanz dienten dazu, diese in der Spektralfunktion bei ihrer Population berücksichtigen zu können. In Kapitel 3.5 wurde die numerische Implementierung der In-Medium-Breiten besprochen.

4.2 Photoproduktion von Pionen

4.2.1 Totale Wirkungsquerschnitte zur π^0-Produktion

Bevor wir unsere Rechnungen mit experimentellen Daten zur Photoproduktion von π^0-Mesonen in Kernen vergleichen, zeigen wir in Abbildung 4.4, daß unsere Rechnungen nicht davon abhängen, daß wir eine parallele Ensemble-Methode zur Lösung der Transportgleichungen verwenden. Für ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb sind jeweils die Rechnung im Rahmen der normalerweise verwendeten parallelen Ensemble-Methode und die mit einer vollen Ensemble-Methode, die wir in Kapitel 3.6 vorgestellt hatten, dargestellt. Da in der vollen Ensemble Methode die Behandlung des Kollisionsintegrals numerisch recht aufwendig ist, konnten diese Rechnungen nur mit vergleichsweise geringen Anzahlen von Testteilchen durchgeführt werden. Daher sind hier statistische Fluktuationen zu sehen. Beide Methoden liefern nahezu die gleichen Resultate. Aus diesem Grunde erfolgen alle weiteren Rechnungen mit der parallelen Ensemble-Methode.

In Abbildung 4.5 vergleichen wir den aus unserem Modell resultierenden inklusiven Wirkungsquerschnitt zur Photoproduktion von π^0-Mesonen in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb mit den experimentellen Daten aus [42]. Hier verwenden wir zur Population der Δ-Resonanz in Photon-Nukleon- und Pion-Nukleon-Kollisionen die gemäß Gleichung (4.1) berechne-

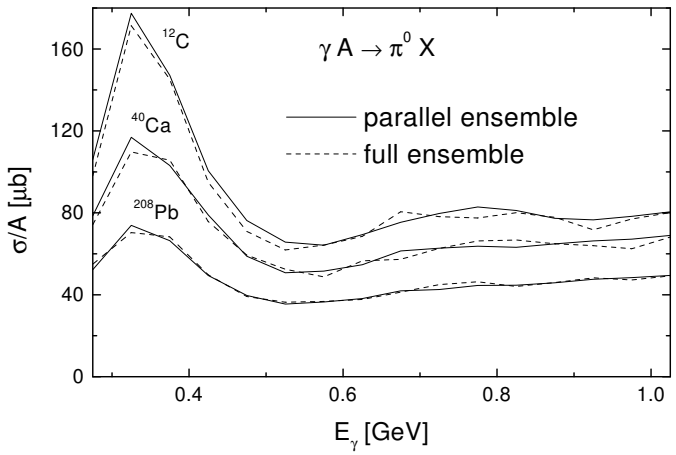

Abbildung 4.4: Der totale inklusive π^0 Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb jeweils im Rahmen einer parallelen (durchgezogene Linien) und einer vollen (gestrichelte Linien) Ensemble-Rechnung.

te totale In-Medium-Breite. Da jedoch, wie bereits in Abbildung 4.2 gezeigt, die totale In-Medium-Breite kaum gegenüber der Vakuumbreite modifiziert wird, ergibt sich bei Verwendung von Vakuum-Wirkungsquerschnitten ein nahezu identisches Resultat (gestrichelte Linien). Im Energiebereich der Δ-Resonanz ($E_\gamma \sim 350$ MeV) überschätzen wir die experimentellen Daten unabhängig vom Kern um etwa 50%. Bei einer Photonenergie von etwa 500 MeV treffen unsere Rechnungen fast die Daten, und für höhere Energien nimmt die Diskrepanz wieder zu.

Die Resultate in Abbildung 4.5 wurden mit einem impulsabhängigen Nukleonenpotential (Parametrisierung MM) und dem Deltapotential aus Gleichung (2.41) gewonnen. In Abbildung 4.6 zeigen wir, in welchem Maße die Resultate davon abhängen, ob wir ein impulsabhängiges Potential verwenden und wie wir das Δ-Potential behandeln. Man sieht zunächst, daß die Ergebnisse der verschiedenen Rechnungen mit größer werdendem Kern stärker voneinander abweichen, da die mittlere Dichte zunimmt. In Abbildung 2.1 hatten wir gezeigt, daß das impulsabhängige Potential mit dem Impuls ansteigt. Da die in der Photon-Nukleon-Reaktion produzierten Δ-Resonanzen im Mittel einen größeren Impuls als die einlaufenden Nukleonen haben, wird der elementare $\gamma N \rightarrow \Delta$-Wirkungsquerschnitt bei Verwendung des impulsabhängigen Potentials zu höheren Energien verschoben. Den gleichen Effekt erhält man, wenn man das Δ-Potential aus Gleichung (2.41) anstelle von $U_\Delta = U_N$ verwendet, da dann das Δ auch schwächer als die Nukleonen gebunden ist.

Aus Abbildung 4.6 sieht man, daß man durch eine Variation des Realteils der Selbstenergie der Δ-Resonanz in einem sinnvollen Bereich keine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreicht. Eine gute Beschreibung kann hingegen erreicht werden, wenn die Δ-Absorption, also der Imaginärteil der Selbstenergie, beschrieben wird wie in den oben diskutierten Rechnungen im Rahmen des Δ-hole Modells. Um hier zunächst die Verwendung eines Dreiteilchenstoßes zu vermeiden, haben wir die entsprechenden Stoßbreiten als Zerfallswahrscheinlichkeiten implementiert. Analog zum in

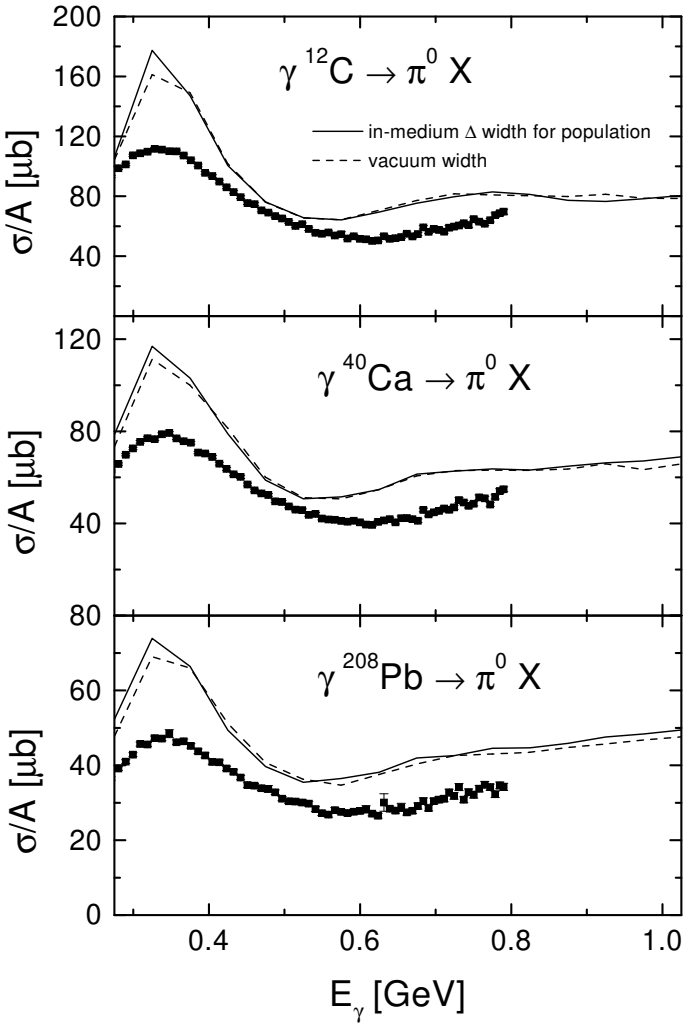

Abbildung 4.5: Der totale inklusive π^0-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb. Die durchgezogenen Linien ergeben sich bei Verwendung der In-Medium-Breite der $\Delta(1232)$-Resonanz zu deren Population, die gestrichelten bei Verwendung der Vakuumbreite. Die experimentellen Daten stammen aus [42].

Kapitel 3.3.2 beschriebenen Resonanzzerfall ist die Zerfallswahrscheinlichkeit p einer Δ-Resonanz in einem Zeitintervall Δt gegeben als:

$$p = 1 - \exp\left(-\frac{\Gamma_{coll}^{inel}}{\gamma}\Delta t\right), \tag{4.7}$$

wobei hier Γ_{coll}^{inel} die Stoßbreite ohne den quasi-elastischen Beitrag bezeichnet. Aus Gründen der numerischen Einfachheit wird im Falle eines Zerfalls lediglich die Δ-Resonanz vernichtet, der – aus Nukleonen bestehende – Endzustand jedoch nicht populiert. Dieses Vorgehen ist sinnvoll, da die auslaufenden Nukleonen in $\Delta N \to NN$ oder $\Delta NN \to NNN$ einen vernachlässigbaren Beitrag zur Teilchenproduktion liefern. In Abbildung 4.7 zeigen wir zunächst, daß es in der herkömmlichen Rechnung tatsächlich keine Rolle spielt, ob der Prozeß $\Delta N \to NN$ explizit über Kollisionen (durchgezo-

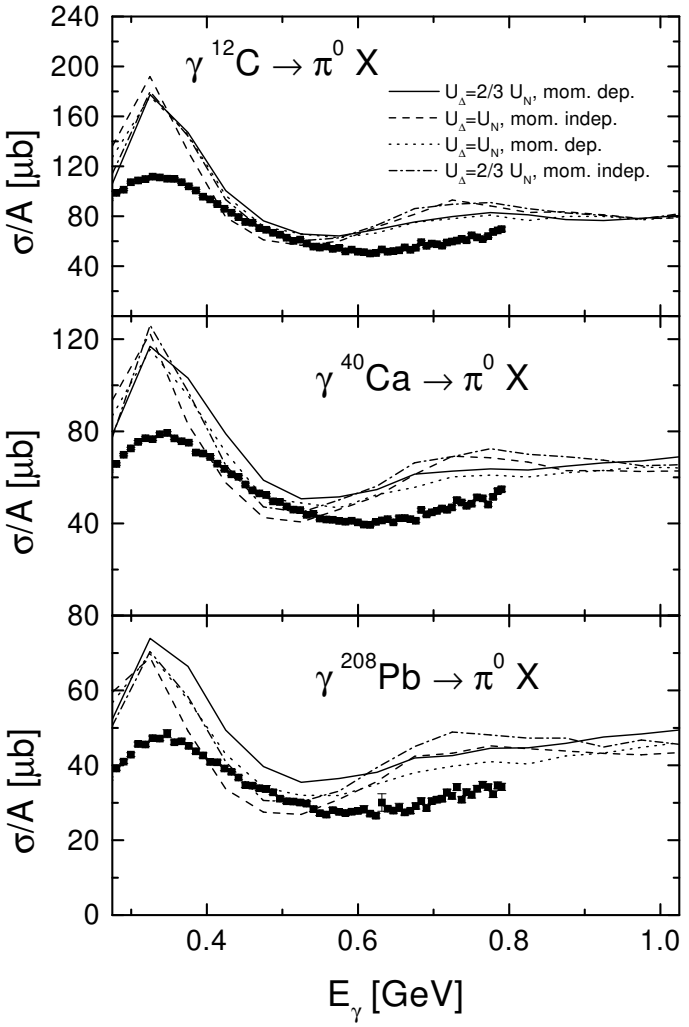

Abbildung 4.6: Der totale inklusive π^0-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb mit verschiedenen Nukleonen- und Δ-Potentialen. Die durchgezogenen Linien entsprechen der in Abbildung 4.5 ($U_\Delta = 2/3\,U_N$, Potentialparametrisierung MM). Gestrichelte Linien: $U_\Delta = U_N$, Potential H; gepunktete Linien: $U_\Delta = U_N$, Potential MM; strich-gepunktete Linien $U_\Delta = 2/3\,U_N$, Potential H.

gene Linien) berücksichtigt wird oder über Gleichung (4.7) (gestrichelte Linien). Wir sollten bemerken, daß die hervorragende Übereinstimmung der Resultate der beiden Realisierungen ein deutlicher Hinweis darauf ist, daß die numerische Behandlung des Kollisionsterms (Kollisionskriterium, Berechnung der Wirkungsquerschnitte und Endzustände, Pauli-Blocking) wie auch die Berechnung der In-Medium-Breiten fehlerfrei sind.

Bei Verwendung des phänomenologischen Spreading-Potentials aus Gleichung (4.5) (gepunktete Linien in Abbildung 4.7) ergibt sich eine deutlich bessere Beschreibung der Daten. Im Bereich der Δ-Resonanz unterschätzen wir nun sogar die experimentellen Daten für ^{40}Ca um etwa 15% und für ^{208}Pb um etwa 25%. In dieser Rechnung haben wir das Spreading-Potential als rein absorbtiv ohne quasi-elastischen Beitrag aufgefaßt.

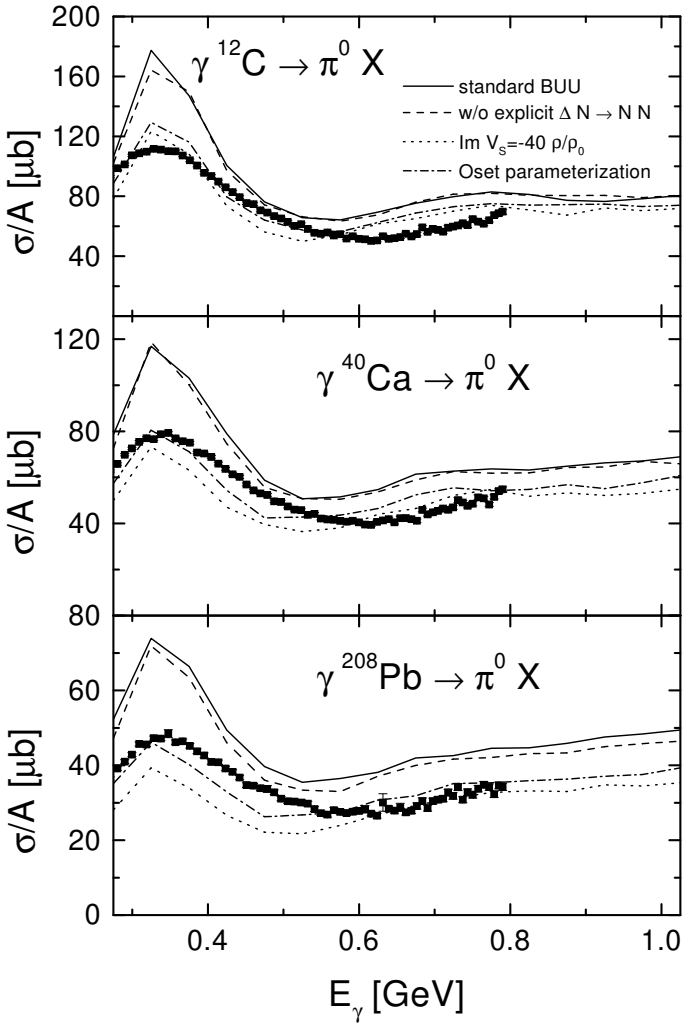

Abbildung 4.7: Der totale inklusive π^0-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb mit verschiedenen Behandlungen der Δ-Absorption. Siehe Text für weitere Erklärungen.

Die Verwendung der Parametrisierungen für die Stoßbreiten der Δ-Resonanz von Oset und Salcedo liefert eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten mit Abweichungen, die im 10%-Bereich liegen (strich-gepunktete Linien).

4.2.2 Impulsdifferentielle Wirkungsquerschnitte

Eine noch größere Sensitivität auf die Behandlung der Absorption der Δ-Resonanz findet sich in impulsdifferentiellen Pionenspektren. In Abbildung 4.8 zeigen wir zunächst die Resultate, die sich mit den verschiedenen Szenarien bei einer Photonenergie von 625 MeV ergeben. Diese Energie liegt liegt deutlich oberhalb des Bereichs der Δ-Resonanz in der Photon-Nukleon-Wechselwirkung. Daher werden nur sehr wenige Δ-Resonanzen direkt durch Photoabsorption gebildet. Die Δ-Resonanzen stammen hier in erster Linie aus sekundären Wechselwirkungen der primär produzierten Pionen mit den Nukleonen

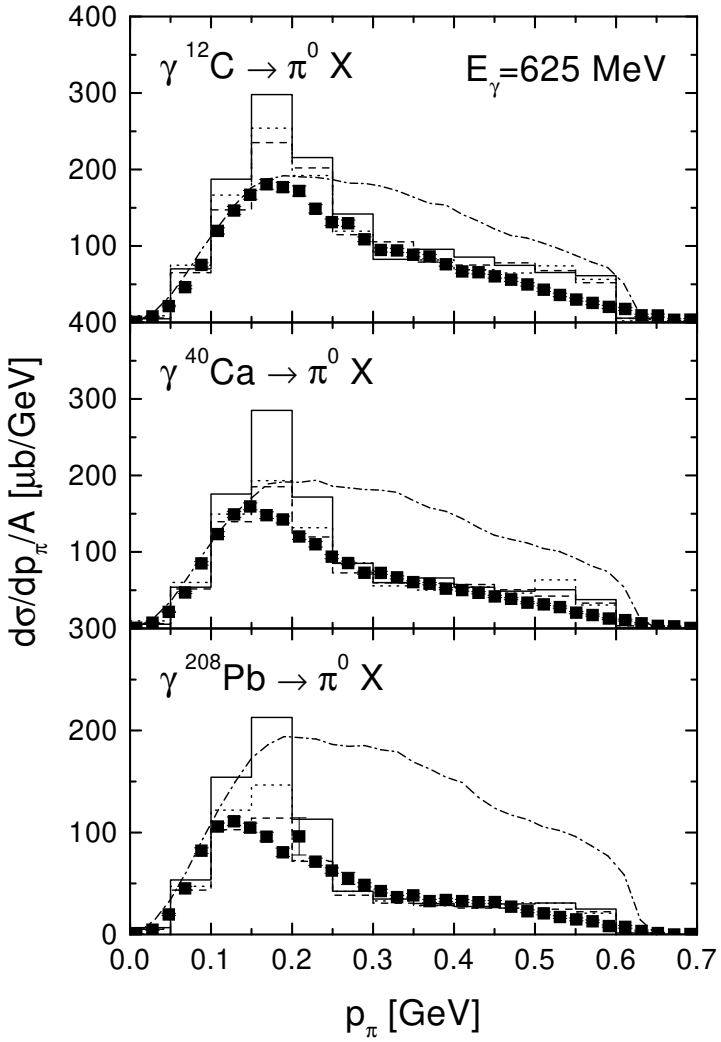

Abbildung 4.8: Der impulsdifferentielle π^0-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb bei $E_\gamma = 625$ MeV mit verschiedenen Behandlungen der Δ-Absorption: normale BUU-Rechnung (durchgezogene Linien), mit Spreading-Potential aus Gleichung (4.5) (gestrichelte Linien), mit Oset-Parametrisierungen für die Δ-Breiten (gepunktete Linien). Die strich-gepunkteten Linien ergeben sich aus den elementaren γN-Wirkungsquerschnitten, wenn nur Fermi-Verschmierung berücksichtigt wird. Die experimentellen Daten stammen aus [42].

des Kernes. Aus Abbildung 4.8 sieht man zunächst, daß diese Endzustandswechselwirkungen die Pionenspektren drastisch modifizieren. Während die Rechnungen ohne Endzustandswechselwirkungen, in denen nur die Fermi-Bewegung der Nukleonen in der primären Photon-Nukleon-Reaktion berücksichtigt wurde, ein sehr breites Spektrum liefern, ergibt die volle Rechnung für alle drei betrachteten Kerne einen Peak bei einem Pionenimpuls von etwa 175 MeV und einen starken Abfall zu höheren Pionenimpulsen. Dieser Effekt erklärt sich unmittelbar aus der Energieabängigkeit des Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnittes, den wir in den Abbildungen 2.8 und 2.9 gezeigt hatten. Bei einem Pionenimpuls von 300 MeV entspricht die invariante Energie $\sqrt{s}$ bei

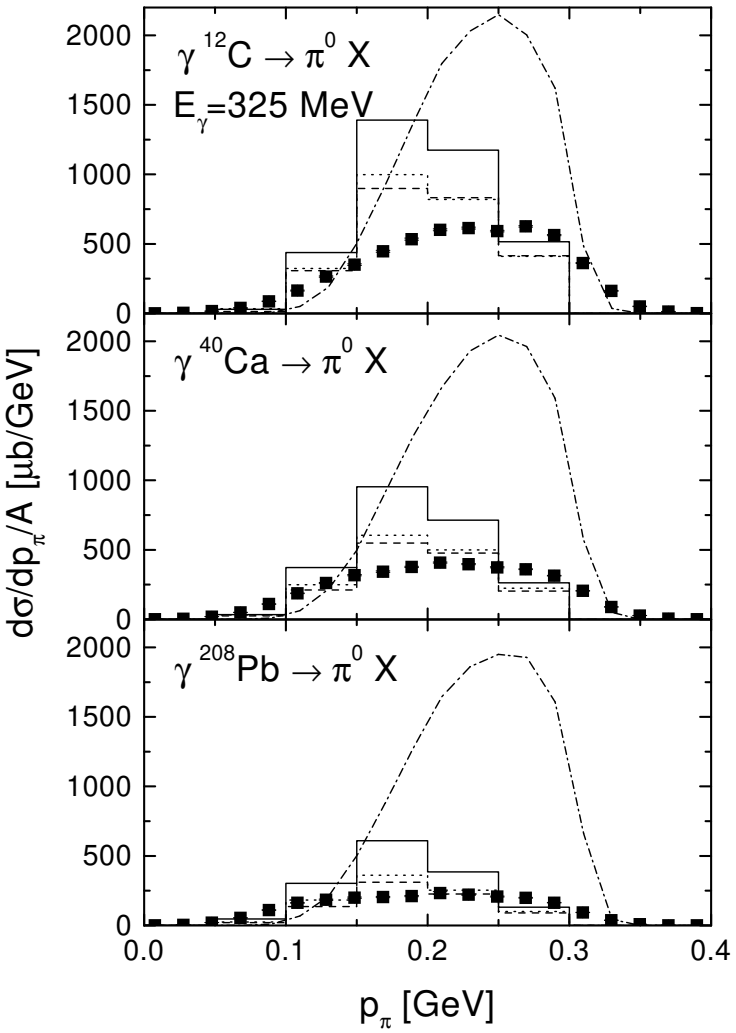

Abbildung 4.9: Der impulsdifferentielle π^0-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb bei $E_\gamma = 325$ MeV mit verschiedenen Behandlungen der Δ-Absorption. Die Bedeutung der Linien entspricht der in Abbildung 4.8.

der Reaktion mit einem ruhenden Nukleon gerade der Polmasse der Δ-Resonanz, so daß sich ein maximaler Wirkungsquerschnitt ergibt. Für kleinere Pionenimpulse fällt der Wirkungsquerschnitt aufgrund der q^3-Abhängigkeit der Δ-Breite sehr stark ab.

Mit der normalen BUU-Rechnung überschätzen wir die experimentellen Daten im Bereich von 175 MeV für ^{12}C um etwa 50% und für ^{208}Pb um etwa einen Faktor 2. Für Pionenimpulse oberhalb von 250 MeV ergibt sich für alle betrachteten Kerne eine sehr gute Übereinstimmung mit den Daten. Angesichts der großen Effekte der Endzustandswechselwirkungen – im Falle von ^{208}Pb wird der Wirkungsquerschnitt bei einem Impuls von 300 MeV um etwa einen Faktor 4 reduziert – ist dies ein klarer Hinweis darauf, daß in unserem Modell die Wechselwirkung von Pionen in diesem Impulsbereich mit Kernen korrekt beschrieben wird.

Bei Verwendung des Spreading-Potentials für die Δ-Resonanz oder der Breitenparametrisierungen von Oset und Salcedo ergibt sich auch eine deutlich bessere Beschrei-

bung der Spektren für Pionenimpulse zwischen 100 und 250 MeV. Der Grund hierür liegt darin, daß bei einer vergrößerten Breite der Δ-Resonanz der Wirkungsquerschnitt dieser Pionen mit Nukleonen erhöht wird. Allerdings überschätzen wir die experimentellen Daten zwischen 150 und 200 MeV für ^{40}Ca und ^{208}Pb auch mit der verbesserten Beschreibung um etwa 20% und das Maximum des Spektrums ist zu höheren Impulsen verschoben. In ^{12}C können wir zwar die Position des Maximums reproduzieren, überschätzen die Daten aber um etwa 30%. Diese Abweichungen liegen jedoch im Rahmen dessen, was von unserem semi-klassischen Modell sinnvollerweise erwartet werden kann.

In Abbildung 4.8 fällt auf, daß für Pionimpulse unterhalb von 100 MeV die Endzustandswechselwirkung nahezu vernachlässigbar ist und die experimentellen Daten sehr gut beschrieben werden. Die Pionen mit diesen kleinen Impulsen stammen nahezu ausschließlich aus der elementaren Zweipionenproduktion $\gamma N \to N\pi^0\pi^0$, $N\pi^\pm\pi^0$. Hieraus muß die Schlußfolgerung gezogen werden, daß Mediummodifikationen des entsprechenden Wirkungsquerschnittes sehr klein sind.

In Abbildung 4.9 zeigen wir die impulsdifferentiellen Spektren für eine Photonenergie von 325 MeV. Hier findet die primäre Photoabsorption zum großen Teil über die Δ-Resonanz statt. Verglichen mit den in Abbildung 4.8 gezeigten Spektren sieht man zunächst, daß der integrierte Wirkungsquerschnitt bei 325 MeV aufgrund der Endzustandswechselwirkungen weitaus deutlicher reduziert wird als bei 625 MeV. Dies ist darauf zurückzuführen, daß der relative Anteil der π^0-Produktion zu den geladenen Pionen in der elementaren Photon-Nukleon-Wechselwirkung mit zunehmender Photonenergie abnimmt. Bei höheren Photonenergien stammt ein Großteil der produzierten π^0-Mesonen aus Ladungsaustauschreaktionen primär produzierter geladener Pionen. In der normalen BUU-Rechnung überschätzen wir wieder die experimentellen Daten für Pionenimpulse zwischen 100 und 250 MeV. Diese Diskrepanz wird durch Verwendung der größeren Δ-Breiten, insbesondere für schwere Kerne, deutlich reduziert. Die berechneten Spektren sind jedoch verglichen mit den experimentellen Daten zu kleinen Pionenimpulsen verschoben. In Anbetracht der drastischen Effekte der Endzustandswechselwirkungen sind diese kleinen Abweichungen aber als unwesentlich anzusehen.

4.3 Pion-Kern-Reaktionen

In Abbildung 4.10 zeigen wir den Einfluß der vergrößerten Δ-Absorption auf Observablen in Pion-Kern-Reaktionen im Energiebereich der Δ-Resonanz. Hierbei vergleichen wir die Resultate, die sich mit der üblicherweise in BUU-Rechnungen verwendeten Behandlung der Δ-Resonanz gegenüber der Verwendung der Stoßbreiten von Oset und Salcedo [121] ergeben. Für beide Szenarien haben wir jeweils eine parallele und eine volle Ensemble-Rechnung durchgeführt. Der totale Reaktionswirkungsquerschnitt wird kaum durch die Deltaabsorption beeinflußt. Die parallele und die volle Ensemble Rechnung weichen jedoch deutlich voneinander ab. Im Falle von ^{12}C beträgt die Diskrepanz etwa 50%, bei ^{209}Bi etwa 20%. Dieser Unterschied ist unmittelbar einsichtig, wenn man bedenkt, daß im betrachteten Energiebereich der Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitt sehr groß ist und der Pion-Kern-Wirkungsquerschnitt damit durch den Wert für die Streuung an einer schwarzen Scheibe angenähert werden kann. In der vollen Ensemble-Rechnung ist der Kollisionsterm rein lokal, so daß der Wirkungsquerschnitt durch πR_A^2

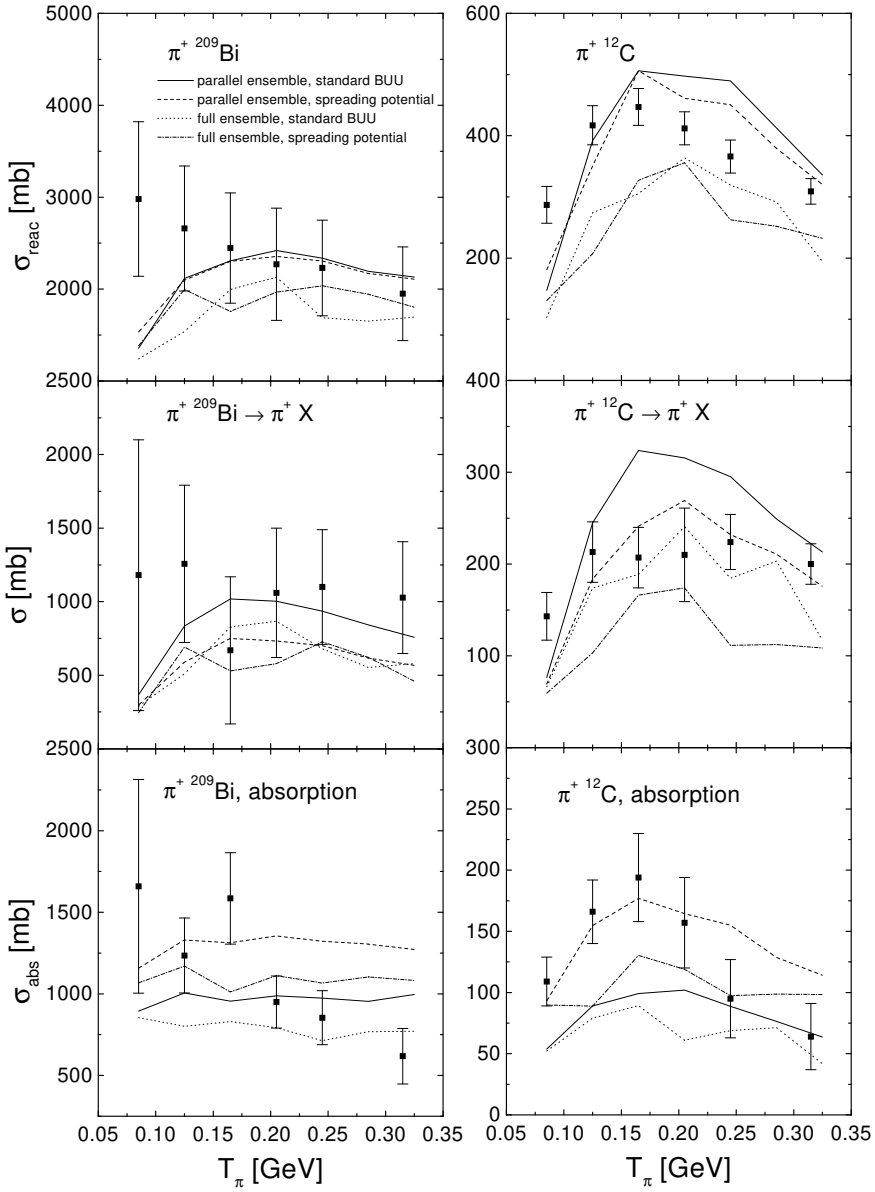

Abbildung 4.10: Totale Wirkungsquerschnitte der Reaktionen π^+ ^{209}Bi (linke Seite) und π^+ ^{12}C (rechte Seite). Gezeigt ist jeweils der totale Reaktionswirkungsquerschnitt (oberes Bild), der inelastische Streuwirkungsquerschnitt $\pi^+ A \to \pi^+ X$ (mittleres Bild) und der Absorptionswirkungsquerschnitt (unteres Bild). Die experimentellen Daten stammen aus [122].

angenähert werden kann, wobei R_A den Radius des Kernes bezeichnet. In der parallelen Ensemble Rechnung erhält das Pion gewissermaßen einen Radius r_π, der mit dem Wirkungsquerschnitt über

$$\pi r_\pi^2 = \sigma_{\pi N}$$

zusammenhängt. Auf dem Pol der Δ-Resonanz beträgt der isospingemittelte Wirkungsquerschnitt etwa 130 mb, was einem „Pionenradius“ von etwa 2 fm zur Folge hat. Der totale Reaktionswirkungsquerschnitt für die Streuung am Kern beträgt dann, unter der Näherung der schwarzen Scheibe, $\pi(R_A + r_\pi)^2$. Daher ergibt sich für ^{12}C eine recht große Abweichung zwischen den Ergebnissen der vollen und der parallelen Ensemble-Rechnung.

Die experimentellen Daten liegen für Pionenenergien oberhalb von 150 MeV sowohl für ^{209}Bi als auch für ^{12}C zwischen den Rechnungen, wobei die parallele Ensemble-Rechnung die Daten geringfügig besser zu beschreiben scheint. Für kleinere Energien unterschätzen beide Rechnungen die Daten. Im Falle von ^{209}Bi zeigen die experimentellen Daten einen Anstieg des Wirkungsquerschnittes zu kleinen Energien, unsere Rechnungen geben jedoch einen Abfall, da der elementare Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitt abnimmt. Allerdings beträgt bei einer Energie von 100 MeV die De-Broglie-Wellenlänge des Pions bereits etwa 6 fm, was unsere semi-klassische Behandlung zweifelhaft werden läßt. In [44] wurde gezeigt, daß eine quantenmechanische Rechnung in der Tat eine gute Beschreibung der Daten bei kleinen Energien liefert, für Energien oberhalb von 150 MeV jedoch mit der semi-klassischen Rechnung übereinstimmt.

Die Behandlung der Δ-Absorption hat einen recht großen Einfluß auf die Aufspaltung des totalen Reaktionswirkungsquerschnittes in die Kanäle mit oder ohne Pionen im Endzustand. In Abbildung 4.10 zeigen wir sowohl den totalen inelastischen Streuwirkungsquerschnitt $\pi^+ A \to \pi^+ X$ als auch den Absorptionswirkungsquerschnitt, bei dem sich keine Pionen im Endzustand befinden. Bei einer Erhöhung der Δ-Absorption wird der Absorptionswirkungsquerschnitt erhöht und der Streuwirkungsquerschnitt reduziert. Im Falle von ^{12}C wird die Beschreibung der experimentellen Daten durch die Verwendung der Stoßbreiten von Oset und Salcedo deutlich verbessert. In ^{209}Bi ist dies nicht der Fall. Hier liefert die normale BUU Rechnung mit der parallelen Ensemble-Methode die beste Übereinstimmung mit den Daten. Allerdings sind die experimentellen Fehlerbalken hier so groß, daß es schwer ist, eindeutige Schlußfolgerungen zu ziehen. Der experimentelle Absorptionswirkungsquerschnitt zeigt einen Abfall zu höheren Energien, während unsere Rechnungen Wirkungsquerschnitte geben, die nahezu konstant sind.

4.4 Schwerionenkollisionen

Im folgenden präsentieren wir einige Anwendungen unseres Modells auf Pionenproduktion in Schwerionenkollisionen bei einer Einschußenergie von 1 AGeV. Hier geht es nicht um eine Beschreibung der verfügbaren experimentellen Daten, sondern um den Einfluß von Verbesserungen und Modifikationen des Modells auf unsere Resultate. Ein systematischer Vergleich unseres Modells mit experimentellen Daten findet sich in [36, 35, 38]. Das hier verwendete Modell liefert mit den normalerweise verwendeten Einstellungen nahezu die gleichen Resultate.

4.4.1 Explizite Propagation der Resonanzen

Im Zusammenhang mit Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien wird häufig von „Resonanzmaterie“ gesprochen [123, 124], da in transporttheoretischen Rechnungen in der

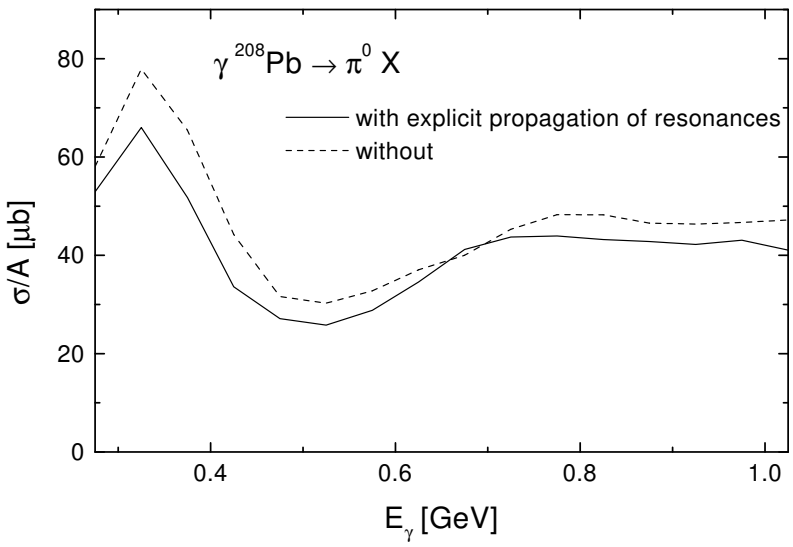

Abbildung 4.11: Einfluß der expliziten Resonanzpropagation auf den inklusiven π^0-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{208}Pb.

Hochdichtephase bis zu 30% der Baryonen in angeregten Zuständen des Nukleons, vor allem in $\Delta(1232)$-Resonanzen, vorliegen. Bei einer Baryonendichte vom Dreifachen normaler Kerndichte beträgt dann die Resonanzdichte ungefähr ρ_0. Allerdings gibt es bislang keine theoretischen Untersuchungen, die den Einfluß der Resonanzfreiheitsgrade auf unser Verständnis der dynamischen Entwicklung der Schwerionenkollision und Teilchenproduktion untersucht haben. Der Grund hierfür liegt darin, daß in nahezu allen Transportmodellen keine Dreiteilchenstöße berücksichtigt werden und damit Pionenabsorption $\pi NN \to NN$ nur als Zweistufenprozeß mit einer intermediären Nukleonenresonanz beschrieben werden kann.

In unserem Modell besteht die Möglichkeit, Resonanzen „abzuschalten“, ohne die totalen Übergangsraten der Prozesse $NN \leftrightarrow NN\pi$, $\pi N \to \pi N$ und $\pi N \to \pi\pi N$ zu verändern. Die Resonanzbeiträge werden dann zu den entsprechenden Untergrundwirkungsquerschnitten hinzuaddiert.

In Abbildung 4.11 zeigen wir zunächst den Einfluß der expliziten Resonanzpropagation auf π^0-Photoproduktion in ^{208}Pb. Der Wirkungsquerschnitt der Rechnung ohne Resonanzen liegt um etwa 10% über dem Resultat mit expliziter Berücksichtigung der Resonanzen, wobei die Unterschiede im Bereich der Δ-Resonanz am größten sind. Der Grund für die Diskrepanz rührt daher, daß in beiden Fällen die Impulsabhängigkeit des Matrixelementes für $\pi NN \to NN$ verschieden ist. Ohne Resonanzen berechnen wir dieses Matrixelement gemäß Gleichung (3.31) aus dem totalen $NN \to NN\pi$-Wirkungsquerschnitt unter der Annahme, daß es nicht von den Impulsen der beteiligten Teilchen abhängt. Mit expliziter Propagation der Resonanzen geht sowohl die Impulsabhängigkeit des $\pi N \to R$-Matrixelemetes, wie auch die des Resonanzpropagators ein (siehe Kapitel 2.4.4). Aus Abbildung 4.11 sieht man jedoch, daß die Impulsabhängigkeit des Matrixelementes keinen allzu großen Einfluß auf die integrierte Pionenabsorption hat.

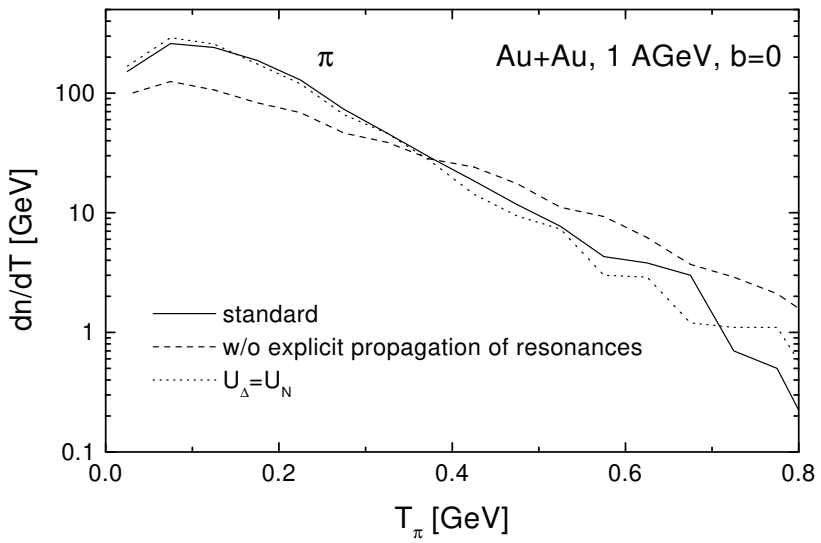

Abbildung 4.12: Pionenspektrum einer zentralen Au+Au-Kollision bei 1 AGeV. Die gestrichelte Linie ergibt sich, wenn die Baryonenresonanzen nicht explizit propagiert werden. Die gepunktete Linie resultiert bei Verwendung des Nukleonenpotentials für die Δ-Resonanzen anstelle des Potentials aus Gleichung (2.41).

Den Einfluß der expliziten Resonanzpropagation auf das Pionenspektrum in einer zentralen Au+Au-Kollision bei 1 AGeV zeigen wir in Abbildung 4.12. Hier sieht man zum einen, daß die Steigung des Spektrums ohne Resonanzpropagation deutlich größer ist als mit Resonanzpropagation. Zum anderen wird die integrierte Anzahl der Pionen um etwa 30% reduziert. Der Einfluß auf die Form des Spektrums ist leicht verständlich, wenn man bedenkt, daß sich das System in der Endphase der Kollision nahezu im thermischen Gleichgewicht befindet. Ohne Resonanzen wird die Anzahl von Freiheitsgraden reduziert und daher erhöht sich zu gegebener Energiedichte die Temperatur. Die Temperatur des Pionenspektrums ist – abgesehen von einer kollektiven Expansion – die Temperatur des Systems zum Zeitpunkt des Ausfrierens. Da der Ausfriervorgang von der Dichte und den Übergangsraten kontrolliert wird, ergibt sich ohne Resonanzen eine Erhöhung der Temperatur im Pionenspektrum. Die Reduktion der Anzahl der Pionen läßt sich hingegen nicht ohne weiteres verstehen.

In Abbildung 4.12 wird auch das Resultat einer Rechnung gezeigt, in der für die Δ-Resonanzen das gleiche Potential wie für die Nukleonen anstelle des Potentials aus Gleichung (2.41) verwendet wurde. Hier ergibt sich eine geringfügige Verschiebung des Spektrums zu kleineren Energien, da die Δ-Resonanzen stärker gebunden sind und somit beim Zerfall weniger Energie zur Verfügung steht.

4.4.2 Potentiale im Kollisionsterm

In Kapitel 3.4 hatten wir dargelegt, wie wir die Potentiale im Kollisionsterm berücksichtigen, und ein Verfahren diskutiert, das die Berücksichtigung der richtigen Phasenraumfaktoren in der Berechnung der Übergangsraten erlaubt. In Abbildung 4.13 ist

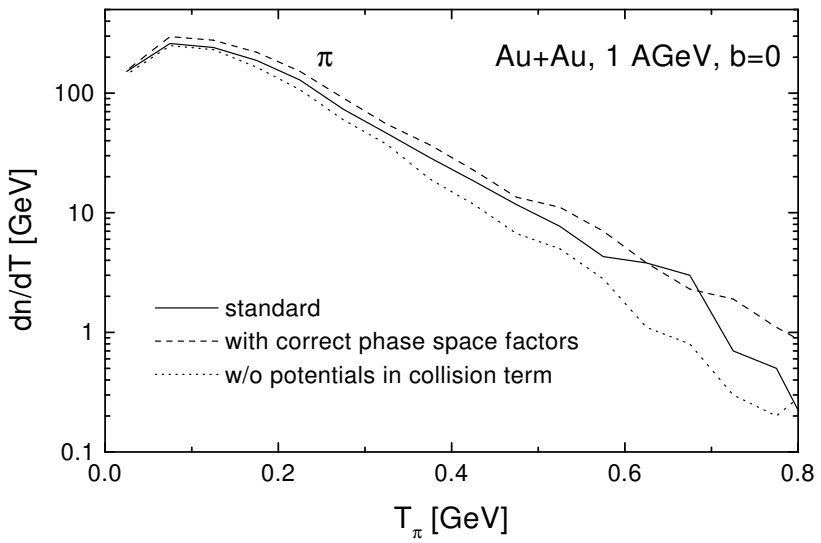

Abbildung 4.13: Einfluß der Berücksichtigung der Potentiale im Kollisionsterm auf das Pionenspektrum einer zentralen Au+Au-Kollision bei 1 AGeV. Die gestrichelte Linie ergibt sich bei Modifikation der Phasenraumfaktoren der Wirkungsquerschnitte. Die gepunktete Linie ist das Resultat einer Rechnung, in der die Impulse der auslaufenden Teilchen mit $\sqrt{s}_{free}$ berechnet wurden und keine Energieerhaltung gefordert wurde.

das Ergebnis einer solchen Rechnung für eine zentrale Au+Au-Kollision bei 1 AGeV im Vergleich mit der normalen Rechnung dargestellt. Man sieht, daß sich eine leichte Erhöhung der Anzahl der Pionen um 20% ergibt. Dies ist auf die Impulsabhängigkeit des Potentials zurückzuführen. Da die Resonanzen im Mittel kleinere Impulse als die Nukleonen haben, ist ihr Potential attraktiver, was den Phasenraum bei der Produktion in $NN \to NR$ vergrößert. Dies wird zum Teil dadurch kompensiert, daß wir für das Δ-Potential Gleichung (2.41) verwenden. Bei Verwendung des Nukleonenpotentials für die Δ-Resonanzen ergibt sich ein größerer Effekt.

Außerdem ist in Abbildung 4.13 eine Rechnung dargestellt, in der keine Berücksichtigung der Potentiale im Kollisionsterm vorgenommen wurde. Die Impulse der auslaufenden Teilchen wurden hier mit $\sqrt{s}_{free}$ berechnet, das heißt ohne das in Kapitel 3.4.3 besprochene numerische Iterationsverfahren. Man sieht, daß sich eine Reduktion der Anzahl der Pionen ergibt, die für große Energien etwa einen Faktor 2 beträgt. Dies wird in erster Linie dadurch verursacht, daß die Δ-Resonanzen schwächer als die Nukleonen gebunden sind. Bei Vernachlässigung dieser Potentialdifferenz im Zerfall sind weniger hohe Pionenenergien möglich. Bei Verwendung des Nukleonenpotentials für die Δ-Resonanzen ergibt sich – aufgrund der Impulsabhängigkeit des Potentials – auch eine Reduktion der Pionen mit hohen Energien, die jedoch wesentlich kleiner ist.

4.4.3 NNN $\leftrightarrow$ NNΔ(1232)

Bisher hatten wir zur Beschreibung photon- und pioninduzierter Reaktionen den Dreikörperprozeß $\Delta NN \to NNN$ nicht explizit, sondern nur mit Gleichung (4.7) als Zer-

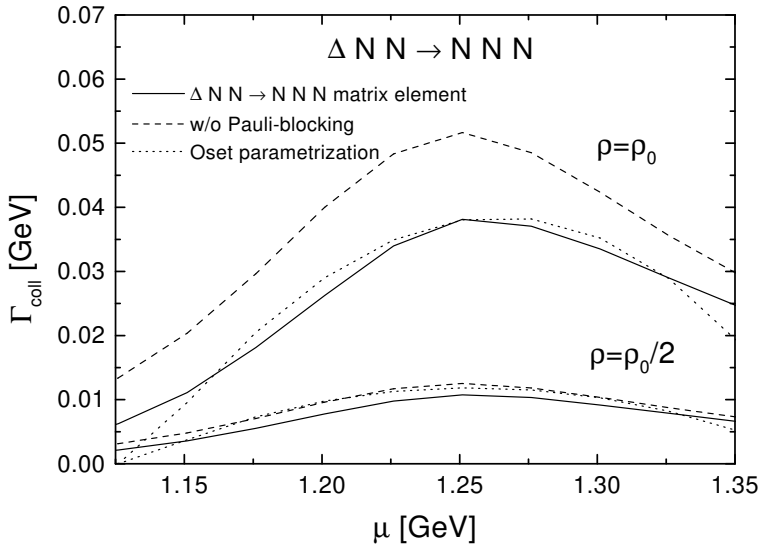

Abbildung 4.14: $\Delta NN \to NNN$-Stoßbreite einer Δ-Resonanz in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei Dichten ρ_0 (obere Kurven) und $\rho_0/2$ (untere Kurven). Die durchgezogenen Linien sind die Rechnungen mit der Parametrisierung des Matrixelementes aus Gleichung (4.9). Für die gestrichelten Linien wurde in diesen Rechnungen das Pauli-Blocking der auslaufenden Nukleonen vernachlässigt. Die gepunkteten Linien sind die Parametrisierung aus [121]. Der Impuls der Δ-Resonanz in den Rechnungen entspricht dem Impuls, den sie bei Bildung durch Photoabsorption an einem ruhenden Nukleon erhält.

fallsrate der Δ-Resonanz berücksichtigt. Zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen ist eine explizite Behandlung der Reaktion wie auch der Rückreaktion notwendig. In Kapitel 3.3.3 haben wir bereits die numerische Realisierung des Dreikörperprozesses besprochen. Zunächst diskutieren wir die Anpassung des Matrixelementes an die in [121] gegegebene Stoßrate.

Bestimmung des Matrixelementes

Wir nehmen an, daß das Matrixelement spin- und isospinunabhängig ist. In unendlich ausgedehnter Kernmaterie bei Temperatur $T = 0$ ist die aus dem Prozeß $\Delta NN \to NNN$ folgende Kollisionsbreite der Δ-Resonanz gegeben als (siehe Kapitel 2.5.5):

$$\begin{aligned}\Gamma_{\Delta NN\to NNN} = \frac{1}{2\mu_\Delta}\int & g\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2p_1^0}\Theta(p_F-|\vec{p_1}|)g\frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0}\Theta(p_F-|\vec{p_2}|)\times \\ \times & \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2p_3^0}\Theta(|\vec{p_3}-p_F|)\frac{d^3p_4}{(2\pi)^3 2p_4^0}\Theta(|\vec{p_4}-p_F|)\frac{d^3p_5}{(2\pi)^3 2p_5^0}\Theta(|\vec{p_5}-p_F|)\times \\ & \times (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_\Delta+p_1+p_2-p_3-p_4-p_5)\frac{1}{12}\overline{|\mathcal{M}_{\Delta N_1N_2\to N_3N_4N_5}|^2}, \quad (4.8)\end{aligned}$$

wobei wir die Impulse der einlaufenden Nukleonen mit p_1 und p_2 und die der auslaufenden mit p_3, p_4 und p_5 bezeichnet haben. Das quadrierte Matrixelement $\overline{|\mathcal{M}_{\Delta N_1N_2\to N_3N_4N_5}|^2}$

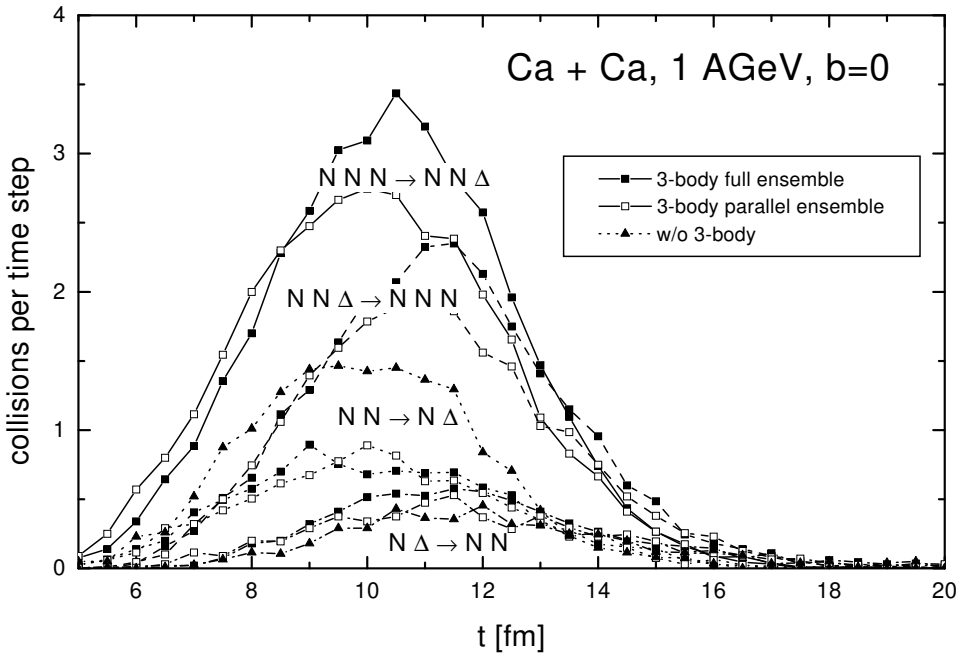

Abbildung 4.15: Zeitentwicklung der Produktion und Absorption von Δ-Resonanzen in einer zentralen Ca+Ca-Kollision. Dargestellt sind die verschiedenen Prozesse: $NNN \to NN\Delta$ (durchgezogene Linien), $\Delta NN \to NNN$ (gestrichelte Linien), $NN \to N\Delta$ (gepunktete Linien) und $\Delta N \to NN$ (strich-gepunktete Linien). Die Dreiecke kennzeichnen Rechnungen ohne den Dreikörperprozeß, die vollen Quadrate Rechnungen mit einer vollen Ensemble-Realisierung dieses Prozesses und die offenen Quadrate Rechnungen mit einer rein parallelen Ensemble-Methode.

ist über die Spins und Isospins der einlaufenden Teilchen gemittelt und über die der auslaufenden summiert. Das Matrixelement wird an die enstprechende Stoßbreite aus [121] angepaßt und folgendermaßen parametrisiert:

$$\overline{|\mathcal{M}_{\Delta NN\to NNN}|^2} = 2\cdot 10^{13}\,\mathrm{GeV}^{-4}\left(\frac{3M_N}{\sqrt{s}}\right)^4 \frac{0.01}{(1.23-\mu_\Delta/\mathrm{GeV})^2+0.01}. \qquad (4.9)$$

In Abbildung 4.14 demonstrieren wir für die Dichten ρ_0 und $\rho_0/2$, daß mit dieser Parametrisierung eine sehr gute Beschreibung der Breite aus [121] gelingt. Wir zeigen in Abbildung 4.14 auch die Resultate der Rechnungen, die sich unter Vernachlässigung der Pauli-Faktoren für die auslaufenden Nukleonen in Gleichung (4.8) ergeben. Man sieht, daß bei Dichte ρ_0 das Pauli-Blocking, insbesondere für kleine invariante Δ-Massen, die Breite deutlich reduziert. Bei endlichen Temperaturen fällt dieser Effekt natürlich geringer aus, so daß der Dreikörperprozeß an relativer Bedeutung gewinnt.

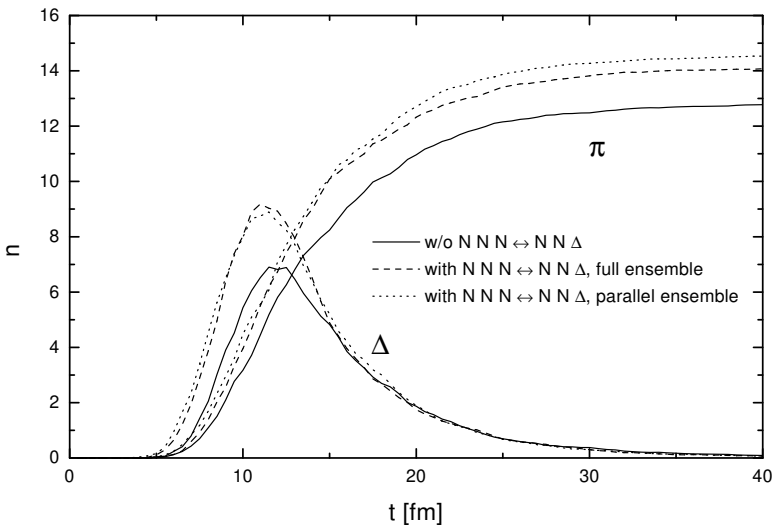

Abbildung 4.16: Einfluß des Prozesses $NNN \rightarrow NN\Delta$ auf die Zeitentwicklung der Anzahl von Pionen und Δ-Resonanzen in einer zentralen Ca+Ca-Kollision bei 1AGeV.

Einfluß auf Δ- und Pionenproduktion

In Abbildung 4.15 zeigen wir am Beispiel einer zentralen Ca+Ca-Kollision bei 1 AGeV die Zeitentwicklung der Anzahl der Baryonenstöße, die zur Bildung oder Absorption von Δ-Resonanzen führen. Wir vergleichen hier die Rechnung ohne Dreikörperprozeß mit Rechnungen unter Einschluß des Dreikörperprozesses, wobei wir die Reaktion $NNN \rightarrow NN\Delta$ – wie in Kapitel 3.3.3 besprochen – alternativ in einem rein parallelen Ensemble-Verfahren oder in einem vollen Ensemble-Verfahren realisiert haben. Zunächst sieht man, daß die Stoßraten bei Berücksichtigung des Dreikörperprozesses drastisch erhöht werden. Für die totale Δ-Produktion, als Summe von $NNN \rightarrow NN\Delta$- und $NN \rightarrow N\Delta$-Stößen, ergibt sich eine Erhöhung um etwa einen Faktor 2 bis 3. Die Anzahl an $NN \rightarrow N\Delta$-Stößen wird zwar um etwa einen Faktor 2 reduziert, die Raten des Dreikörperprozesses sind jedoch mehr als einen Faktor 3 größer. Diese großen Stoßraten sind nicht erstaunlich. Wir hatten gesehen, daß bei Dichte ρ_0 für die Δ-Resonanz die Dreikörperabsorption in etwa so wichtig wie die Zweikörperabsorption ist. In der betrachteten Kollision werden nun Dichten vom nahezu Dreifachen von ρ_0 erreicht. Da der Dreikörperprozeß proportional zu ρ^3 ist, während der Zweikörperprozeß quadratisch mit der Dichte geht, ergibt sich die in Abbildung 4.15 zu sehende Dominanz der Dreikörperstöße.

Die Reduktion des Prozesses $NN \rightarrow \Delta N$ ergibt sich aus Energieerhaltung. Wenn die Nukleonen bereits in Dreikörperprozessen ihre kinetische Energie in Anregungsenergie umsetzen, sind weniger inelastische Zweikörperprozesse möglich.

Aus Abbildung 4.15 sieht man, daß durch Einschluß des Dreikörperprozesses nicht nur die Produktion der Δ-Resonanzen deutlich verstärkt wird, sondern auch ihre Absorption. Der Dreikörperprozeß liefert hier Stoßraten, die um bis zu einem Faktor 4 größer als die Zweikörperraten sind. Auch die Anzahl der Zweikörperstöße erhöht sich,

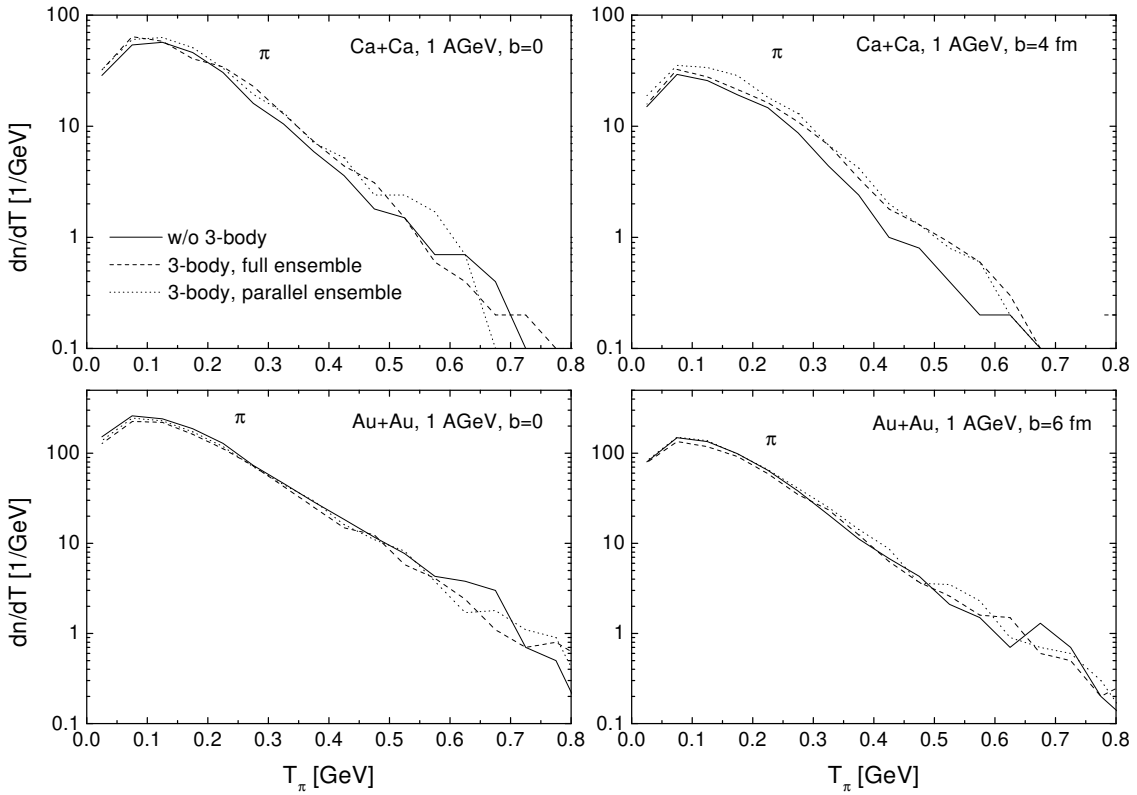

Abbildung 4.17: Einfluß des Prozesses $NNN \to NN\Delta$ auf Pionenspektren in zentralen und semi-zentralen Ca+Ca- sowie Au+Au-Kollisionen bei 1 AGeV.

da mehr Δ-Resonanzen im System sind.

Die Art der numerischen Realisierung des Prozesses $NNN \to NN\Delta$ hat auf die Stoßraten einen recht kleinen Einfluß. In der parallelen Ensemble-Realisierung beginnt – aufgrund der endlichen Reichweite der Wechselwirkung – die Reaktion etwas früher. Dafür finden in der vollen Ensemble-Rechnung in der Hochdichtephase um 20% mehr Stöße statt.

In Abbildung 4.16 vergleichen wir die Zeitentwicklung der Anzahl von Pionen und Δ-Resonanzen, die sich mit den drei besprochenen Szenarien ergeben. Zum einen sieht man, daß hier die beiden verschiedenen Realisierungen des Dreikörperstoßes nahezu identische Resultate liefern. Zum anderen ist zu erkennen, daß der Nettoeffekt des Prozesses $NNN \leftrightarrow NN\Delta$ recht klein ist. Die Δ-Produktion setzt etwas früher ein als im Falle ohne Dreikörperstoß, und die Anzahl an Δ-Resonanzen in der Hochdichtephase wird um etwa 30% erhöht. Die Anzahl asymptotischer Pionen ist nur um ungefähr 10% größer.

Der Einfluß des Dreikörperprozesses auf die Pionenspektren ist nahezu vernachlässigbar. In Abbildung 4.17 zeigen wir die resultierenden Pionenspektren für zentrale und semi-zentrale Ca+Ca- sowie Au+Au-Kollisionen. Im Falle der Ca+Ca-Kollision bei Stoßparameter $b = 4$ fm wird das Spektrum durch den Dreikörperstoß für hochenergetische Pionen um etwa einen Faktor 2 erhöht. Diese Erhöhung ist unabhängig von der numerischen Realisierung. In der zentralen Au+Au-Kollision ergibt sich eine

geringfügige Reduktion des Spektrums; bei Stoßparameter $b = 6$ fm geben die verschiedenen Rechnungen nahezu ununterscheidbare Resultate.

Aus den gezeigten Resultaten können wir mehrere Schlußfolgerungen ziehen. In unserem Modell ergibt sich in Schwerionenkollisionen eine weitgehende Thermalisierung des Feuerballs. Auf dem Sektor der Nukleonen, Pionen und Deltas findet eine weitgehende chemische Äquilibrierung statt. Der Ausfrierprozeß wird, da er bei recht kleinen Dichten stattfindet, durch die Zweikörperübergangsraten kontrolliert. Daher erhalten wir bei Mitnahme des Dreikörperprozesses zwar drastisch erhöhte Übergangsraten in der Hochdichtephase der Reaktion, jedoch nur eine vergleichsweise geringe Modifikation des observablen Pionenspektrums.

Daß sich in der tatsächlichen numerischen Simulation bei einer deutlich erhöhten Anzahl von Stößen letztlich die gleichen Resultate ergeben, ist ein deutlicher Hinweis darauf, daß die numerische Realisierung des Kollisionsterms fehlerfrei ist. Der Dreikörperstoß scheint numerisch unter Kontrolle zu sein, wie die identischen Ergebnisse der beiden verschiedenen Realisierungen belegen.

Aus unseren Resultaten sollte nicht geschlossen werden, daß Dreikörperprozesse in Schwerionenkollisionen unbedeutend sind. Die Erhöhung der Übergangsraten könnte durchaus relevant sein für die Produktion von Teilchen, die in der Zeitspanne der Reaktionsdauer nicht äquilibrieren, wie zum Beispiel Teilchen mit Strangeness. Auch Dileptonenproduktion in der Hochdichtephase ist vermutlich sensitiv auf die Berücksichtigung von Dreikörperprozessen. Das Problem besteht allerdings darin, daß es bislang keine Modelle gibt, die zuverlässige Vorhersagen für Prozesse wie $NNN \to NN\Lambda K$ oder $NNN \to NNN\rho$ ermöglichen.

4.4.4 Einfluß der In-Medium-Breite der Δ-Resonanz

In Abbildung 4.18 zeigen wir das Pionenspektrum aus der Berechnung einer zentralen Au+Au-Kollision, in der die In-Medium-Breite der Δ-Resonanz mit dem in Kapitel 3.5 beschriebenen Verfahren in ihrer Population berücksichtigt wurde (gestrichelte Linie). Zum Vergleich ist auch das Ergebnis der normalen Rechnung dargestellt (durchgezogene Linie). Wir haben hier die in Abbildung 4.1 dargestellte Breite verwendet, die von der invarianten Masse μ, dem Impuls p und der Dichte ρ abhängt. Im Falle einer Schwerionenkollision ist die Phasenraumverteilungsfunktion der Nukleonen natürlich nicht in guter Näherung durch die bei Temperatur $T = 0$ gegeben. Allerdings ist zu erwarten, daß die Stoßbreiten nicht sehr stark von der spezifischen Impulsverteilung der Nukleonen beziehungsweise der Temperatur in einem äquilibrierten System abhängen; in Kapitel 8 demonstrieren wir dies für die Stoßbreiten der Nukleonen. Lediglich das Pauli-Blocking der spontanen Zerfallsbreite besitzt für bestimmte Massen und Impulse der Resonanz eine deutliche Abhängigkeit von der Impulsverteilung der Nukleonen. Unsere Rechnungen ließen sich verbessern, indem wir die Breiten – wie im Falle der Nukleonen (siehe Kapitel 8) – zusätzlich als Funktion der Temperatur berechnen. Dies würde allerdings den numerischen Aufwand deutlich erhöhen, und es ist zu erwarten, daß wir keine wesentlichen Änderungen unserer Resultate erhalten würden, da sich die Observablen durch eine Integration über Resonanzen mit verschiedenen Impulsen und Massen ergeben.

Aus Abbildung 4.18 sieht man, daß die Berücksichtigung der In-Medium-Breite zu

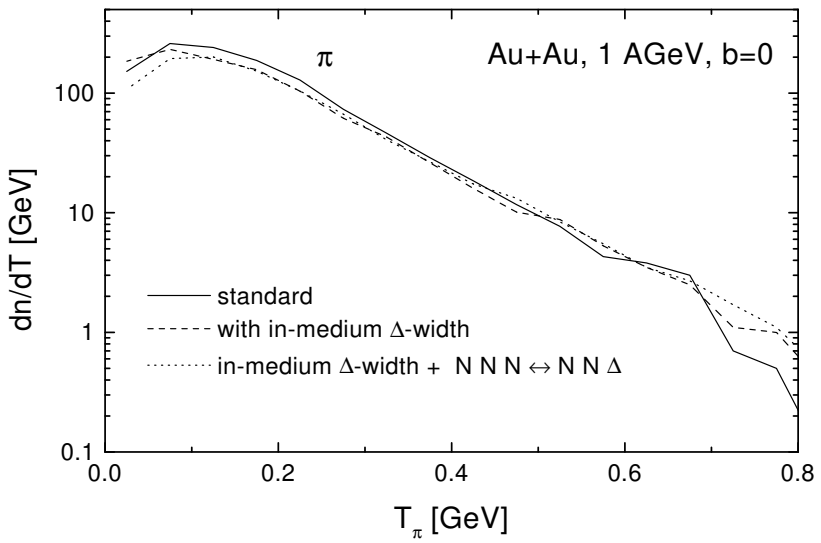

Abbildung 4.18: Einfluß der Berücksichtigung der In-Medium-Breite der Δ-Resonanz auf das Pionenspektrum einer zentralen Au+Au-Kollision bei 1 AGeV. Siehe Text für weitere Erklärungen.

einer geringfügigen Reduktion des Pionenspektrums führt. Hier war kein großer Einfluß zu erwarten, da wir in Kapitel 4.1 gesehen hatten, daß in unserem Modell die Reduktion der spontanen Zerfallsbreite in etwa durch die Stoßverbreiterung kompensiert wird.

Allerdings hatten wir in der Photoproduktion gezeigt, daß die von uns normalerweise verwendete Stoßbreite der Δ-Resonanz zu klein ist. Aus diesem Grunde haben wir auch Rechnungen mit einer selbstkonsistenten Δ-Breite durchgeführt, in denen wir die Stoßraten an die Breiten von [121] angepaßt haben. Zum einen haben wir den Prozeß $\Delta NN \leftrightarrow NNN$ wie oben beschrieben berücksichtigt. Zum anderen haben wir das Matrixelement zu $\Delta N \leftrightarrow NN$ wie folgt modifiziert:

$$|\mathcal{M}_{\Delta N \leftrightarrow NN}|^2 \rightarrow \left(1 + \frac{5}{3}\frac{\mu_\Delta - M_N - m_\pi}{\mathrm{GeV}}\frac{\rho}{\rho_0}\right)|\mathcal{M}_{\Delta N \leftrightarrow NN}|^2 ,$$

um eine bessere Übereinstimmung mit der Stoßbreite aus [121] zu erzielen. Bei Dichte ρ_0 entspricht damit die Δ-Breite in unserem Modell den Δ-hole-Werten. Das Resultat einer solchen Rechnung ist in Abbildung 4.18 dargestellt (gepunktete Linie). Trotz der erheblichen In-Medium-Korrekturen der Δ-Resonanz ergibt sich eine recht geringe Modifikation des Pionenspektrums. Der Grund hierfür ist der gleiche wie für den kleinen Einfluß des Dreikörperstoßes. Aufgrund der weitgehenden Äquilibrierung ist das Pionenspektrum nur sensitiv auf die Eigenschaften der Teilchen zum Zeitpunkt des Ausfrierens. Dieses findet bei Dichten statt, die so klein sind ($\sim \rho_0/2$), daß In-Medium-Korrekturen nahezu vernachlässigbar sind.

Kapitel 5

Mediummodifikationen der $D_{13}(1520)$-Resonanz

5.1 Photoabsorption

Experimentell beobachtet man, daß der totale Photoabsorptionswirkungsquerschnitt pro Nukleon im Energiebereich der Nukleonenresonanzen für alle Kerne ab einer Massenzahl von etwa 12 ungefähr gleich ist. Verglichen mit den Wirkungsquerschnitten am Proton oder Deuterium sieht man eine deutliche Verbreiterung der $\Delta(1232)$-Resonanz und ein Verschwinden der Resonanzstrukturen bei höheren Energien [18].

In Abbildung 5.1 zeigen wir zunächst, wie die „trivialen“ Mediumeinflüsse Fermiverschmierung und Pauli-Blocking den elementaren Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt modifizieren. Wir beschränken uns hier auf die Diskussion unserer Rechnungen an ^{40}Ca, da in unseren Rechnungen, wie im Experiment, die Massenabängigkeit des Wirkungsquerschnittes pro Nukleon klein ist. Aus Abbildung 5.1 sieht man, daß aufgrund der Fermibewegung die Resonanzstrukturen bei höheren Energien stärker als bei kleineren Energien verbreitert werden. Dies ist unmittelbar verständlich, wenn man die invariante Energie $\sqrt{s}$ einer elementaren Photon-Nukleon-Reaktion im Medium betrachtet:

$$s = (E_\gamma + E_N)^2 - (E_\gamma \vec{e}_z + \vec{p}_N)^2 \approx (E_\gamma + M_N)^2 - E_\gamma^2 - 2E_\gamma p_{N,z} = s_0 - 2E_\gamma p_{N,z}, \tag{5.1}$$

wobei wir Terme quadratisch im Nukleonenimpuls $\vec{p}_N$ vernachlässigt haben und $\sqrt{s_0}$ die invariante Energie der Reaktion des Photons mit der Energie E_γ an einem ruhenden Nukleon bezeichnet. Aus Gleichung (5.1) sieht man, daß mit zunehmender Photonenergie der Effekt der Verschmierung aufgrund der Integration über $\vec{p}_N$ zunimmt. Das Verschwinden der $F_{15}(1680)$-Resonanz erklärt sich damit, wie aus Abbildung 5.1 zu sehen ist, allein aus der Fermiverschmierung.

Das Pauli-Blocking der auslaufenden Nukleonen spielt vor allem bei kleinen Photonenergien eine Rolle und reduziert den Wirkungsquerschnitt auf dem Maximum der Δ-Resonanz um etwa 100 μb. Der resultierende Wirkungsquerschnitt kann jedoch die experimentellen Daten nur sehr unzureichend beschreiben. Zum einen wird der Wirkungsquerschnitt im höherenergetischen Bereich der Δ-Resonanz zwischen 350 und 600 MeV deutlich unterschätzt. Zum anderen ist in der Rechnung die Resonanzstruktur im Bereich der $D_{13}(1520)$-Resonanz noch deutlich sichtbar, während die experimentellen

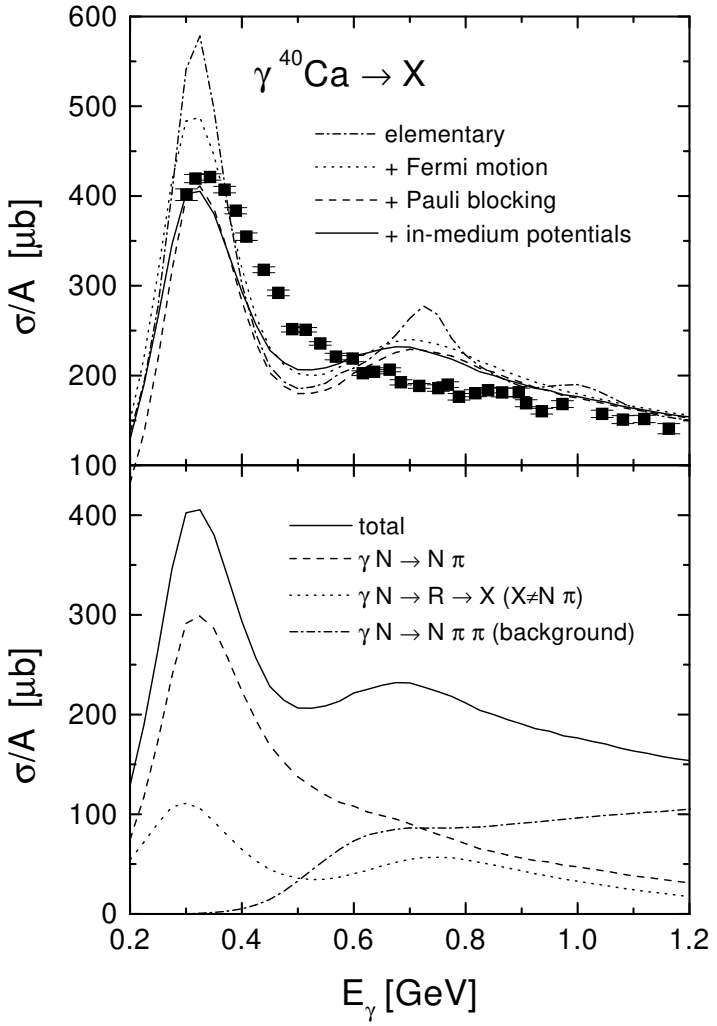

Abbildung 5.1: Der totale Photoabsorptionswirkungsquerschnitt an ^{40}Ca. Die experimentellen Daten stammen aus [21] und wurden aus einer Mittelung über verschiedene Kerne gewonnen. Siehe Text für weitere Erklärungen.

Daten völlig flach sind. Die Berücksichtigung von konventionellen Selbstenergien für die Resonanzen ändert an der Diskrepanz zu den Daten wenig. In Abbildung 5.1 ist die Rechnung gezeigt, die sich mit dem Δ-Potential aus Gleichung (2.41) (unter Verwendung eines impulsunabhängigen Nukleonenpotentials (Parametersatz H)) und dem Imaginärteil des Spreading-Potentials aus Gleichung (4.5), das wir hier für alle Resonanzen verwendet haben, ergibt. Man sieht, daß diese Potentiale das Resultat der Rechnung nur unwesentlich modifizieren.

Die Beschreibung der experimentellen Daten im Bereich der Δ-Resonanz läßt sich durch die Berücksichtigung von Zweikörperabsorptionsprozessen für das Photon, wie zum Beispiel $\gamma NN \to N\Delta$, verbessern [22, 125]. Hierbei ist zu bedenken, daß zu einer Photonenergie von 400 MeV eine Wellenlänge von etwa 3 fm korrespondiert. Dies ist größer als der Abstand zweier benachbarter Nukleonen im Kern, und aus diesem Grunde muß unsere Annahme, daß die primäre Wechselwirkung an nur einem Nukle-

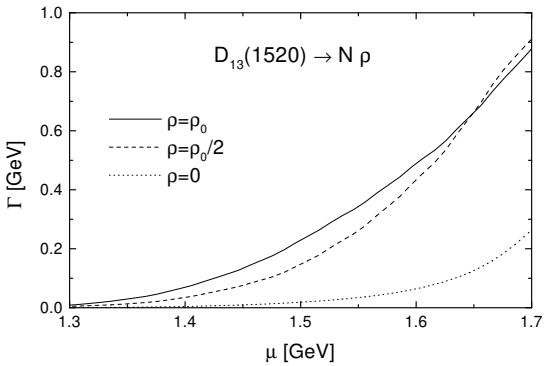

Abbildung 5.2: Resultat des Modells aus [4, 126] für die Massenabhängigkeit der $N\rho$-Breite der $D_{13}(1520)$-Resonanz. Der Impuls der Resonanz entspricht jeweils dem Impuls, den sie bei Bildung durch Photoabsorption an einem ruhenden Nukleon erhält.

on stattfindet („Impulse Approximation"), nicht notwendigerweise gerechtfertigt sein. Eine konsistente und insbesondere eichinvariante Behandlung von Zweikörperabsorptionsprozessen ist jedoch schwierig und bislang nicht verfügbar. Deshalb werden solche Prozesse in der vorliegenden Arbeit vernachlässigt. Durch Vergleich des Absorptionswirkungsquerschnittes aus Abbildung 5.1 mit den Rechnungen zur Pionenproduktion in Abbildung 4.7 sieht man, daß sich im Bereich der Δ-Resonanz für beide Observablen eine konsistente Diskrepanz zu den experimentellen Daten ergibt. In beiden Fällen werden die Daten auf dem Maximum der Δ-Resonanz gut beschrieben und für höhere Energien unterschätzt. Dies ist ein weiterer Hinweis darauf, daß in unserem Modell die Pion-Delta-Dynamik richtig beschrieben wird.

In Abbildung 5.1 zeigen wir auch die verschiedenen Beiträge, aus denen sich der totale Wirkungsquerschnitt zusammensetzt. Hier sieht man, daß im Bereich der D_{13}-Resonanz der Zweipionenuntergrund $\gamma N \to N\pi\pi$ eine große Rolle spielt. Das Verschwinden der Struktur im D_{13}-Bereich ist daher möglicherweise nicht ausschließlich auf Mediummodifikationen der D_{13}-Resonanz zurückzuführen. Im folgenden beschränken wir uns aber dennoch auf Untersuchungen zur D_{13}-Resonanz, da Rechnungen zu Mediummodifikationen des Zweipionenuntergrundes mit der Unsicherheit behaftet sind, daß bereits der elementare Zweipionenwirkungsquerschnitt $\gamma N \to N\pi\pi$ noch nicht vollständig verstanden ist.

In den Kapiteln 2.4.3 und 2.5.2 hatten wir bereits die große Kopplung der D_{13}-Resonanz an den $N\rho$-Kanal angesprochen. In [4, 126] wurde im Rahmen eines Resonanz-Loch-Modells die Spektralfunktion des ρ-Mesons in Kernmaterie berechnet. Hierbei hat sich gezeigt, daß die Spektralfunktion aufgrund von D_{13}-Loch-Zuständen deutlich modifiziert und Stärke zu kleinen invarianten Massen geschoben wird. In der angesprochenen Rechnung wurde überdies die $N\rho$-Breite der D_{13}-Resonanz selbstkonsistent zur ρ-Spektralfunktion berechnet. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Man erkennt eine sehr starke Erhöhung der $N\rho$-Breite im Medium gegenüber der Vakuumbreite. Bei Dichte ρ_0 und auf der Polmasse der D_{13}-Resonanz ergibt sich eine Vergrößerung der Partialbreite um etwa einen Faktor 10 auf einen Wert von über 200 MeV. Dies ist darauf zurückzuführen, daß bei einer invarianten Masse von 1.52

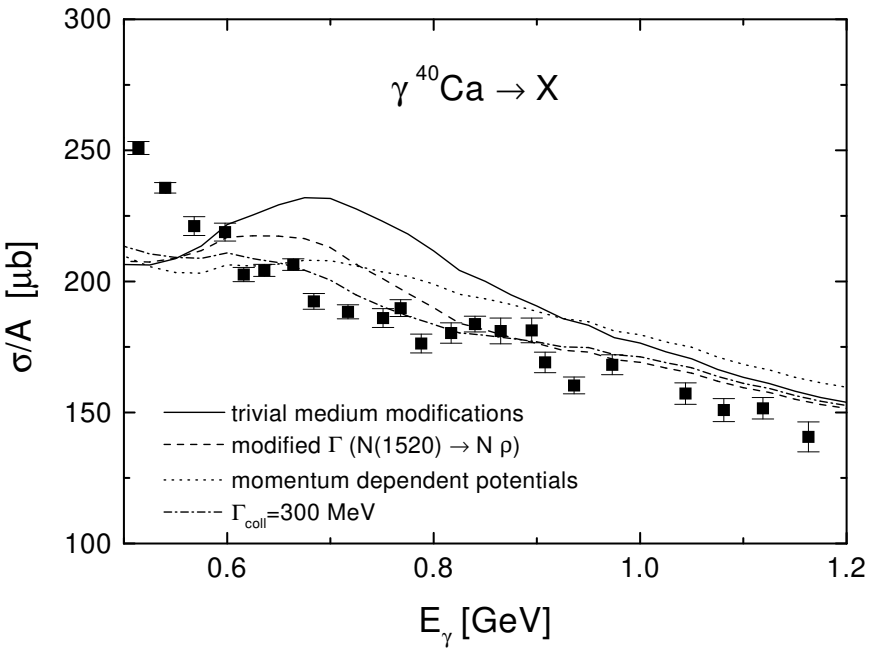

Abbildung 5.3: Einfluß verschiedener Mediummodifikationen der $D_{13}(1520)$-Resonanz auf den totalen Photoabsorptionswirkungsquerschnitt.

GeV nur Zerfälle in ρ-Mesonen mit Massen unterhalb von 582 MeV möglich sind. Mit der Vakuumspektralfunktion, die eine Polmasse von 770 MeV und eine Breite von 151 MeV besitzt, ist daher der $N\rho$-Zerfall sehr stark unterdrückt. Da die In-Medium-Spektralfunktion erheblich mehr Stärke bei kleineren invarianten Massen besitzt, ergibt sich der in Abbildung 5.2 gezeigte Effekt.

In Abbildung 5.3 zeigt die gestrichelte Linie das Resultat unserer Rechnung für den Photoabsorptionswirkungsquerschnitt, das sich unter Verwendung dieser mediumabhängigen $N\rho$-Breite der D_{13}-Resonanz ergibt. In dieser Rechnung wurde die volle Dichte-, Massen-, und Impulsabhängigkeit der Breite berücksichtigt. Zunächst sieht man, daß die Beschreibung der experimentellen Daten erheblich verbessert wird. Für Photonenergien oberhalb von 800 MeV ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Daten. Allerdings zeigt die Rechnung bei einer Photonenergie von etwa 650 MeV ein Maximum, das in den Daten nicht zu sehen ist. Dieses Maximum rührt daher, daß die $N\rho$-Breite der D_{13}-Resonanz, wie aus Abbildung 5.2 zu sehen ist, sehr stark mit der invarianten Masse ansteigt. Bei der Peakenergie von 650 MeV beträgt die invariante Masse der Resonanz bei Bildung an einem ruhenden Nukleon 1.45 GeV. Die $N\rho$-Breite ist hier bei Dichte ρ_0 nur etwa halb so groß wie auf der Polmasse der D_{13}-Resonanz, und daher wirkt sich die Verbreiterung weniger stark aus. Die Polmasse der D_{13}-Resonanz korrespondiert an einem ruhenden Nukleon zu einer Photonenergie von 760 MeV. Man sieht aus Abbildung 5.3, daß hier der Effekt der Verbreiterung deutlich stärker ausfällt. Beides zusammen führt zu der Ausbildung des Maximums.

Eine andere mögliche Mediummodifikation der D_{13}-Resonanz besteht in einer Änderung des Realteils der Selbstenergie. Bisher hatten wir ein impulsunabhängiges Poten-

tial für die Nukleonen verwendet und angenommen, daß sich die D_{13}-Resonanz im gleichen Potential befindet. Bei Verwendung des in Abbildung 2.1 dargestellten impulsabhängigen Potentials ergibt sich die gepunktete Linie in Abbildung 5.3. Die in der Photoabsorption produzierten D_{13}-Resonanzen haben im Mittel einen Impuls von etwa 800 MeV, für den das Potential bei Dichte ρ_0 verschwindet. Da das Potential der einlaufenden Nukleonen etwa -50 MeV beträgt, ergibt sich eine effektive Verschiebung der Masse der D_{13}-Resonanz um etwa 50 MeV nach oben. Da die Breite der D_{13}-Resonanz aufgrund der Öffnung des $N\rho$-Kanals sehr stark mit der Masse zunimmt, führt eine solche Massenverschiebung zu einer Verbreiterung. Außerdem tritt, da das Potential dichte- und impulsabhängig ist, in der Berechnung des Photoabsorptionswirkungsquerschnittes durch die Orts- und Impulsraumintegrationen eine zusätzliche Verschmierung auf. Aus Abbildung 5.3 sieht man, daß dann die resonante Struktur im D_{13}-Bereich nahezu vollständig verschwindet. Allerdings werden die experimentellen Daten leicht überschätzt.

In [20] wurde eine Stoßbreite von 300 MeV für die D_{13}-Resonanz vorgeschlagen, um den Photoabsorptionswirkungsquerschnitt zu erklären. Auch in unserem Modell erzielen wir, wie in Abbildung 5.3 gezeigt (strich-gepunktete Linie), eine sehr gute Beschreibung der experimentellen Daten bei Verwendung dieser Stoßbreite. Allerdings ist eine solch große Stoßbreite, die etwa einen Faktor 4 über der aus dem Spreading-Potential der Δ-Resonanz gewonnenen liegt, sehr schwer zu rechtfertigen. In [40, 22] hatten wir gezeigt, daß die Stoßbreite aus dem Prozeß $D_{13}N \to NN$ im Rahmen des BUU-Modells nur einige MeV beträgt und deutlich kleiner als die entsprechende Breite der Δ-Resonanz ist. Das entsprechende Matrixelement ist nicht beliebig frei wählbar, da der zeitumgekehrte Prozeß durch die experimentellen Daten zur Ein- und Zweipionenproduktion eingeschränkt wird. Die maximal mögliche Stoßbreite aus $D_{13}N \to NN$ mit dem Vakuummatrixelement liegt daher bei etwa 20 MeV, also in der Größenordnung der Stoßbreite der Δ-Resonanz aus $\Delta N \to NN$. Da überdies die in der Photoabsorption gebildeten D_{13}-Resonanzen recht große Impulse haben ($\sim$ 800 MeV) und Mehrkörperprozesse mit zunehmendem Impuls an Bedeutung verlieren sollten, erscheint es als sehr unwahrscheinlich, daß die totale Kollisionsbreite der D_{13}-Resonanz um einen Faktor 4 über der der Δ-Resonanz liegt.

5.1.1 Andere Modelle

In [127] gelang eine Beschreibung des Photoabsorptionswirkungsquerschnittes durch Mediummodifikationen der Amplituden zur elementaren Zweipionenproduktion $\gamma N \to N\pi\pi$. Hierbei wurden für die Selbstenergien der beteiligten Teilchen lediglich „konventionelle“ Mediummodifikationen angenommen. Für die Δ-Resonanz wurde ein Spreading-Potential verwendet, das aus Δ-hole-Rechnungen stammt und dessen Imaginärteil wir in Gleichung 4.5 angegeben hatten. Für die D_{13}-Resonanz wurde die gleiche Verbreiterung und eine Verschiebung der Masse relativ zum Nukleon um 20 MeV nach unten angenommen. Außerdem wurde ein gebräuchliches Pionenpotential verwendet. Das Verschwinden der Struktur im Bereich der D_{13}-Resonanz wurde dann durch einen kooperativen Effekt dieser Modifikationen und insbesondere durch eine Veränderung der Interferenzen zwischen den verschiedenen zur Zweipionenproduktion beitragenden Prozessen verursacht.

Allerdings wurde in [127] ein sehr einfaches Modell zur Beschreibung der elementaren Zweipionenamplitude verwendet. Im Gegensatz zu den weitaus detaillierteren Modellen in [83, 84] wurden im Rahmen einer nicht-relativistischen, phänomenologischen Feldtheorie lediglich 5 Diagramme berücksichtigt und in erster Bornscher Näherung ausgewertet. Das Modell wurde in [128] nur an totale Wirkungsquerschnitte zur Zweipionenphotoproduktion am Nukleon angepaßt. Hier gelang eine gute Beschreibung des Kanals $\gamma N \to \pi^+\pi^- N$ am Proton und Neutron. Die Wirkungsquerschnitte zu $\gamma p \to \pi^+\pi^0 n$ und $\gamma n \to \pi^-\pi^0 p$ konnten jedoch nur unter Verwendung einer Spektralfunktion für das ρ-Meson, die sehr viel Stärke bei kleinen invarianten Massen besitzt, reproduziert werden. Diese Spektralfunktion des ρ-Mesons wurde in [128] ad hoc eingeführt und steht vermutlich in Widerspruch zu anderen experimentellen Daten. Es ist zu erwarten, daß bereits ein Vergleich mit massendifferentiellen Wirkungsquerschnitten zur Zweipionenphotoproduktion die Unzulänglichkeit des Modells aufzeigt. Die Rechnungen unterschätzen auch die $\pi^0\pi^0$-Kanäle um mehr als einen Faktor 2. Aus den genannten Gründen ist daher davon auszugehen, daß die Rechnungen in [127] zwar einen Hinweis darauf geben, daß das Zusammenspielen mehrer Faktoren das Verschwinden der D_{13}-Resonanz verursachen könnte. Eindeutige Schlußfolgerungen lassen sich aus ihnen aber nicht ziehen. Wir sollten hier auch nochmals darauf hinweisen, daß wir in den impulsdifferentiellen Spektren zur inklusiven π^0-Produktion gesehen hatten, daß Mediummodifikationen des Wirkungsquerschnittes zu $\gamma N \to N\pi^0\pi^0, N\pi^\pm\pi^0$ klein sind. Daher ist ein Modell, das nur den Absorptionswirkungsquerschnitt, nicht aber die anderen verfügbaren experimentellen Daten beschreibt, nicht sinnvoll.

Ebenfalls gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten zur Photoabsorption wurde in [3] im Rahmen eines Modells für die In-Medium-Spektralfunktion des ρ-Mesons unter Verwendung von Vektormeson-Dominanz erzielt. Allerdings wurde hier das zugrundeliegende Modell der elementaren Photon-Nukleon-Reaktion nicht mit exklusiven Observablen wie $\gamma N \to N\pi$ oder $\gamma N \to N\pi\pi$ verglichen, sondern nur an den totalen Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt angepaßt. Eine isoskalare Kopplung des Photons an Nukleonen wurde vernachlässigt, so daß in diesem Modell der Wirkungsquerschnitt am Proton und Neutron gleich ist. Für die exklusiven Kanäle ist dies jedoch nur auf dem 20%-Bereich erfüllt (siehe Anhang A.5). Um eine vernünftige Beschreibung des elementaren Wirkungsquerschnittes zu erhalten, mußte für den $NN\pi$-Vertex ein sehr kleiner Abschneideparameter (in den derzeit neuesten Rechnungen $\Lambda \sim 300$ MeV) verwendet werden. Dies macht die Anwendbarkeit des Modells zumindest fragwürdig.

Das Verschwinden der D_{13}-Resonanz im Photoabsorptionswirkungsquerschnitt konnte in [3] nur unter Verwendung der mediumabhängigen $N\rho$-Breite aus [4] erzielt werden. Die verglichen mit unseren Rechnungen bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ist darauf zurückzuführen, daß in [3] die Massenabhängigkeit der In-Medium-Breite nicht korrekt berücksichtigt wurde, sondern lediglich die in [4] angegebene Breite auf dem Pol der Resonanz verwendet wurde.

5.2 Pionenproduktion

Im vorangegangenen Abschnitt haben wir verschiedene Szenarien erläutert, die für ein Verschwinden der Struktur im Photoabsorptionswirkungsquerschnitt an Kernen im Bereich der $D_{13}(1520)$-Resonanz verantwortlich sein könnten: (i) eine Mediummodifi-

kation der $N\rho$-Breite gemäß der Rechnung aus [4], (ii) ein impulsabhängiges Potential oder (iii) eine sehr große Stoßbreite von 300 MeV. Alle drei Szenarien sind in der Lage, die experimentellen Daten zum Photoabsorptionswirkungsquerschnitt halbwegs zu beschreiben. Im folgenden wollen wir ihren Einfluß auf exklusivere Wirkungsquerschnitte untersuchen, um mit Hilfe der experimentellen Daten eine Entscheidung zu ermöglichen.

5.2.1 Einpionenproduktion

In Abbildung 5.4 zeigen wir den bereits in Kapitel 4.2.1 ausführlich diskutierten Wirkungsquerschnitt zur inklusiven π^0-Produktion in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb. Man sieht, daß die verschiedenen Szenarien recht ähnliche Resultate liefern. Im Bereich der D_{13}-Resonanz liegen die Rechnungen mit der Stoßbreite von 300 MeV um etwa 20% unter den Rechnungen ohne Mediummodifikationen und geben die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die Rechnungen mit der modifizierten $N\rho$-Breite ergeben hier nahezu die gleichen Resultate wie die ohne Mediummodifikationen. Der Grund hierfür liegt darin, daß die durch die Verbreiterung verursachte Absenkung des primären Absorptionswirkungsquerschnittes durch die vergrößerte Zerfallswahrscheinlichkeit der D_{13}-Resonanz in den Zweipionenkanal kompensiert wird. Die Rechnungen unter Verwendung des impulsabhängigen Potentials liegen im Bereich der D_{13}-Resonanz zwischen den anderen Rechnungen.

Bis zu Energien von etwa 550 MeV unterschätzen wir die experimentellen Daten, wobei die Diskrepanz mit zunehmender Kerngröße zunimmt. Im Falle von ^{208}Pb beträgt die Abweichung maximal etwa 30%. Wir hatten oben bereits angesprochen, daß diese Abweichung konsistent zu unserer Unterschätzung des totalen Photoabsorptionswirkungsquerschnittes und auf die Vernachlässigung von Mehrkörperabsorptionsprozessen für das Photon, wie $\gamma NN \to N\Delta$, zurückzuführen ist. Da solche Prozesse mit zunehmender Kerngröße an Bedeutung gewinnen, nimmt die Abweichung unserer Rechnungen zu den experimentellen Daten mit der Kerngröße zu.

5.2.2 Zweipionenproduktion

In Abbildung 5.5 präsentieren wir das Resultat unserer Rechnungen für den inklusiven $\pi^+\pi^-$-Wirkungsquerschnitt. Zu dieser Observable gibt es bislang noch keine experimentellen Daten. Die verschiedenen Szenarien der Mediummodifikationen der D_{13}-Resonanz liefern nahezu ununterscheidbare Resultate. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Pionen in erster Linie bei niedriger Dichte produziert werden. Findet die primäre Produktion bei einer hohen Dichte statt, ist die Wahrscheinlichkeit sehr groß, daß zumindest eines der beiden Pionen absorbiert wird.

Für die Kerne ^{12}C und ^{40}Ca existieren bis zu einer Photonenergie von 600 MeV auch Rechnungen der Valencia-Gruppe [129]. Die Ergebnisse dieser Rechnungen sind ebenfalls in Abbildung 5.5 dargestellt. Man sieht, daß diese Rechnungen deutlich von unseren abweichen. Für Photonenergien unterhalb von 450 MeV liegen sie unter unseren, steigen dann aber deutlich steiler an und liefern Wirkungsquerschnitte, die etwa einen Faktor 3 über unseren liegen. Im Gegensatz zu unserem Modell wurden in [129] Mediummodifikationen der elementaren Amplitude vorgenommen. Überdies wurde ein

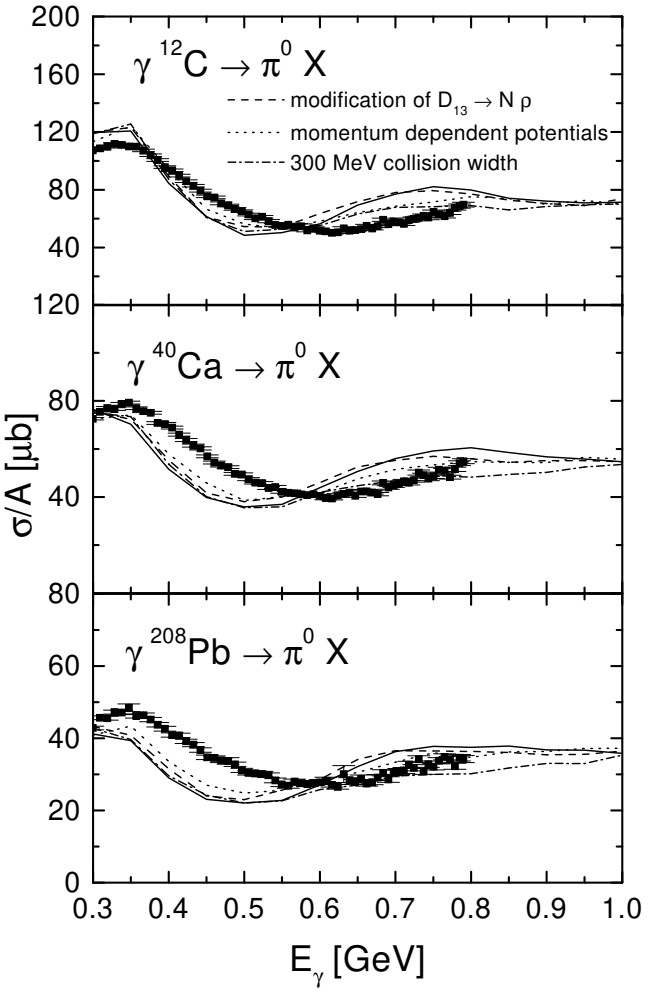

Abbildung 5.4: Einfluß verschiedener Mediummodifikationen der D_{13}-Resonanz auf den totalen π^0-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb. Die durchgezogenen Linien sind die Resultate ohne Mediummodifikationen der D_{13}-Resonanz unter Verwendung eines impulsunabhängigen Potentials. Die gestrichelten Linien ergeben sich mit der mediummodifizierten $N\rho$-Breite aus [4], die gepunkteten mit einem impulsabhängigen Potential und die strich-gepunkteten mit einer Stoßbreite von 300 MeV.

Pionenpotential berücksichtigt. Diese Modifikationen sind denen, die in [127] zur Beschreibung der Photoabsorption (siehe Abschnitt 5.1.1) vorgenommen wurden, ähnlich. Offensichtlich ergeben sich jedoch entgegengesetzte Resultate. Während in [127] der elementare Wirkungsquerschnitt reduziert wird, ergibt sich in [129] eine deutliche Erhöhung. Da in [129] mit dem Modell aus [84] eine wohl realistischere Beschreibung der elementaren Zweipionenphotoproduktion verwendet wurde, ist dies ein deutlicher Hinweis auf die Unsicherheiten bezüglich der Rechnungen zur Photoabsorption in [127].

Neue experimentelle Daten gibt es zur $\pi^0\pi^0$-Produktion bis zu einer Photonenergie

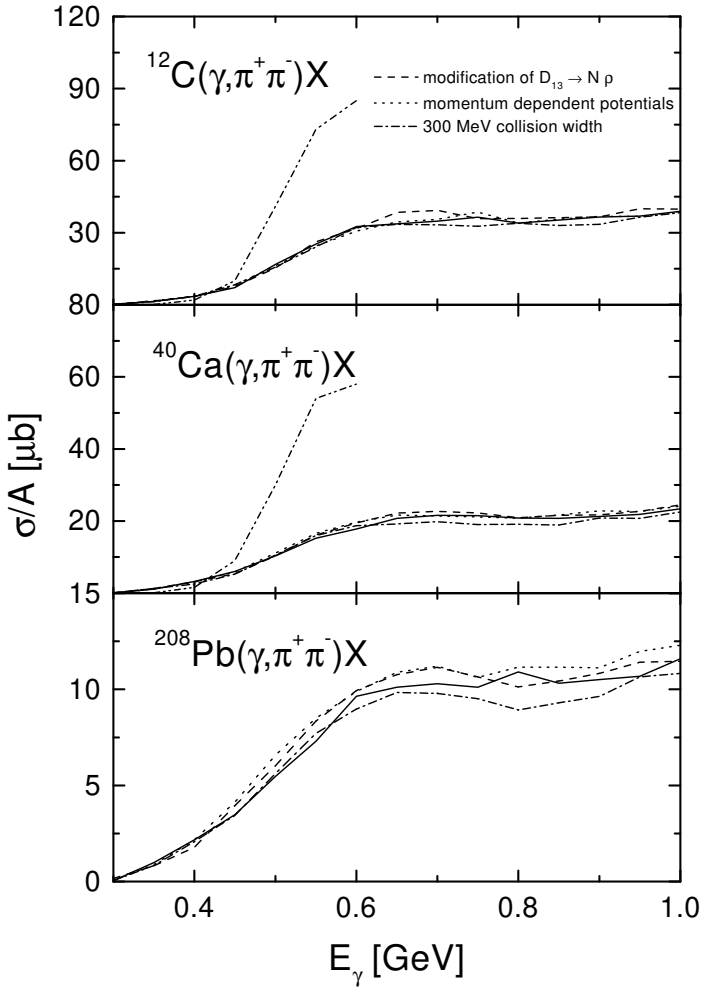

Abbildung 5.5: Einfluß verschiedener Mediummodifikationen der D_{13}-Resonanz auf den $\pi^+\pi^-$-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb. Die Bedeutung der Linien entspricht der in Abbildung 5.4. Zusätzlich ist für ^{12}C und ^{40}Ca das Ergebnis der Rechnung aus [129] (punkt-punkt-gestrichelte Linie) eingezeichnet.

von 570 MeV [42]. Diese sind in Abbildung 5.6 im Vergleich zu unseren Rechnungen dargestellt. Zunächst sieht man, daß die gemessenen Wirkungsquerschnitte sehr klein sind und weniger als 1% des totalen Absorptionswirkungsquerschnittes betragen. Daher sind diese Daten nur bedingt geeignet, um Rückschlüsse auf die für die Photoabsorption relevanten Mechanismen zu ziehen. In unseren Rechnungen liefern die verschiedenen Szenarien für die D_{13}-Resonanz wieder – insbesondere im experimentell gemessenen Bereich – sehr ähnliche Ergebnisse. Es gelingt eine gute Beschreibung der experimentellen Daten, wobei die Übereinstimmung mit zunehmender Kerngröße zunimmt. Im Falle von ^{12}C überschätzen wir den Datenpunkt bei der höchsten Photonenergie um fast einen Faktor 2, in ^{208}Pb beträgt die Diskrepanz nur etwa 20%. Es ist jedoch sehr schwierig, aus diesem Vergleich bereits Schlußfolgerungen zu ziehen. Notwendig wäre es, den Verlauf der experimentellen Daten zu höheren Energien zu kennen.

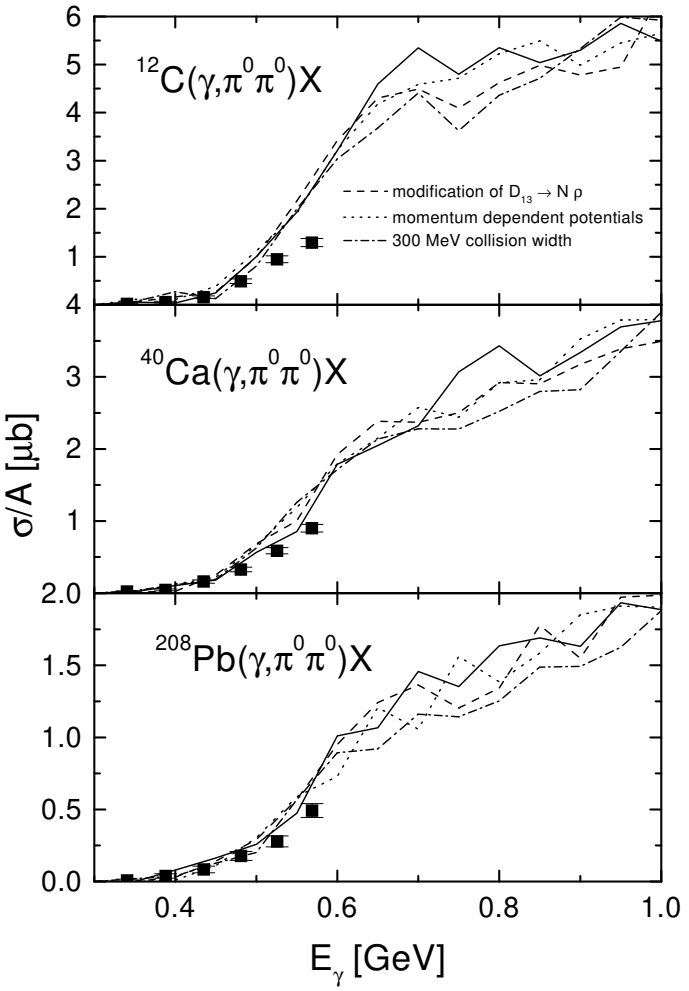

Abbildung 5.6: Einfluß verschiedener Mediummodifikationen der D_{13}-Resonanz auf den $\pi^0\pi^0$-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb. Die Bedeutung der Linien entspricht der in Abbildung 5.4. Die experimentellen Daten stammen aus [42].

5.3 Dileptonen- und Etaproduktion

Im Vorgriff auf die in Kapitel 6 zu untersuchende Photoproduktion von Dileptonen in Kernen zeigen wir in Abbildung 5.7 den Einfluß der verschiedenen Mediummodifikationen der D_{13}-Resonanz auf das massendifferentielle e^+e^--Spektrum einer γPb-Reaktion bei $E_\gamma = 800$ MeV. Im Gegensatz zu den pionischen Observablen ergeben sich hier deutlich unterschiedliche Resultate der verschiedenen Szenarien. Die Modifikation der $N\rho$-Breite führt zu einer Erhöhung des Spektrums im Massenbereich zwischen 300 und 600 MeV um mehr als einen Faktor 2. Wie wir in Abbildung 6.6 zeigen werden, wird dieser Massenbereich durch die e^+e^--Zerfälle des ρ^0-Mesons dominiert. Eine Vergrößerung der $N\rho$-Partialbreite führt zu einer vermehrten ρ-Produktion und damit zu einer Erhöhung des e^+e^--Spektrums. Demgegenüber führen die beiden anderen Szenarien, also impulsabhängiges Potential beziehungsweise 300 MeV Stoßbreite, zu einer Absen-

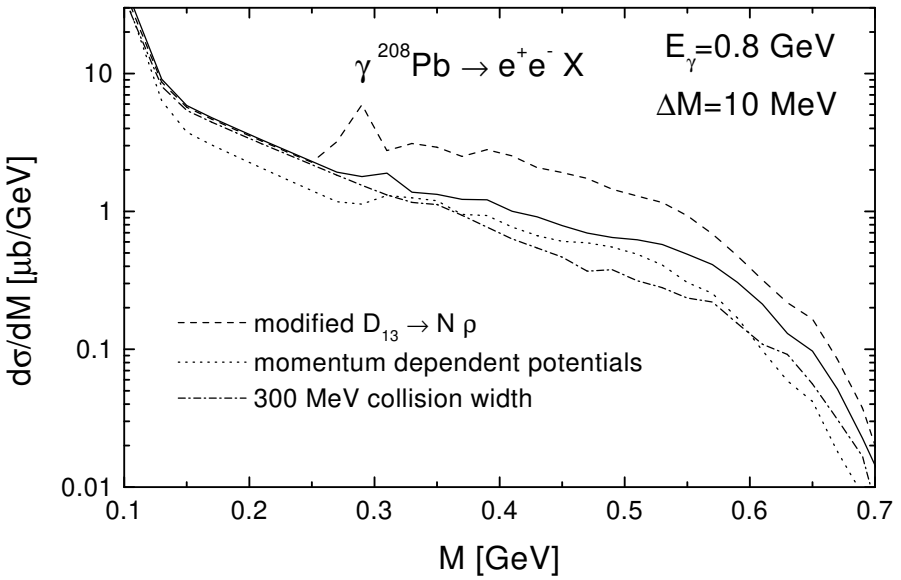

Abbildung 5.7: Einfluß verschiedener Mediummodifikationen der D_{13}-Resonanz auf den massendifferentiellen e^+e^- Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{208}Pb. Die Bedeutung der Linien entspricht der in Abbildung 5.4.

kung der e^+e^--Produktion.

Im Falle des impulsabhängigen Potentials ergibt sich auch eine Reduktion der η-Produktion, da die $S_{11}(1535)$-Resonanz wie die D_{13}-Resonanz zu höheren Energien verschoben wird. Diese Reduktion ist im Dileptonenspektrum für invariante Massen im Bereich von 200 MeV zu sehen. Um den Effekt des impulsabhängigen Potentials auf die η-Photoproduktion zu verdeutlichen, zeigen wir in Abbildung 5.8 den totalen Wirkungsquerschnitt der η-Produktion als Funktion der Photonenergie. Man sieht, daß bei Verwendung des impulsabhängigen Potentials die Resonanzstruktur ausgeschmiert wird. Im hier betrachteten Energiebereich bis zu 1 GeV findet durchgehend eine Reduktion des Wirkungsquerschnittes statt. Diese Reduktion nimmt mit größer werdender Photonenergie ab. Im experimentell gemessenen Bereich bis 800 MeV weichen die beiden Rechnungen um etwa 50% voneinander ab. Die experimentellen Daten liegen zwischen den Rechnungen; für Photonenergien unterhalb von 700 MeV ergibt sich eine bessere Beschreibung der Daten ohne impulsabhängiges Potential, für höhere Energien stimmt die Rechnung mit impulsabhängigem Potential besser mit den experimentellen Daten überein.

Verglichen mit unseren früheren Rechnungen zur η-Photoproduktion [40, 39], die ohne impulsabhängiges Potential durchgeführt wurden, hat sich die Beschreibung der Daten etwas verschlechtert. Dies ist auf die veränderten Parameter der $S_{11}(1535)$-Resonanz und die veränderte Initialisierung der Kerndichte zurückzuführen. Man sollte bedenken, daß in ^{208}Pb weniger als 20% der primär produzierten η-Mesonen den Kern verlassen. Daher ist der Wirkungsquerschnitt am Kern recht sensitiv auf geringfügige Modifikationen der η-Absorption oder der Kernoberfläche.

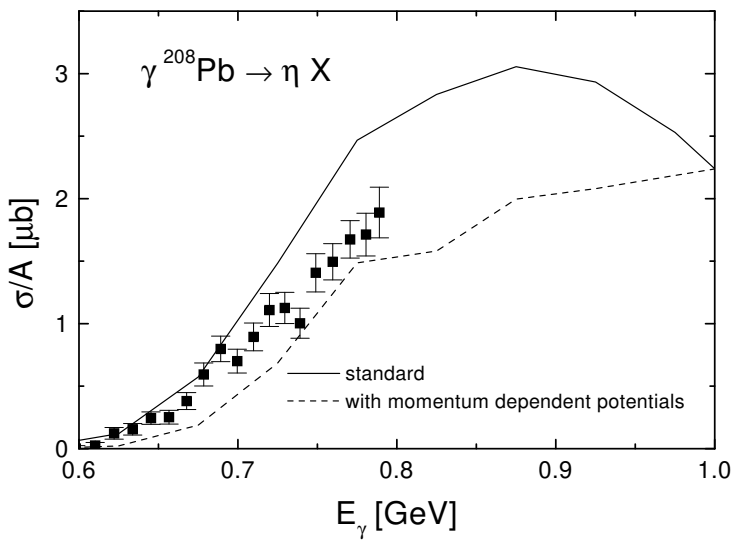

Abbildung 5.8: Totaler Photoproduktionswirkungsquerschnitt von η-Mesonen in ^{208}Pb. Die gestrichelte Linie ergibt sich mit einem impulsabhängigen Nukleonenpotential. Die experimentellen Daten stammen aus [41].

Kapitel 6

Dileptonenproduktion

Zur Untersuchung der Eigenschaften von Hadronen in Materie sind Dileptonen hervorragend geeignet, da sie nicht der starken Wechselwirkung unterliegen und damit nach ihrer Produktion durch die sie umgebende hadronische Materie nahezu nicht beeinflußt werden. Die Vektormesonen ρ, ω und ϕ weisen einen direkten Dileptonenzerfall auf, so daß sich insbesondere ihre Eigenschaften untersuchen lassen. Im vergangenen Jahrzehnt sind die Eigenschaften der Vektormesonen in Kernmaterie auf großes theoretisches Interesse gestoßen, da sie – wie bereits in der Einleitung angesprochen – möglicherweise mit der Restauration der chiralen Symmetrie zusammenhängen. Ein direkter experimenteller Hinweis auf eine Mediummodifikation der Vektormesonen findet sich in den bei SPS-Energien in Schwerionenkollisionen gemessenen invarianten Massenspektren [13, 14]. Die theoretische Interpretation dieser experimentellen Daten ist jedoch noch umstritten [16, 130]. In der hier vorliegenden Arbeit soll die ohnehin umfangreiche Literatur nicht um einen weiteren Erklärungsversuch der erwähnten experimentellen Spektren bereichert werden. Stattdessen untersuchen wir den Einfluß von Mediummodifikationen der Vektormesonen auf Dileptonenproduktion in photon- und pioninduzierten Reaktionen und geben Vorhersagen für zukünftige Experimente [43, 47]. In der Einleitung hatten wir bereits diskutiert, daß diese Reaktionen gegenüber Schwerionenkollisionen den Vorteil haben, näher am Gleichgewicht abzulaufen, und eine theoretische Behandlung ermöglichen, die mit weniger Unsicherheiten behaftet ist.

Eine leicht gekürzte Fassung des vorliegenden Kapitels findet sich in [131] für die photon- und in [132] für die pioninduzierten Reaktionen.

6.1 Stoßverbreiterung der Vektormesonen

6.1.1 Berechnung der Stoßbreiten

Die Berechnung der In-Medium-Breiten des ρ- und des ω-Mesons erfolgt analog zu der der Δ-Resonanz in unendlich ausgedehnter Kernmaterie bei Temperatur $T = 0$ (siehe Kapitel 4.1, 2.4.2). Im Ruhesystem des Mesons ist die totale In-Medium-Breite gegeben als:

$$\Gamma^V_{tot}(\mu, |\vec{p}|, \rho) = \Gamma^V_{vac}(\mu) + \Gamma^V_{coll}(\mu, |\vec{p}|, \rho), \tag{6.1}$$

wobei Γ^V_{vac} die Vakuumbreite aufgrund des spontanen Zerfalls, die wir nicht modifizieren, bezeichnet und die Stoßbreite Γ^V_{coll} über Gleichung (2.73) berechnet wird:

$$\Gamma^V_{coll}(\mu, |\vec{p}|, \rho) = \gamma\rho < v_{VN}\sigma^{tot}_{VN} >, \tag{6.2}$$

wobei ρ die Nukleonendichte und γ der Lorentzfaktor für die Transformation vom Ruhesystem der Nukleonen ins Ruhesystem des Mesons sind. Die Klammer deutet hier die Integration über die Fermiverteilung der Nukleonen an, v_{VN} ist die Relativgeschwindigkeit von Meson und Nukleon (Gleichung (2.72)) und σ^{tot}_{VN} ihr totaler Wirkungsquerschnitt.

Wir vernachlässigen in der vorliegenden Arbeit Mediummodifikationen der $N\rho$-Breiten der Baryonenresonanzen, die – in einer selbstkonsistenten Rechnung – über Gleichung (2.68) direkt aus der Modifikation der Spektralfunktion des ρ-Mesons folgten. Die Änderung der $N\rho$-Breiten und die damit einhergehende Modifikation der Spektralfunktionen der Resonanzen wirkten über Gleichung (2.50) auf die Stoßbreite des ρ-Mesons aus Gleichung (6.2) zurück. Damit ergäbe sich ein gekoppeltes System von Integralgleichungen für die 3-dimensionalen Breiten der Baryonenresonanzen und des ρ-Mesons. In [4] wurde gezeigt, daß eine solche Rechnung große Modifikationen der $N\rho$-Breiten der Nukleonenresonanzen, insbesondere der $D_{13}(1520)$-Resonanz, verursachen kann (siehe auch Kapitel 5) und auch die Spektralfunktion des ρ-Mesons beeinflußt. Allerdings wurden in der angesprochenen Rechnung die anderen Zerfallskanäle, wie $N\pi$ oder $\Delta\pi$, nicht modifiziert, und eine mögliche Änderung des Realteils der Selbstenergie der Nukleonenresonanzen wurde vernachlässigt. In unserer Rechnung vernachlässigen wir bereits – im Gegensatz zu [4] – den Realteil der ρ-Selbstenergie. Eine selbst-konsistente Iteration der Spektralfunktionen ist vermutlich nur sinnvoll unter Einschluß aller Kanäle und der Realteile. In den hier präsentierten Rechnungen ist es vor allem wichtig, daß in der Population der Vektormesonen ihre In-Medium-Breite berücksichtigt wird, die dann auch in die dynamische Propagation eingeht. In [133] wurde betont, daß dies aus Unitaritätsgründen von hervorgehobener Bedeutung ist. Für Photon- beziehungsweise Pionenergien oberhalb von 1 GeV spielen die Baryonenresonanzen, die unterhalb von $M_N + m^0_\rho$ liegen und deren Breiten daher besonders sensitiv auf Mediummodifikationen der ρ-Spektralfunktion sind, eine untergeordnete Rolle. Aus diesem Grunde ist die Vernachlässigung der Modifikation der $N\rho$-Breiten bei Rechnungen im genannten Energiebereich durchaus gerechtfertigt.

Die Breite des ω-Mesons berechnen wir nur als Funktion des Impulses p und der Dichte ρ, nicht aber als Funktion der invarianten Masse μ, da es zum einen kein naheliegendes Modell für die μ-Abhängigkeit der Breite gibt und zum anderen auch die In-Medium-Breite nicht so groß ist, daß im relevanten Massenbereich eine drastische Variation der Breite zu erwarten ist. Im Falle des ρ-Mesons ist die μ-Abhängigkeit demgegenüber von Bedeutung, da bereits die Vakuumbreite für $\rho \to \pi\pi$ eine deutliche Massenabhängigkeit aufweist und auch der $N\rho$-Wirkungsquerschnitt aufgrund der Kopplung an die Resonanzen sehr stark μ-abhängig ist (siehe Abbildung 2.13).

Im oberen Teil von Abbildung 6.1 zeigen wir die Stoßbreite des ρ-Mesons bei Dichte ρ_0 in isospinsymmetrischer Kernmaterie als Funktion von invarianter Masse und Impuls. Die Struktur bei kleinen Massen stammt hier von den Resonanzbeiträgen, insbesondere von der $D_{13}(1520)$-Resonanz. Man sieht, daß die Breite für kleine Massen sehr große Werte bis zu 600 MeV annimmt, die zu einem „Schmelzen“ des ρ-Mesons

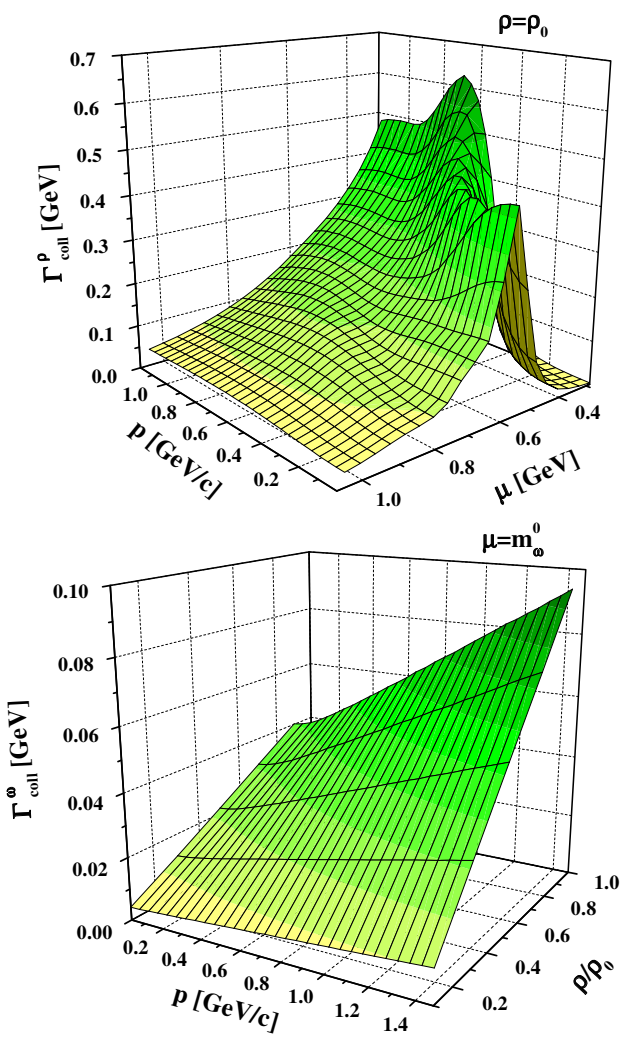

Abbildung 6.1: Stoßbreiten des ρ- und ω-Mesons. Die obere Abbildung zeigt die Stoßbreite des ρ-Mesons bei Dichte ρ_0 in isospinsymmetrischer Kernmaterie als Funktion von Masse und Impuls, die untere die des ω-Mesons als Funktion von Impuls und Dichte für $\mu = m_\omega^0$.

korrespondieren. Im Bereich der Polmasse beträgt die Stoßbreite etwa 100 MeV, das heißt, im Medium tritt etwa eine Verdopplung der Breite auf.

Die Stoßbreite des ω-Mesons ist im unteren Teil der Abbildung 6.1 als Funktion von Impuls und Dichte dargestellt. Da sowohl Fermiverschmierung wie auch Pauli-Blocking des auslaufenden Nukleons unbedeutend sind, ergibt sich ein linearer Anstieg der Breite mit der Dichte. Auch die Impulsabhängigkeit ist aufgrund der verwendeten Parametrisierungen der Wirkungsquerschnitte (siehe Anhang A.2.1) nahezu linear. Bei Dichte ρ_0 und einem Impuls von 1 GeV erhalten wir eine Stoßbreite von etwa 80 MeV, die damit ungefähr einen Faktor 10 größer als die Vakuumbreite ist.

6.1.2 Implementierung der Stoßbreiten

Am Beispiel einer γPb-Reaktion bei 1.5 GeV wollen wir im folgenden die Implementierung der Stoßbreiten und die resultierenden Probleme diskutieren. Im oberen Teil von Abbildung 6.2 zeigt die durchgezogene Linie den Beitrag des ρ-Mesons zum e^+e^--Spektrum bei Verwendung der Vakuumspektralfunktion in der Population. Die strichgepunktete Linie (mit „coll. broadening“ bezeichnet) resultiert als Lösung der Transportgleichung (2.66) unter Einbeziehung der In-Medium-Spektralfunktion des ρ-Mesons mit der im letzten Abschnitt besprochenen Stoßbreite. In dieser Rechnung wurden die elementaren Produktionswirkungsquerschnitte zu $\gamma N \to N\rho^0$ (Gleichung (2.106)) und $\gamma N \to N\rho^0\pi$ (Gleichung (2.109)) mit der In-Medium-Spektralfunktion berechnet. Da die Breite des Mesons von seinem Impuls im Ruhesystem des Kerns abhängt, ist in Gleichung (2.106) eine zusätzliche Ω-Integration, gewichtet mit der in Gleichung (2.108) gegebenen Winkelverteilung, notwendig. Im Falle des Dreikörperendzustandes nehmen wir eine isotrope Phasenraumverteilung an. Wie oben diskutiert, werden die $N\rho$-Breiten der Baryonenresonanzen nicht modifiziert. Beim Zerfall einer Resonanz in ein ρ-Meson wird aber dessen Masse mit Hilfe der (phasenraumgewichteten) In-Medium-Spektralfunktion bestimmt.

Aus Abbildung 6.2 sieht man, daß die Einbeziehung der Stoßverbreiterung zu einer Absenkung des Dileptonenspektrums im Bereich der Polmasse des ρ-Mesons um etwa 30% führt und einer Verschiebung der Stärke zu kleineren Massen. Bei $M = 2m_\pi$ ergibt sich ein sehr großer Peak. Dieser Peak ist tatsächlich ein Pol und hier nur aufgrund unserer numerischen Lösung endlich. Der Grund für diese Divergenz liegt daran, daß unsere Transportgleichung (2.66) keinen Mechanismus enthält, der ein im Medium kollisionsverbreitertes Teilchen auf die Vakuumspektralfunktion schiebt, wenn es ins Vakuum läuft. In Gleichung (3.4) hatten wir gesehen, daß die invariante Masse eines Testteilchens in der Propagation zwischen den Stößen zeitlich konstant ist. An der Zweipionenschwelle verschwindet die Vakuumspektralfunktion des ρ-Mesons, während die In-Medium-Spektralfunktion endlich ist, da die Kollisionsbreite nicht verschwindet. Damit ergibt sich im Medium eine von null verschiedene spektrale Phasenraumverteilungsfunktion F_ρ an der Zweipionenschwelle. Ein die Verteilungsfunktion repräsentierendes Testteilchen mit $\mu = 2m_\pi$ besitzt eine endliche Wahrscheinlichkeit, ins Vakuum zu laufen, ohne an einem Stoß teilzunehmen. Während dieser Propagation ändert sich die invariante Masse nicht. Im Vakuum besitzt dieses Teilchen eine unendlich lange Lebensdauer ($\Gamma_{\pi\pi} = 0$) und im Dileptonenspektrum ergibt sich aufgrund der Zeitintegration in Gleichung (2.130) ein Pol. Die Tatsache, daß das Teilchen unendlich lange lebt, ist natürlich insofern ein Artefakt unserer Rechnung, als wir den elektromagnetischen Zerfall, der die Voraussetzung dafür ist, daß das ρ-Meson überhaupt zum Dileptonenspektrum beiträgt, in der dynamischen Zeitentwicklung der Phasenraumverteilungsfunktion unberücksichtigt lassen. Eine Berücksichtigung dieses Zerfalls würde jedoch das grundsätzliche Problem nicht beheben; der Pol würde vielmehr nur durch einen numerisch ununterscheidbar großen Peak ersetzt, da die elektromagnetischen Breiten sehr viel kleiner als die hadronischen sind.

In unseren Rechnungen haben wir die Stoßbreite des ρ-Mesons nur für invariante Massen oberhalb der Zweipionenmasse berechnet. Im Medium gibt es keinen Grund dafür, daß die Breiten unterhalb verschwinden. Bei einer Berücksichtigung der entsprechenden Beiträge der Spektralfunktion in der Population ergäben sich die gleichen

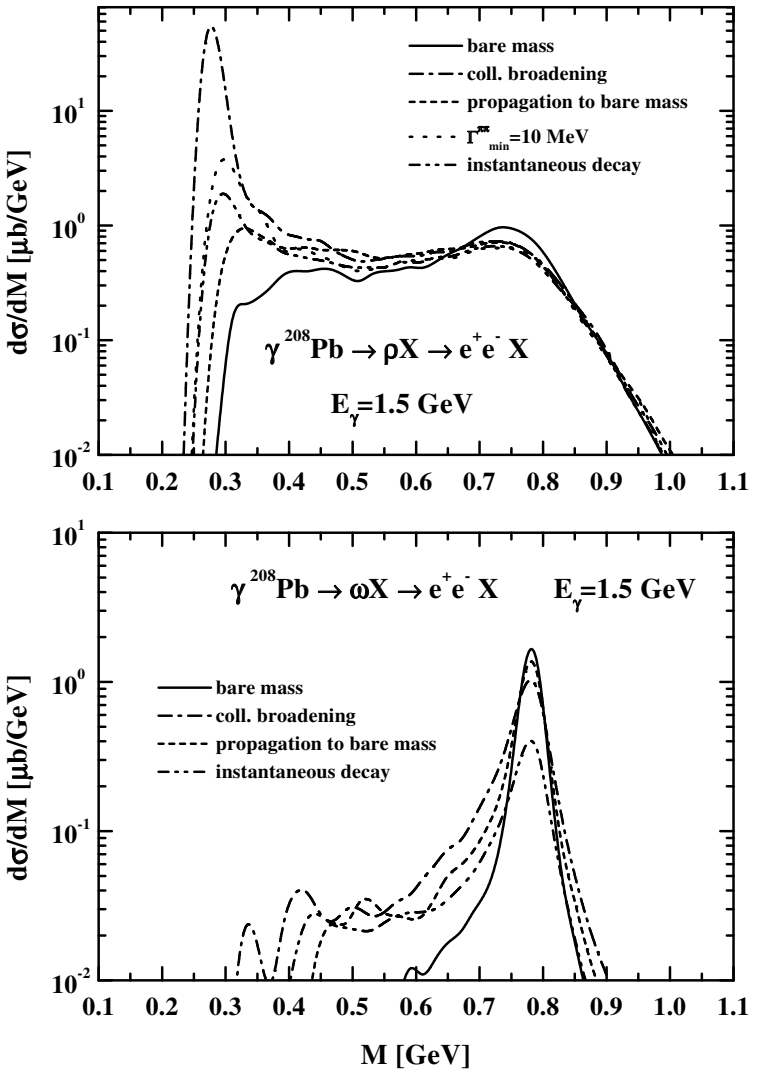

Abbildung 6.2: Das e^+e^--Spektrum aus Zerfällen des ρ-Mesons (obere Abbildung) und des ω-Mesons (untere Abbildung) für γPb bei 1.5 GeV mit verschiedenen Vorgehensweisen bei der Behandlung der Stoßverbreiterung. Siehe Text für genauere Erklärungen.

Probleme mit ins Vakuum laufenden Teilchen, die dort unendlich lange leben, wie an der Schwelle. Wir werden hier allerdings, auch nach einer Modifikation unserer Behandlung der Stoßverbreiterung, nur ρ-Mesonen mit Massen oberhalb der Zweipionenschwelle berücksichtigen. Eine sinnvolle Behandlung von ρ-Mesonen mit kleineren Massen erforderte zwingend auch die Berücksichtigung der elektroschwachen Beiträge zur Spektralfunktion, da bereits im Vakuum solche ρ-Mesonen als intermediäre Teilchen in der Dileptonenproduktion auftreten können. Numerisch wäre dies jedoch in einem hadronischen Transportmodell schwer handhabbar. Später werden wir überdies sehen, daß die Dileptonenspektren für kleine invariante Massen ohnehin von anderen Quel-

len dominiert werden, so daß eine detaillierte Behandlung der ρ-Mesonen mit Massen unterhalb der Zweipionenschwelle nicht erforderlich ist.

Im unteren Teil der Abbildung 6.2 ist der Beitrag des ω-Mesons zum Dileptonenspektrum dargestellt. Die durchgezogene Linie wurde mit der Vakuumspektralfunktion berechnet, die strich-gepunktete ergibt sich bei Verwendung der In-Medium-Breite. Hier sieht man eine deutliche Verbreiterung des ω-Peaks mit einer Reduktion bei der Polmasse um etwa einen Faktor 2. Die Verbreiterung wird durch die Verwendung der Massenauflösung von 10 MeV für alle hier präsentierten Spektren (siehe Kapitel 6.2.1) sogar etwas verwaschen. Eine solch große Verbreiterung ist jedoch nicht realistisch, da der größte Teil der zum Dileptonenspektrum beitragenden ω-Mesonen im Vakuum zerfällt.

Das Problem besteht also darin, daß in unserem Transportmodell bei Berücksichtigung von In-Medium-Breiten die spektrale Verteilungsfunktion nicht die korrekte asymptotische Lösung annimmt. Ein im Vakuum stabiles Teilchen kommt nicht auf die Massenschale, wenn es ins Vakuum läuft. Wenn die Zeitentwicklung des Systems allerdings so ist, daß die Absorptions- und Produktionsraten der Teilchen sehr viel größer als die relative Änderung der Breite mit der Zeit sind, ist davon auszugehen, daß das geschilderte Problem vernachlässigbar ist, weil die Teilchen in jedem Stoß gemäß der momentanen Spektralfunktion populiert werden. Unter der Annahme, daß der Gewinnterm im Kollisionsintegral die gleiche Größenordnung wie der Verlustterm besitzt, können wir diese Bedingung folgendermaßen formulieren:

$$\Gamma \gg \left| \frac{d\Gamma}{dt} \right| / \Gamma. \tag{6.3}$$

Für den Fall, daß sich ein Teilchen – wie in der Photoproduktion – in einem statischen nuklearen Medium mit Dichteprofil $\rho(\vec{r})$ bewegt, können wir Gleichung (6.3) umschreiben:

$$\frac{1}{\lambda} \gg \frac{\vec{\nabla}\rho \cdot \vec{e}_p}{\rho}, \tag{6.4}$$

wobei $\vec{e}_p$ der Einheitsvektor entlang der Impulsrichtung des Teilchens ist und λ seine freie Weglänge bezeichnet. Für ein Teilchen, das in radialer Richtung aus einem Kern herausläuft, ist die linke Seite von Bedingung (6.4) in der Oberfläche etwa $1/(2\ \mathrm{fm})$. Die freie Weglänge eines ω-Mesons bei Dichte ρ_0 beträgt etwa 3 fm, so daß die Bedingung deutlich verletzt ist. Dies heißt nichts anderes, als daß ein ω-Meson während seiner Lebensdauer einen großen Dichtegradienten durchlaufen kann, durch den sich seine Spektralfunktion deutlich ändert, die spektrale Verteilung in unserer numerischen Realisierung jedoch wenig modifiziert wird. Da die freie Weglänge von ρ-Mesonen mit Massen im Bereich der Polmasse bei Dichte ρ_0 weniger als 1 fm beträgt, ist die Bedingung erheblich besser erfüllt. Allerdings treten hier die oben geschilderten Probleme an der Zweipionenschwelle auf, da hier die Vakuumbreite gegen null geht und damit niedrigmassige ρ-Mesonen eine deutlich größere freie Weglänge haben.

Im folgenden wollen wir ein „Rezept“ vorstellen, das uns erlaubt, einen divergenzfreien Beitrag des ρ-Mesons und einen „vernünftigen“ Beitrag des ω-Mesons unter Verwendung der In-Medium-Breiten zu erhalten. Zu diesem Zweck führen wir ein Off-Shell-Potential ein, das ein Teilchen auf seine Vakuumspektralfunktion schiebt, wenn es

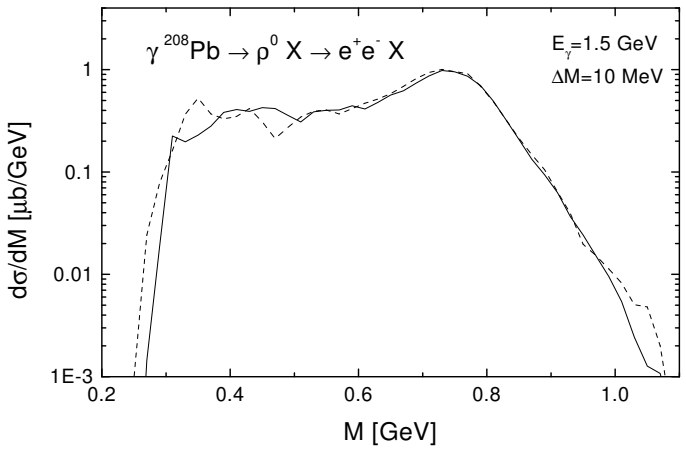

Abbildung 6.3: Das e^+e^--Spektrum aus Zerfällen des ρ-Mesons für γPb bei 1.5 GeV. Die gestrichelte Linie ergibt sich bei Verwendung des Off-Shell-Potentials aus Gleichung (6.5) und Verwendung der Vakuumspektralfunktion für die Verteilung der In-Medium-Massen.

ins Vakuum propagiert. Eine elegantere Formulierung und die Diskussion einer möglichen Ableitbarkeit dieses Potentials findet sich in Kapitel 8.

Wir setzen die Masse μ_i eines Testteilchens i auf seine „Vakuum-Masse“, die bei der Population unter Verwendung der Vakuumspektralfunktion bestimmt wird. Die Mediummodifikation der Spektralfunktion absorbieren wir in das skalare Off-Shell-Potential s_i, das wie folgt gegeben ist:

$$s_i(\rho(\vec{x}_i(t))) = (\mu_i^{med} - \mu_i^{vac})\frac{\rho(\vec{x}_i(t))}{\rho(\vec{x}_i(t_{cr}))}, \tag{6.5}$$

wobei μ_i^{med} die „In-Medium-Masse“ des Testteilchens ist, die in der Produktion mit Hilfe der In-Medium-Spektralfunktion gewählt wird. Damit ist die effektive In-Medium-Masse $\mu_i^\star$ gegeben als:

$$\mu_i^\star(\rho(\vec{x}_i(t))) = \mu_i^{vac} + s_i(\rho(\vec{x}_i(t))). \tag{6.6}$$

Diese Gleichung liefert das korrekte asymptotische Verhalten. Die effektive Masse am Produktionsort entspricht der „In-Medium-Masse“ ($\mu_i^\star(\rho(\vec{x}_i(t_{cr}))) = \mu_i^{med}$); während der Propagation ändert sich die effektive Masse linear mit der Dichte, und im Vakuum ist sie gleich der „Vakuum-Masse“ ($\mu_i^\star(\rho = 0) = \mu_i^{vac}$). Das Potential s_i geht in die Bewegungsgleichungen als gewöhnliches Potential ein (siehe Gleichung (8.17)). Damit ist garantiert, daß das beschriebene Vorgehen energieerhaltend ist.

Im Falle breiter Resonanzen kann das Potential aus Gleichung (6.5) sehr große Werte annehmen, auch wenn die Mediumkorrekturen klein sind, da die In-Medium- und die Vakuum-Masse unkorreliert gewählt werden. Um zu demonstrieren, daß die sich hieraus ergebenden artifiziellen Effekte vernachlässigbar sind, haben wir eine Rechnung zur Photoproduktion von ρ-Mesonen durchgeführt, in der wir für die Bestimmung der In-Medium-Masse die Vakuumspektralfunktion verwendet haben. In Abbildung 6.3 vergleichen wir das resultierende Dileptonenspektrum mit dem der Rechnung

ohne Off-Shell-Potential. Man sieht, daß beide Rechnungen nur unwesentlich voneinander abweichen, da die Breite der ρ-Mesonen so groß ist, daß nur sehr wenige innerhalb ihrer Lebensdauer einen relevanten Dichtegradienten durchlaufen können. Bei Verwendung der totalen In-Medium-Breite in Gleichung (6.5) anstelle der Dichte ließen sich Effekte aufgrund einer großen Vakuumbreite von vornherein ausschließen (siehe auch Gleichung (8.16)), da sich dann die effektive In-Medium-Masse nur gemäß der Änderung der Breite verändern würde. Es ist jedoch numerisch einfacher, Dichtegradienten als Breitengradienten zu berechnen, und da wir gesehen haben, daß unser Verfahren unproblematisch ist, ist eine solche Modifikation nicht nötig.

In Abbildung 6.2 sind die Resultate der Rechnungen mit Off-Shell-Potential als gestrichelte Linien („propagation to bare mass“) dargestellt. Die Divergenz an der Zweipionenschwelle tritt im Falle des ρ-Mesons nun nicht mehr auf, wohl aber ein schwach ausgeprägtes Maximum, das auf die μ^{-3}-Abhängigkeit der e^+e^--Breite zurückzuführen ist. Für invariante Massen oberhalb von 500 MeV ergibt sich ein zur Rechnung ohne Off-Shell-Potential nahezu identisches Resultat, da – wie bereits gesagt – die Lebensdauer der ρ-Mesonen so kurz ist, daß die meisten in etwa bei der Dichte zerfallen, bei der sie gebildet wurden. Die Verbreiterung des ω-Peaks wird mit Verwendung des Off-Shell-Potentials erheblich reduziert, da die im Vakuum zerfallenden ω-Mesonen eine Masse gemäß ihrer Vakuumspektralfunktion annehmen.

In Kapitel 4.4 hatten wir diskutiert, wie die Beschreibung von Schwerionenkollisionen beeinflußt wird, wenn die Δ-Resonanz nicht explizit propagiert wird. Es ist nun natürlich auch möglich, Dileptonenproduktion ohne eine explizite Propagation der Vektormesonen zu berechnen. In-Medium-Modifikationen lassen sich dann einfach durch eine Modifikation der in die elementaren Wirkungsquerschnitte eingehenden Propagatoren berücksichtigen. Im Falle von $\gamma N \to N e^+ e^-$ über ein intermediäres ρ^0-Meson ist der massendifferentielle Wirkungsquerschnitt gegeben als:

$$\frac{d\sigma_{\gamma N \to N \rho^0 \to N e^+ e^-}}{d\mu} = \frac{d\sigma_{\gamma N \to N \rho^0}}{d\mu} \frac{\Gamma_{\rho^0 \to e^+ e^-}}{\Gamma^{tot}_{\rho^0}}. \tag{6.7}$$

In unendlich ausgedehnter Kernmaterie ergäben sich in einer Rechnung, in der die Dileptonenproduktion nach Gleichung (6.7) in den elementaren Kollisionen berechnet wird, die gleichen Resultate wie in der normalerweise verwendeten Methode über Gleichung (2.130). In endlichen Kernen sind die Resultate verschieden, da die Breite der Vektormesonen nicht räumlich konstant ist. In Abbildung 6.2 stellen die punkt-punkt-gestrichelten Linien („instantaneous decay“) die Ergebnisse des beschriebenen Verfahrens dar. Für das ρ-Meson ergibt sich aufgrund seiner kurzen Lebensdauer nahezu das gleiche Resultat wie mit Off-Shell-Potential. Für das ω-Meson erhalten wir eine Reduktion des Spektrums um ungefähr einen Faktor 3, da wir hier die Möglichkeit vernachlässigen, daß ein ω-Meson ins Vakuum läuft und dort mit einem erheblich größeren Verzweigungsverhältnis zur Dileptonenproduktion beiträgt als innerhalb des Kernes. Dies ist allerdings ein wichtiger dynamischer Prozeß, der sich aus der Nicht-Lokalität des Prozesses $\gamma N \to N e^+ e^-$ ergibt und in unserem Modell nur durch die explizite Propagation der intermediären Resonanz simuliert werden kann. Allerdings ist durchaus zweifelhaft, ob unsere semi-klassische Beschreibung bei der Bedeutsamkeit solcher Prozesse noch adäquat ist, da wir Interferenzterme zwischen Beiträgen von ω-Mesonen, die innerhalb und außerhalb des Kernes zerfallen, nicht berücksichtigen können [134].

Die einfachste Methode, die Divergenz des Beitrags des ρ-Mesons an der Zweipionenschwelle zu beseitigen, besteht darin, eine minimale Breite für den Zweipionenzerfall zu verwenden. In Abbildung 6.2 ist das Resultat einer Rechnung mit einer minimalen Breite von 10 MeV dargestellt[1] (gepunktete Linie). Man sieht, daß sich an der Zweipionenschwelle immer noch ein recht großer Peak ergibt.

Aus den beschriebenen Gründen halten wir die Verwendung des Off-Shell-Potentials für die einzige sinnvolle Möglichkeit, die Stoßverbreiterung von Teilchen in einem semiklassischen Transportmodell zu berücksichtigen. Wir sollten hier erwähnen, daß die Rechnungen in Kapitel 4 für die Δ-Resonanzen ohne Off-Shell-Potential durchgeführt wurden. Da jedoch die Δ-Resonanzen, abgesehen von solchen mit invarianten Massen nahe an der Schwelle $M_N + m_\pi$, ähnlich kurzlebig wie die ρ-Mesonen sind, ergäben sich mit Off-Shell-Potential die gleichen Resultate für die dort betrachteten Observablen, die sich stets durch eine Integration über die Massenverteilung der Δ-Resonanzen ergaben.

6.2 Photon-Kern-Reaktionen

6.2.1 Hadronische Beiträge

In den Abbildungen 6.4-6.6 sind die berechneten massendifferentiellen e^+e^--Spektren für γC-, γCa- und γPb-Reaktionen bei Photonenergien $E_\gamma = 0.8$, 1.5 und 2.2 GeV dargestellt. Diese Rechnungen wurden ohne die Berücksichtigung der In-Medium-Spektralfunktionen der Vektormesonen durchgeführt. Um aus der diskreten Testteilchenverteilung über Gleichung (2.130) ein kontinuierliches Spektrum zu erhalten, ist die Verwendung einer endlichen Massenauflösung notwendig. In allen hier präsentierten Rechnungen benutzen wir eine Massenauflösung von $\Delta M = 10$ MeV, indem wir das aus den Testteilchenverteilungen gewonnene Spektrum mit einer entsprechenden Gaußverteilung falten.

In den Abbildungen 6.4-6.6 sind auch die verschiedenen Beiträge zu den Spektren dargestellt. Bei kleinen Massen unterhalb von 500 MeV dominieren die Dalitz-Zerfälle die Spektren: $\pi^0 \to \gamma e^+e^-$ (punkt-punkt-gestrichelte Linien), $\eta \to \gamma e^+e^-$ (gepunktete Linien), $\Delta \to N e^+e^-$ (punkt-gestrichelte Linien) und $\omega \to \pi^0 e^+e^-$ (punkt-punkt-gestrichelte Linien). Oberhalb von 600 MeV werden die Spektren recht deutlich von den direkten e^+e^--Zerfällen der Vektormesonen beherrscht: $\rho^0 \to e^+e^-$ (gestrichelte Linien), $\omega \to e^+e^-$ (punkt-punkt-gestrichelte Linien), $\phi \to e^+e^-$ (gestrichelte Linien).

Wie oben bereits angesprochen, werden in unseren Rechnungen nur ρ-Mesonen mit Massen oberhalb der Zweipionenmasse berücksichtigt. Deshalb ergibt sich in den Spektren an der Zweipionenschwelle eine Unstetigkeit, die allerdings aufgrund der anderen Beiträge und der Massenauflösung kaum zu sehen ist.

6.2.2 Coulombkorrekturen

Das Coulomb-Potential in einem schweren Kern wie ^{208}Pb beträgt etwa 20 MeV. Daher sind Coulomb-Korrekturen auf die e^+e^--Spektren nicht von vornherein auszuschließen. In Abbildung 6.7 vergleichen wir das Resultat einer Rechnung für γPb bei 1.5 GeV

[1] Die minimale Breite bezieht sich natürlich nur auf ρ-Mesonen, deren Zerfall in zwei Pionen kinematisch erlaubt ist, die also eine Masse oberhalb von $2m_\pi$ besitzen.

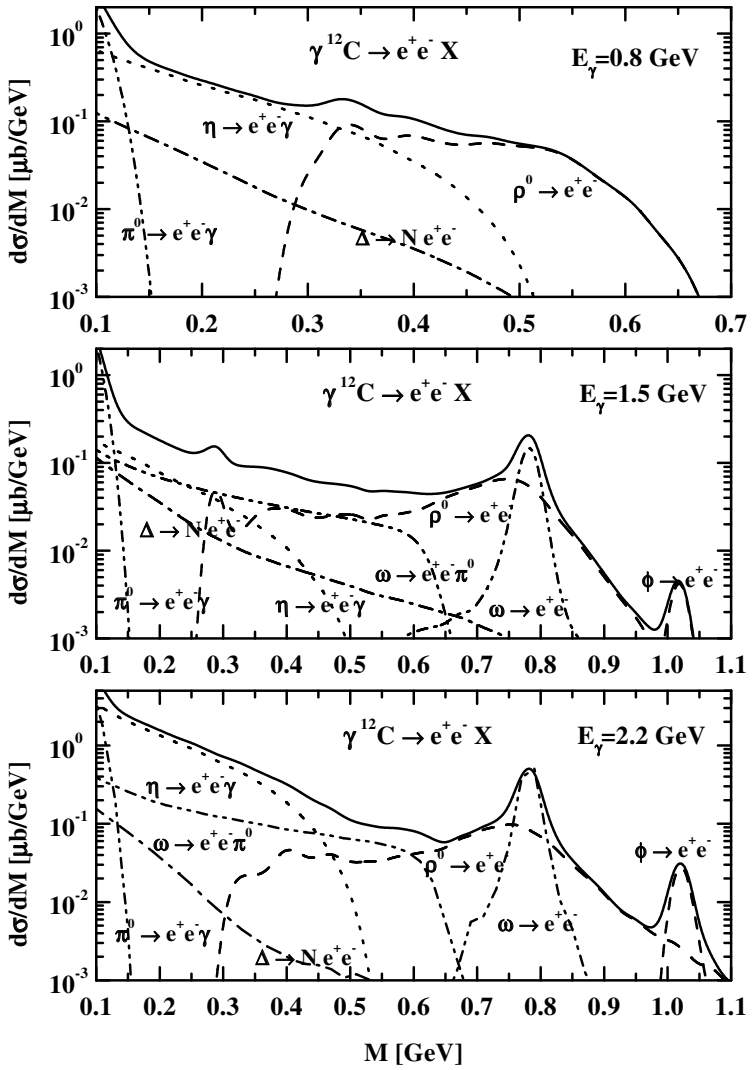

Abbildung 6.4: Invariantes e^+e^--Massenspektrum für γC-Reaktionen bei Photonenergien von 0.8 GeV (oberer Teil), 1.5 GeV (mittlerer Teil) und 2.2 GeV (unterer Teil) bei Berücksichtigung einer Massenauflösung $\Delta M = 10$ MeV. Die verschiedenen Linien geben die Beiträge der verschiedenen hadronischen Quellen an; Dalitz-Zerfälle $\pi^0 \to \gamma e^+e^-$ (punkt-punkt-gestrichelte Linien), $\eta \to \gamma e^+e^-$ (gepunktete Linien), $\Delta \to N e^+e^-$ (punkt-gestrichelte Linien), $\omega \to \pi^0 e^+e^-$ (punkt-punkt-gestrichelte Linien); direkte Zerfälle der Vektormesonen $\rho^0 \to e^+e^-$ (gestrichelte Linien), $\omega \to e^+e^-$ (punkt-punkt-gestrichelte Linien), $\phi \to e^+e^-$ (gestrichelte Linien).

unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung in der Propagtion der Leptonen mit der vorherigen Rechnung, die ohne Coulomb-Wechselwirkung durchgeführt wurde. Man sieht, daß beide Spektren sehr gut übereinstimmen. Daher ist die Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung gerechtfertigt.

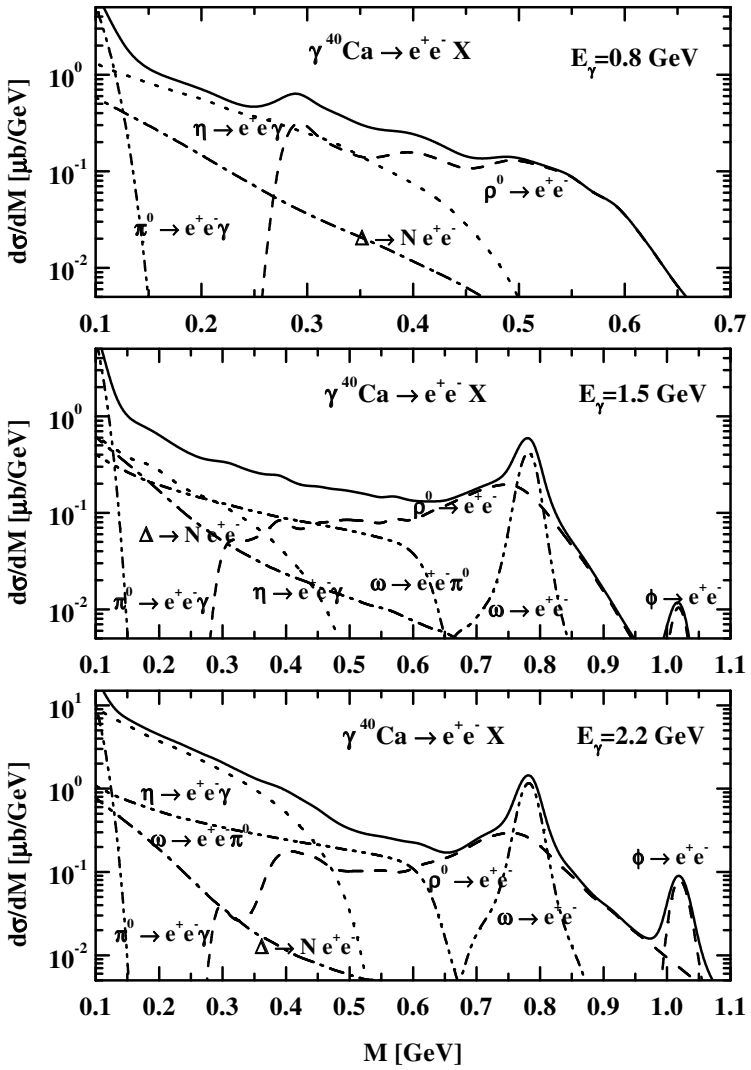

Abbildung 6.5: Invariantes e^+e^--Massenspektrum für γCa-Reaktionen bei Photonenergien von 0.8 GeV (oberer Teil), 1.5 GeV (mittlerer Teil) und 2.2 GeV (unterer Teil) bei Berücksichtigung einer Massenauflösung $\Delta M = 10$ MeV. Die Bedeutung der Linien entspricht der in Abbildung 6.4.

6.2.3 Der Bethe-Heitler-Prozeß

Neben den bereits diskutierten „hadronischen“ Beiträgen müssen wir auch die Beiträge des sogenannten Bethe-Heitler-Prozesses zur Dileptonenproduktion berücksichtigen. In Abbildung 6.8 sind die Feynman-Diagramme des Bethe-Heitler-Prozesses dargestellt, die in niedrigster Ordnung der elektromagnetischen Kopplungskonstanten α beitragen.

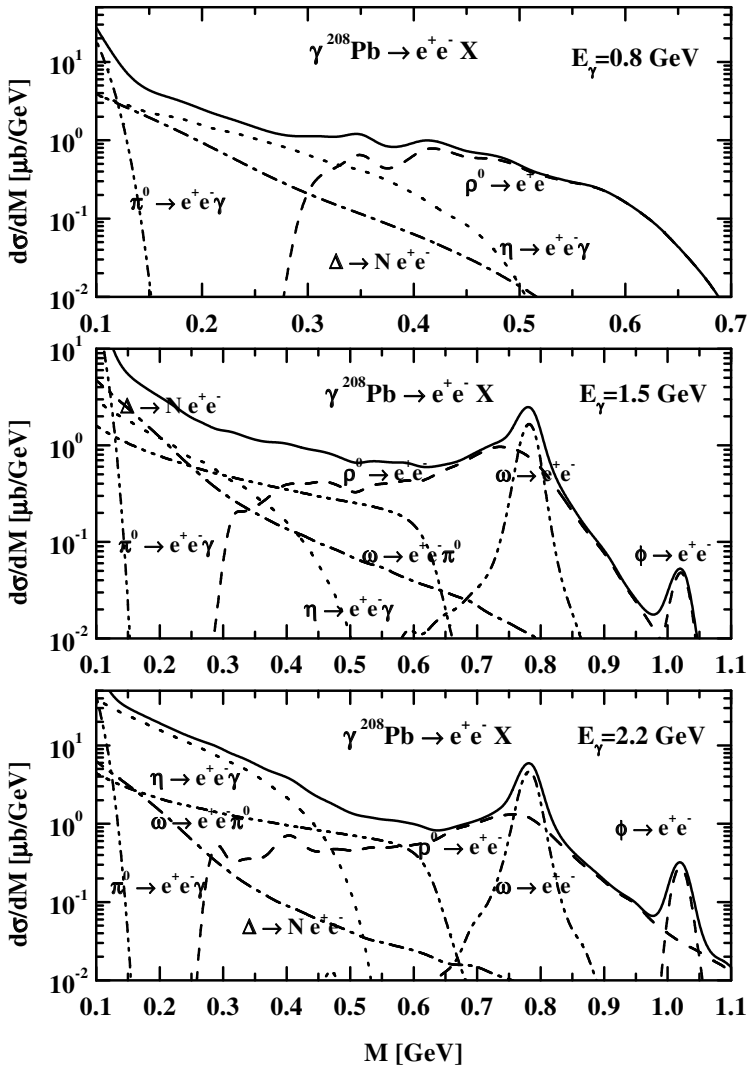

Abbildung 6.6: Invariantes e^+e^--Massenspektrum für γPb-Reaktionen bei Photonenergien von 0.8 GeV (oberer Teil), 1.5 GeV (mittlerer Teil) und 2.2 GeV (unterer Teil) bei Berücksichtigung einer Massenauflösung $\Delta M = 10$ MeV. Die Bedeutung der Linien entspricht der in Abbildung 6.4.

An einem freien Nukleon ist der Wirkungsquerschnitt gegeben als [135]:

$$d\sigma = \frac{8\alpha^3}{(2\pi)^2}\frac{M_N}{4(k\cdot p_i)}\frac{d^3p}{E}\frac{d^3p_+}{E_+}\frac{1}{q^4}(-L^{\mu\nu}W_{\mu\nu}), \tag{6.8}$$

wobei der Viererimpuls des einlaufenden Photons mit k, der des einlaufenden Nukleons mit p_i, der des auslaufenden Elektrons mit p, der des auslaufenden Positrons mit p_+ und der des auslaufenden hadronischen Zustandes mit p_f bezeichnet wurde. Der Viererimpuls des ausgetauschten Photons ist $q = p_f - p_i$. Der hadronische Tensor $W_{\mu\nu}$

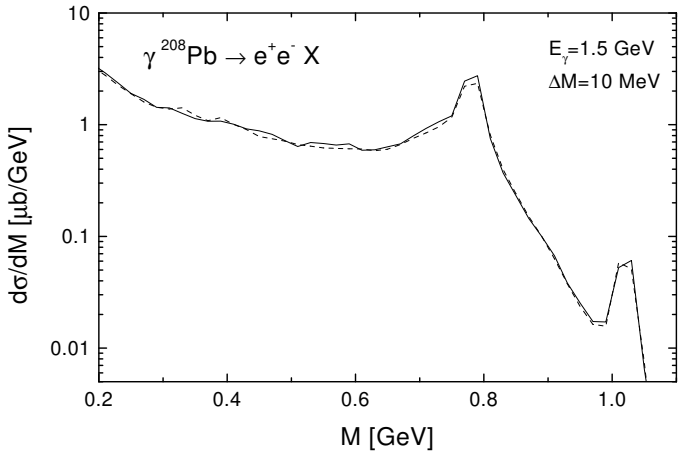

Abbildung 6.7: Einfluß der Coulomb-Wechselwirkung auf das e^+e^--Massenspektrum für γPb bei 1.5 GeV.

läßt sich in allgemeiner Form schreiben als:

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{M_N^2}\left(p_{i,\mu} - \frac{q_\mu(q\cdot p_i)}{q^2}\right)\left(p_{i,\nu} - \frac{q_\nu(q\cdot p_i)}{q^2}\right)W_2 - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right)W_1 \qquad (6.9)$$

mit den Formfaktoren W_1 und W_2. Der leptonische Tensor $L_{\mu\nu}$ ergibt sich unmittelbar aus der QED durch Anwendung elementarer Feynman-Regeln. Aus Platzgründen verzichten wir darauf, ihn hier explizit anzugeben, und verweisen auf [135]. Die Formfaktoren W_1 und W_2 sind aus der Elektronenstreuung bekannt. Für unsere Rechnungen ist nur der elastische Beitrag der Formfaktoren von Bedeutung, für den wir die Parametrisierung aus [135] übernehmen ($t \equiv -q^2$):

$$\left\{\begin{array}{c} W_{2,p} \\ W_{1,p} \\ W_{2,n} \\ W_{1,n} \end{array}\right\} = \frac{2M_N\delta(p_f^2 - p_i^2)}{(1+\frac{t}{0.71\,\mathrm{GeV}})^4}\left\{\begin{array}{c} (1+2.79^2\tau)/(1+\tau) \\ 2.79^2\tau \\ 1.91^2\tau/(1+\tau) \\ 1.91^2\tau \end{array}\right\} \qquad (6.10)$$

mit $\tau \equiv t/(4M_N^2)$. Unter Verwendung von

$$\delta(p_f^2 - p_i^2)\frac{d^3p}{2E}\frac{d^3p_+}{2E_+} = \delta^{(4)}(p + p_+ + p_f - k - p_i)\frac{d^3p}{2E}\frac{d^3p_+}{2E_+}\frac{d^3p_f}{2E_f},$$

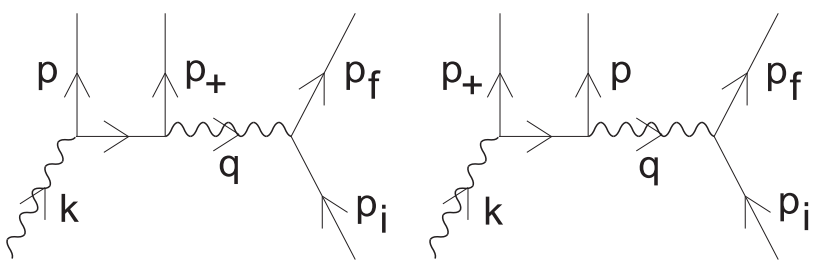

Abbildung 6.8: Feynman-Diagramme des Bethe-Heitler-Prozesses.

und von Gleichung (2.55) erhalten wir aus Gleichung (6.8) einen massendifferentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{dM_{e^+e^-}} = \frac{\alpha^3}{\pi^2}\frac{M_N}{4(k\cdot p_i)\sqrt{s}}\int d\Omega_f d\Omega^\star_{e^+e^-}\frac{1}{t^2}(-L^{\mu\nu}\tilde{W}_{\mu\nu})p^\star_{e^+e^-}p_f, \tag{6.11}$$

wobei Ω_f den Streuwinkel des auslaufenden Nukleons im Schwerpunktsystem der Reaktion und p_f den Betrag seines Impulses in diesem System bezeichnet. $\Omega^\star_{e^+e^-}$ ist der Streuwinkel des Elektrons im Ruhesystem des Dileptons und $p^\star_{e^+e^-}$ sein zugehöriger Impuls. Außerdem haben wir

$$\tilde{W}_{\mu\nu} \equiv \frac{W_{\mu\nu}}{\delta(p_f^2 - p_i^2)}$$

eingeführt.

In Abbildung 6.9 stellen die gestrichelten Linien den elementaren massendifferentiellen Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (6.11) summiert über die Protonen und Neutronen in ^{208}Pb für Photonenergien von 0.8, 1.5 und 2.2 GeV dar. Zum Vergleich sind auch die hadronischen Beiträge aus Abbildung 6.6 eingezeichnet. Man sieht, daß der Bethe-Heitler-Beitrag für invariante Massen unterhalb von 500 MeV um ein bis zwei Größenordnungen über dem hadronischen Spektrum liegt. Im Massenbereich der Vektormesonen sind beide Beiträge von der gleichen Größenordnung.

Die Berücksichtigung von Fermi-Verschmierung und Pauli-Blocking für das auslaufende Nukleon (gepunktete Linien in Abbildung 6.9) im Rahmen eines Fermi-Gas-Modells für die Nukleonen führt zu einer deutlichen Reduktion des Bethe-Heitler-Beitrages bei kleinen invarianten Massen, jedoch nur zu einer geringen Modifikation des Spektrums bei Massen um 700 MeV. Aus Gründen der numerischen Einfachheit wurden diese Rechnungen mit einer konstanten Dichte ρ_0 durchgeführt.

In unseren Rechnungen berücksichtigen wir nur die inkohärenten Bethe-Heitler-Beiträge an einzelnen Nukleonen und vernachlässigen den Beitrag, der sich ergibt, wenn das intermediäre Photon an die Ladung des gesamten Kernes koppelt. Aufgrund der Z^2-Abhängigkeit dieses kohärenten Beitrages ist zwar zu erwarten, daß er alle integrierten Wirkungsquerschnitte dominiert, er kann aber über sogenannte „Missing Mass“-Schnitte experimentell leicht unterdrückt werden. Nach der Detektion der Dileptonen ist die invariante Masse M_f des hadronischen Zustandes unmittelbar gegeben über:

$$M_f^2 = (k + P_i - p - p_+)^2, \tag{6.12}$$

wobei P_i der Viererimpuls des einlaufenden Kernes ist. Wenn das Photon an die gesamte Ladung des Kernes koppelt, ist der auslaufende hadronische Zustand durch den Kern im Grundzustand oder in einem seiner ersten angeregten Zustände gegeben. Die invariante Masse M_f beträgt dann M_i oder liegt einige MeV darüber.

In Abbildung 6.10 zeigen wir das Missing-Mass-Spektrum, das sich aus dem hier betrachteten inkohärenten Bethe-Heitler-Prozess bei einer Photonenergie von 1.5 GeV in ^{208}Pb für Dileptonmassen von 500 MeV und 770 MeV ergibt. Dargestellt ist jeweils der elementare Wirkungsquerschnitt (gepunktete Linien, summiert über die Protonen und Neutronen in ^{208}Pb), der Wirkungsquerschnitt, der sich mit der Fermibewegung der

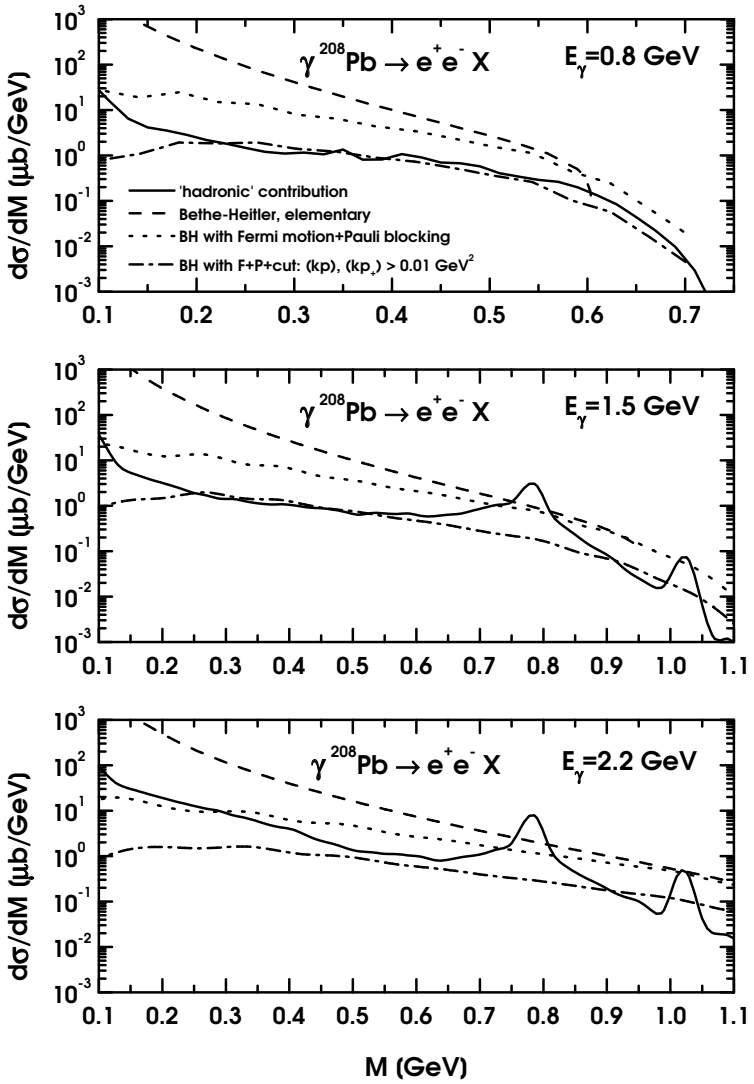

Abbildung 6.9: Invariantes e^+e^--Massenspektrum für γPb-Reaktionen bei Photonenergien von 0.8 GeV (oberer Teil), 1.5 GeV (mittlerer Teil) und 2.2 GeV (unterer Teil). Die durchgezogenen Linien sind die „hadronischen“ Spektren wie in Abbildung 6.6. Die gestrichelten Linien sind die Bethe-Heitler-Beiträge als Summe der inkohärenten Beiträge der einzelnen Nukleonen. Die gepunkteten Linien ergeben sich unter Berücksichtigung von Fermi-Verschmierung und Pauli-Blocking. Die strich-gepunkteten Linien resultieren bei einer zusätzlichen Anwendung des Schnittes: $k \cdot p$, $k \cdot p_+ > 0.01$ GeV^2.

Nukleonen ergibt (gestrichelte Linien), und das Endresultat unter zusätzlicher Berücksichtigung von Pauli-Blocking (durchgezogene Linien). Man sieht, daß die Missing-Mass-Spektren bis zu $M_f - M_i = 0$ hinunterreichen. Wir sollten außerdem anmerken, daß das hier verwendete Fermi-Gas-Modell für kleine $M_f - M_i$ nicht sinnvollerweise angewendet werden sollte, da hier Schaleneffekte eine Rolle spielen. Durch einen Schnitt

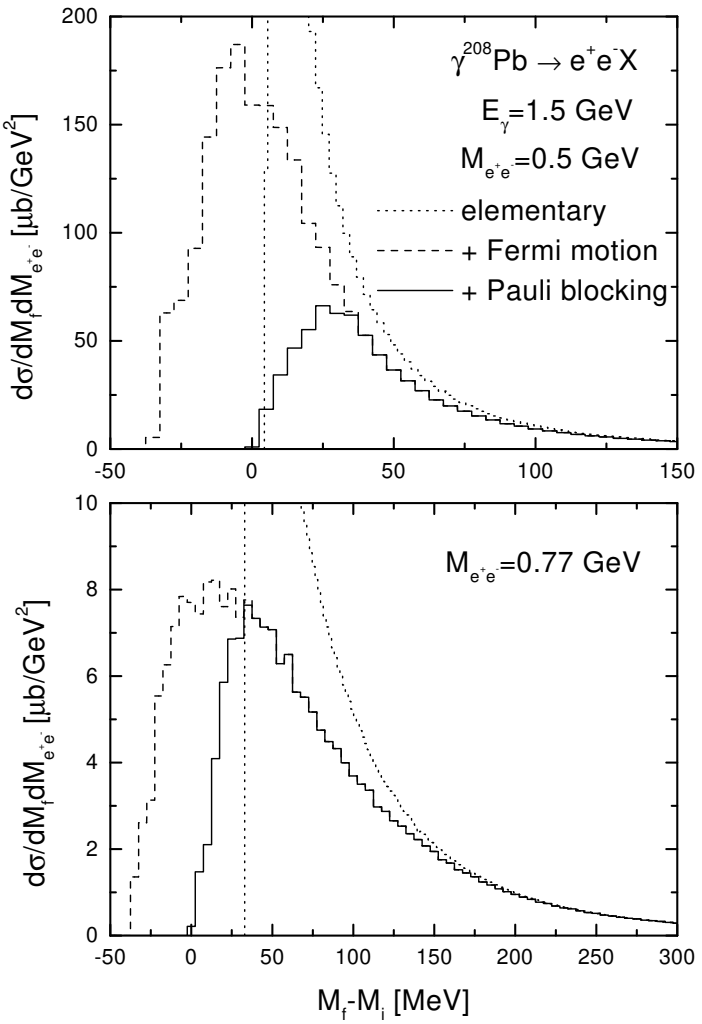

Abbildung 6.10: Missing-Mass-Spektrum des inkohärenten Bethe-Heitler-Prozesses in ^{208}Pb bei einer Photonenergie von 1.5 GeV für Dileptonmassen von 500 MeV (obere Abbildung) und 770 MeV (untere Abbildung). Siehe Text für eine detaillierte Erklärung der Linien.

bei, zum Beispiel, 25 MeV läßt sich der kohärente Beitrag leicht abtrennen, und das Fermi-Gas-Modell sollte dann für den inkohärenten Beitrag anwendbar sein.

In Abbildung 6.11 sind die aus den hadronischen Beiträgen resultierenden Missing-Mass-Spektren dargestellt. Man sieht, daß ein Schnitt bei 25 MeV die integrale Stärke nahezu nicht beeinflußt.

Um den Bethe-Heitler-Beitrag zu unterdrücken, ist es sinnvoll, einen Schnitt

$$k \cdot p > c \wedge k \cdot p_+ > c$$

einzuführen. Dieser Schnitt ist motiviert aus der Tatsache, daß der Bethe-Heitler-Wirkungsquerschnitt dann groß ist, wenn das intermediäre Elektron nahezu on-shell ist. Im Falle des Prozesses, bei dem das einlaufende Photon direkt an das auslaufende

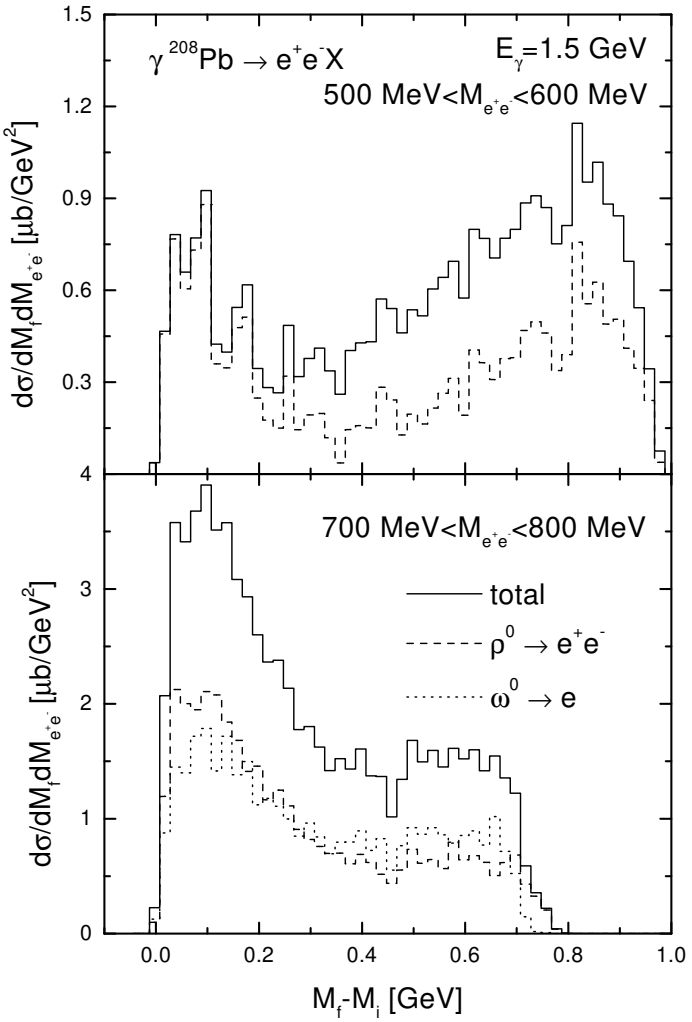

Abbildung 6.11: Missing-Mass-Spektren der hadronischen Beiträge zur e^+e^--Produktion in ^{208}Pb bei einer Photonenergie von 1.5 GeV.

Elektron koppelt, ist der Nenner des Propagators gegeben als:

$$\frac{1}{(k-p)^2 - m_e^2} = \frac{-1}{2\,k\cdot p},$$

Für den Austauschgraphen ergibt sich der gleiche Ausdruck mit p_+ anstelle von p. Der Schnittparameter c sollte so gewählt werden, daß zum einen der Bethe-Heitler-Beitrag deutlich reduziert wird, zum anderen aber die hadronischen Beiträge möglichst wenig beeinflußt werden. In Abbildung 6.12 zeigen wir die relative Reduktion des Bethe-Heitler-Beitrages und des Beitrages des ρ^0-Mesons zum Dileptonenspektrum an einem freien Proton bei einer invarianten Masse von 0.77 GeV als Funktion des Schnittparameters c. Man sieht, daß der Bethe-Heitler-Beitrag bereits für sehr kleine c sehr stark unterdrückt wird, während der ρ^0-Beitrag linear mit dem Schnittparameter abfällt. Wir wählen für den Schnittparameter den Wert $c = 0.01$ GeV^2, da hier der Bethe-Heitler-Beitrag bereits auf 20% reduziert wird und der ρ^0-Beitrag nur um 5% abgesenkt wird.

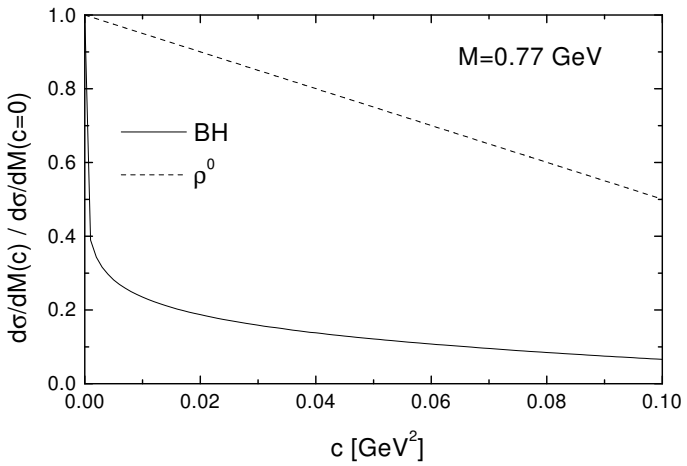

Abbildung 6.12: Einfluß des Schnittparameters c auf die Beiträge des Bethe-Heitler-Prozesses (durchgezogene Linie) und des ρ^0-Mesons (gestrichelte Linie) zum e^+e^--Spektrum bei $M = 0.77$ GeV.

Gegenüber einem Schnitt auf die Winkel der Leptonen hat der hier vorgeschlagene Schnitt den Vorteil, daß sein Einfluß unabhängig vom Impuls des einlaufenden Nukleons ist.

In Abbildung 6.9 zeigen die strich-gepunkteten Linien den inkohärenten Bethe-Heitler-Beitrag mit Fermiverschmierung und Pauli-Blocking nach Anwendung des diskutierten Schnittes. Bei einer Photonenergie von 800 MeV ist nun der Bethe-Heitler-Beitrag etwa genauso groß wie der hadronische Beitrag. Bei Photonenergien von 1.5 und 2.2 GeV liegt der hadronische Beitrag im Bereich der Polmassen des ρ- und ω-Mesons ungefähr eine Größenordnung über dem Bethe-Heitler-Beitrag. Bei einer Masse von 500 MeV sind beide Beiträge etwa gleich groß.

In unseren Rechnungen können wir keine Interferenzen zwischen dem Bethe-Heitler- und dem hadronischen Beitrag berücksichtigen. Die Amplitude des Bethe-Heitler-Prozesses ist antisymmetrisch unter Austausch der Impulse des Elektrons und des Positrons. Die Amplituden der hadronischen Prozesse sind demgegenüber symmetrisch, da hier das Dilepton stets direkt an ein virtuelles Photon koppelt. Daher verschwindet der Interferenzterm für alle inklusiven Wirkungsquerschnitte, die zu jedem e^+e^--Paar das Paar mit ausgetauschten Impulsen enthalten. Für die massendifferentiellen Wirkungsquerschnitte in Abbildung 6.9 ist dies natürlich der Fall. Der Bethe-Heitler-Beitrag kann dann im Rahmen des oben besprochenen Fermi-Gas-Modells subtrahiert werden. Aus diesem Grunde beschränken wir uns im folgenden nur auf die Diskussion der hadronischen Beiträge.

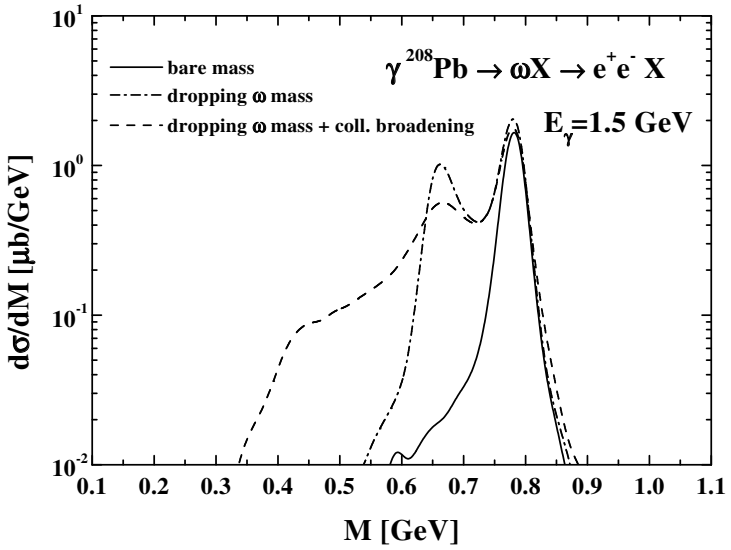

Abbildung 6.13: Einfluß von Mediummodifikationen des ω-Mesons auf das e^+e^--Spektrum für γPb bei 1.5 GeV.

6.2.4 Einfluß von Mediummodifikationen

Die in [8, 9] vorhergesagte Massenverschiebung der Vektormesonen ρ und ω modellieren wir durch Einführung eines skalaren Potentials $S_V(\vec{r})$:

$$S_V(\vec{r}) = -\alpha m_V^0 \frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0}, \tag{6.13}$$

mit $\alpha = 0.18$. Die effektive Masse $\mu^\star$ ist dann gegeben als:

$$\mu^\star = \mu + S_V. \tag{6.14}$$

Die effektive Polmasse $\mu_0^\star$ ist somit

$$\mu_0^\star = \left(1 - \alpha \frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0}\right) m_V^0.$$

Dem Potential aus Gleichung (6.13) wird in $\gamma N \to VN$ und $\gamma N \to V\pi N$ durch die korrekte Berechnung des Phasenraumfaktors aus Gleichung (3.50) Rechnung getragen. Die $N\rho$-Breiten der Resonanzen werden, wie im Falle der Stoßverbreiterung, nicht modifiziert. Beim Zerfall einer Resonanz in den $N\rho$-Kanal wird aber Energieerhaltung sichergestellt (siehe Kapitel 3.4.3).

In Abbildung 6.13 zeigen wir den Beitrag des ω-Mesons zum e^+e^--Spektrum in γPb bei einer Photonenergie von 1.5 GeV. Die Verwendung des Potentials aus Gleichung (6.13) führt zu einer Zweipeak-Struktur (strich-gepunktete Linie). Die innerhalb des Kernes zerfallenden ω-Mesonen erzeugen den Peak bei kleinerer invarianter Masse, während die außerhalb zerfallenden bei der Vakuummasse zum Spektrum beitragen. Eine zusätzliche Berücksichtigung der Stoßverbreiterung (gestrichelte Linie) führt zu

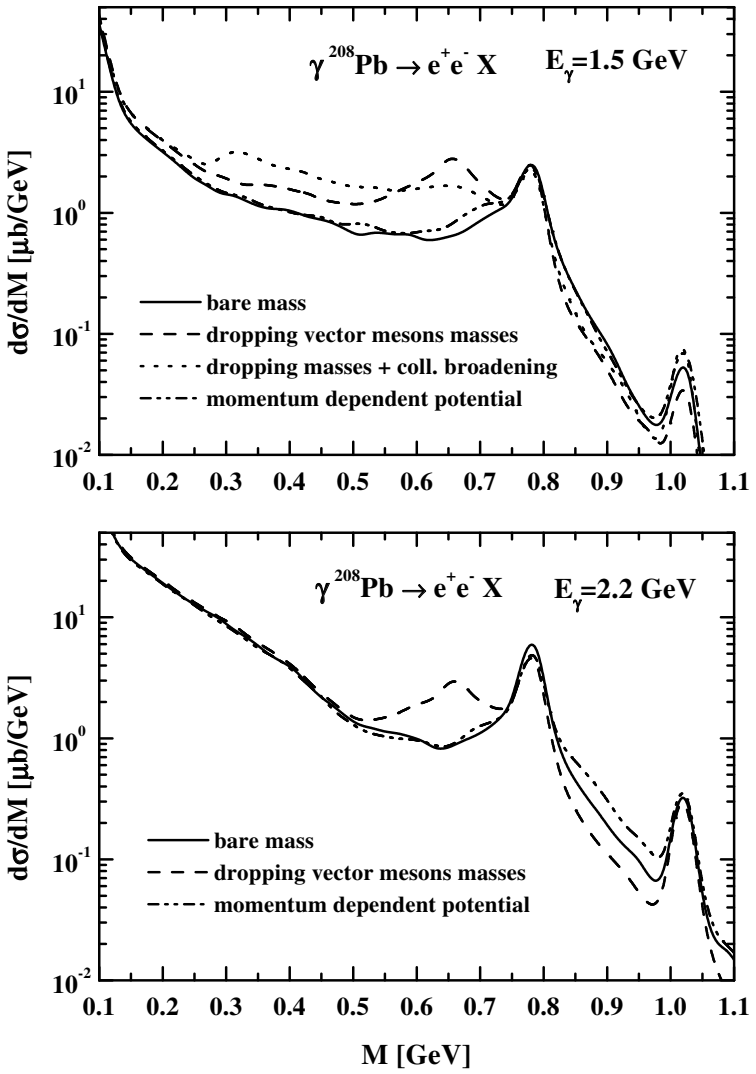

Abbildung 6.14: Einfluß von Mediummodifikationen der Vektormesonen auf das e^+e^--Spektrum für γPb bei 1.5 GeV (obere Abbildung) und 2.2 GeV (untere Abbildung).

einer deutlichen Ausschmierung des In-Medium-Peaks und einer Reduktion seiner Höhe um fast einen Faktor 2. Die Höhe des Vakuum-Peaks wird kaum durch die Massenverschiebung beeinflußt. Auf der einen Seite wird der Vakuumpeak dadurch reduziert, daß ω-Mesonen bei kleineren Massen zum Spektrum beitragen. Auf der anderen Seite wird durch das attraktive Potential aber die gesamte ω-Produktion aufgrund des größeren Phasenraums erhöht. In unserer Rechnung kompensieren sich gerade diese beiden Effekte für Massen im Bereich der Vakuum-Polmasse.

In Abbildung 6.14 (oberer Teil) ist das totale e^+e^--Spektrum der gleichen Reaktion dargestellt. Eine Massenverschiebung der Vektormesonen (gestrichelte Linie) führt zu einem zweiten Peak bei invarianten Massen von etwa 650 MeV. Das Spektrum liegt

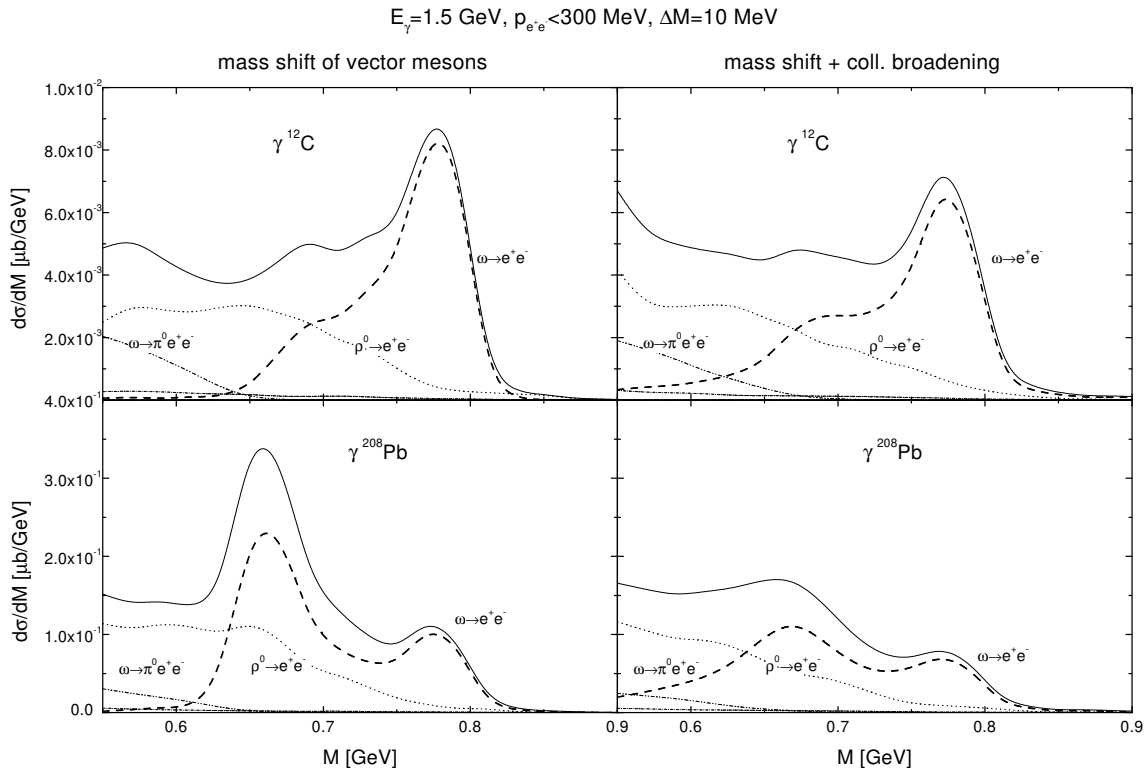

Abbildung 6.15: Vergleich der Effekte der Mediummodifikationen der Vektormesonen auf e^+e^--Produktion in ^{12}C und ^{208}Pb bei einer Photonenergie von 1.5 GeV. Hier wurden nur Dileptonen mit einem Gesamtimpuls $p_{e^+e^-} < 300$ MeV berücksichtigt.

hier um etwa einen Faktor 3 über der Rechnung ohne Mediummodifikationen. Der Peak bei 780 MeV ändert sich fast nicht, da er von ω-Mesonen, die außerhalb des Kernes zerfallen, dominiert wird.

Bei einer Mitnahme der Stoßverbreiterung (gepunktete Linie) wird der In-Medium-Peak vollständig ausgewaschen. Das Spektrum ist jedoch gegenüber der Rechnung ohne Mediummodifikationen im Massenbereich zwischen 300 und 650 MeV um ungefähr einen Faktor 2 erhöht. An der Zweipionenschwelle ist in dieser Rechnung eine Unstetigkeit aufgrund unserer Vernachlässigung von ρ-Mesonen mit kleineren Massen sichtbar.

Im unteren Teil von Abbildung 6.14 präsentieren wir den Einfluß der Massenverschiebung für eine Photonenergie von 2.2 GeV. Der Effekt ist dem bei 1.5 GeV qualitativ sehr ähnlich. Für diese Photonenergie können wir keine Rechnung mit Stoßverbreiterung durchführen, da ein Großteil der Vektormesonen im Rahmen des Stringmodells produziert wird und die Berücksichtigung einer impulsabhängigen Spektralfunktion in diesem Modell derzeit nicht verfügbar ist.

Um den Beitrag von ω-Mesonen, die außerhalb des Kernes zerfallen, zu unterdrücken, ist es sinnvoll, einen Schnitt auf kleine Impulse des Dileptons zu setzen. In Abbildung 6.15 vergleichen wir die Spektren für ^{12}C und ^{208}Pb, die sich für Dileptonimpulse kleiner als 300 MeV ergeben. Für beide Kerne ist jeweils die Rechnung mit Massenverschiebung der Vektormesonen (linke Seite) sowie die mit Massenverschiebung

und Stoßverbreiterung (rechte Seite) dargestellt. In der Rechnung ohne Stoßverbreiterung sieht man in ^{12}C einen deutlichen Vakuumpeak, da dieser Kern so klein ist, daß auch mit Schnitt auf kleine Impulse die meisten ω-Mesonen im Vakuum zerfallen. In ^{208}Pb verschwindet demgegenüber der Vakuumpeak nahezu vollständig, und es ergibt sich ein deutlicher In-Medium-Peak bei 650 MeV. Die Stoßverbreiterung führt zu einer deutlichen Ausschmierung des In-Medium-Peaks.

In photonuklearen Reaktionen werden die Vektormesonen mit großen Impulsen relativ zum nuklearen Medium produziert. Im Rahmen eines Resonanz-Loch-Modells für die Selbstenergie des ρ-Mesons im nuklearen Medium wurde in [136] gezeigt, daß der Realteil der In-Medium-Selbstenergie mit dem Impuls ansteigt und für einen Impuls von etwa 1 GeV verschwindet. Um die observablen Konsequenzen eines solchen Verhaltens zu studieren, führen wir das folgende impulsabhängige skalare Potential S_V^{mom} ein:

$$S_V^{mom}(\vec{r},\vec{p}) = S_V(\vec{r})\left(1 - \frac{|\vec{p}|}{1\,\mathrm{GeV}}\right). \tag{6.15}$$

In Abbildung 6.14 stellen die punkt-punkt-gestrichelten Linien die Resultate der Rechnungen mit diesem Potential dar. Man sieht, daß diese Rechnungen fast keine Abweichungen von der Rechnung ohne Mediummodifikationen aufweisen, da für die hier betrachteten Photonenergien die Vektormesonen hauptsächlich mit Impulsen um 1 GeV produziert werden, für die das Potential verschwindet.

6.3 Pion-Kern-Reaktionen

6.3.1 Vergleich mit vorangegangenen Rechnungen

In Abbildung 6.16 zeigen wir die Dileptonenspektren aus π^-C- und π^-Pb-Reaktionen bei einer kinetischen Energie des Pions von 1.3 GeV. Diese Rechnungen wurden ohne Massenverschiebung oder Stoßverbreiterung durchgeführt. Verglichen mit den vorangegangenen Rechnungen in [113, 137], die aufbauend auf einem Vorläufer [36] des hier verwendeten Transportmodells durchgeführt wurden, aber auch denen in [71] liegen unsere Wirkungsquerschnitte sowohl für den schweren, wie auch den leichten Kern im Bereich intermediärer invarianter Massen um bis zu eine Größenordnung höher. Die Beiträge des ρ-Mesons und der Δ-Resonanz unterscheiden sich erheblich in Größe und Form von den früheren Rechnungen. Der Beitrag des ρ-Mesons ist zu kleineren Energien verschoben und wesentlich breiter. Hierfür gibt es im wesentlichen drei Gründe:

- In [113, 71] wurde die e^+e^--Breite gemäß Gleichung (2.136) berechnet. In Kapitel 2.7.1 haben wir dargelegt, daß die Verwendung einer solchen Breite ohne die Berücksichtigung einer direkten Kopplung des Photons unzureichend ist. Für eine invariante Masse von 500 MeV wird damit der ρ-Beitrag um einen Faktor 5.6 reduziert.

- In unseren neuen Rechnungen sind Resonanzen, insbesondere das $D_{35}(1930)$ und das $F_{37}(1950)$, enthalten, die mit einem großen Verzweigungsverhältnis in den $\Delta\rho$-Kanal zerfallen. Diese Zerfälle geben hauptsächlich ρ-Mesonen mit kleinen invarianten Massen und erhöhen den Beitrag der Δ-Resonanz.

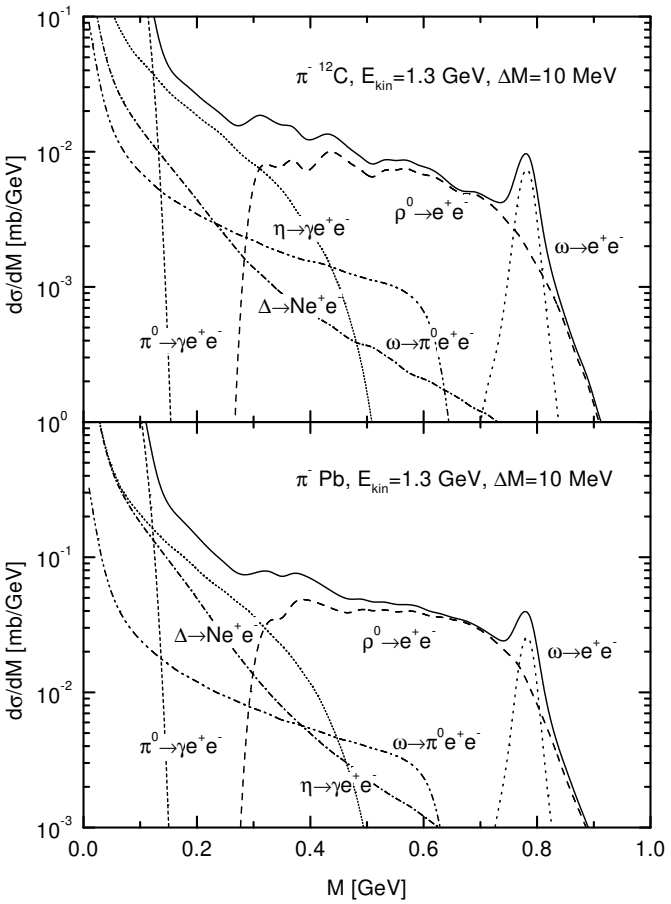

Abbildung 6.16: Das e^+e^- invariante Massenspektrum für π^-C (obere Abbildung) und π^-Pb (untere Abbildung) bei einer kinetischen Pionenenergie $E_{kin} = 1.3$ GeV.

- In [113, 71] wurden ρ-Mesonen nur mit der Polmasse in der dynamischen Rechnung berücksichtigt. Der endlichen Breite wurde nur zur Erzeugung des Dileptonenspektrums durch die Faltung des Spektrums mit der Spektralfunktion Rechnung getragen. Die Phasenraumfaktoren in der Population, die zu einer Verschiebung der Massenverteilung zu kleineren invarianten Massen führen, wurden dadurch vernachlässigt. Außerdem waren keine Beiträge zur ρ-Produktion in Stößen sekundärer Pionen mit Nukleonen bei invarianten Energien unterhalb von $M_N + m_\rho^0$ möglich. In unseren Rechnungen trägt hier insbesondere die $D_{13}(1520)$-Resonanz nicht unwesentlich bei.

6.3.2 Theoretische Unsicherheiten

Die Unterschiede unserer Rechnungen zu den vorangegangenen sind zu einem großen Teil bereits auf die unterschiedliche Beschreibung des elementaren $\pi N \to e^+e^-N$-Prozesses zurückzuführen. Zu dieser Reaktion gibt es bislang weder experimentelle Daten, noch zuverlässige theoretischen Rechnungen. Deshalb zeigen wir in Abbildung 6.17

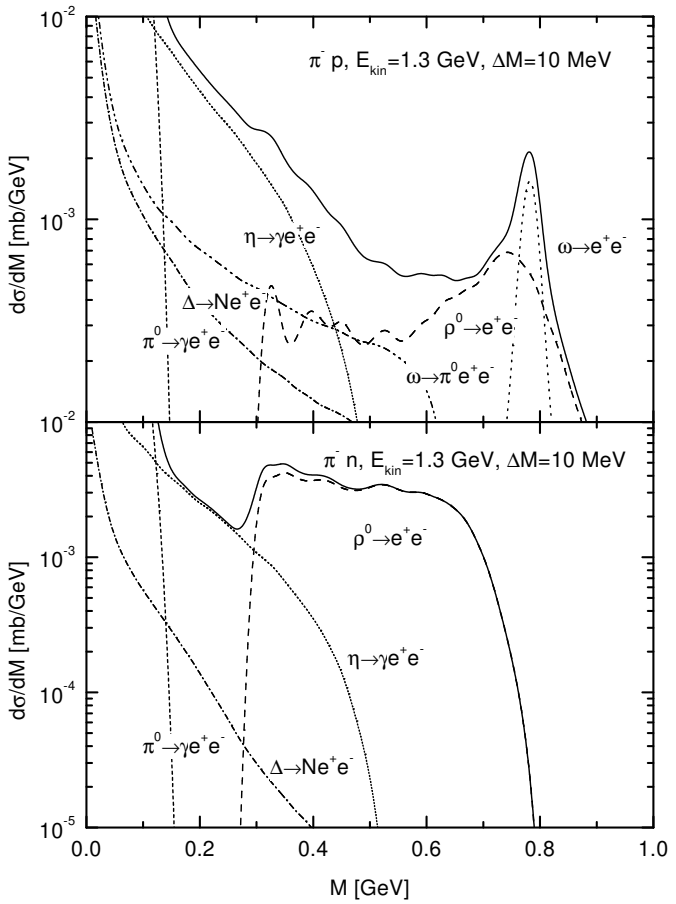

Abbildung 6.17: Das e^+e^- invariante Massenspektrum für π^-p (obere Abbildung) und π^-n (untere Abbildung) bei einer kinetischen Pionenenergie $E_{kin} = 1.3$ GeV.

die aus unserem Modell resultierenden e^+e^--Spektren für π^-p- und π^-n-Reaktionen. Diese Spektren stellen gewissermaßen den „Input“ unserer Rechnungen dar, da wir nicht davon ausgehen können, daß das der Berechnung dieser Spektren zugrundeliegende einfache Modell eine korrekte Beschreibung der Realität liefert. Wie in Kapitel 2.7 beschrieben, berücksichtigen wir die direkten e^+e^--Zerfälle der Vektormesonen sowie die Dalitz-Zerfälle von $\Delta(1232)$, ω, η und π^0. Man sieht, daß der Beitrag des ρ-Mesons am Neutron sehr viel größer als der am Proton ist. Aufgrund von Isospin kann am Neutron nur der Kanal $\Delta\rho$ beitragen, während am Proton der Kanal $N\rho$ dominant ist. Der Wirkungsquerschnitt für den Prozeß $\pi^-n \to \Delta^-\rho^0$ über eine intermediäre $\Delta^\star$-Resonanz ist, bedingt durch die Isospinkoeffizienten, um einen Faktor 45 größer als der für $\pi^-p \to \Delta^0\rho^0$. Da die totale invariante Energie bei der hier betrachteten Pionenergie von 1.3 GeV nur $\sqrt{s} = 1.9$ GeV beträgt, ergibt sich aus dem Zusammenspiel der Spektralfunktionen von ρ-Meson und Δ-Resonanz sowie Phasenraum und e^+e^--Breite der in Abbildung 6.17 zu sehende sehr flache ρ-Beitrag in π^-n. An der Zweipionenschwelle ist am Neutron eine deutliche Unstetigkeit zu erkennen, die durch die bereits oben angesprochene Vernachlässigung von ρ-Mesonen mit kleineren Massen verursacht

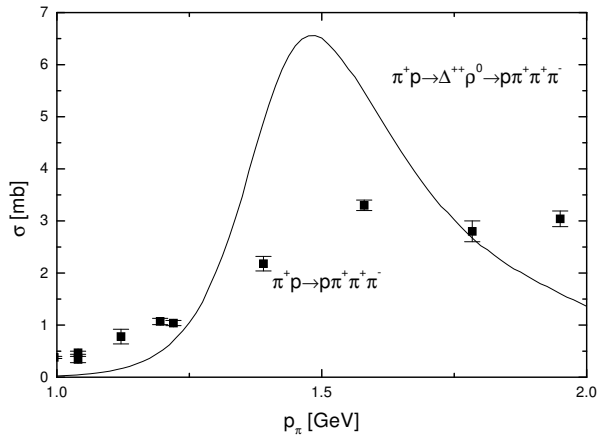

Abbildung 6.18: Der Wirkungsquerschnitt zu $\pi^+ p \to p\pi^+\pi^+\pi^-$ aus intermediären Baryonenresonanzen und $\Delta\rho$-Zerfällen. Die experimentellen Daten stammen aus [67].

wird.

Es ist allerdings zweifelhaft, ob die Größe des $\Delta\rho$-Zerfalls der Resonanzen realistisch ist. In Kapitel 2.4.3 hatten wir dargelegt, daß in der Analyse [57], aus der wir die Resonanzparameter übernommen haben, der $\Delta\rho$-Kanal nicht an experimentelle Daten angepaßt wurde, sondern lediglich dazu diente, die in den anderen Kanälen fehlende Inelastizität zu absorbieren. In Abbildung 6.18 vergleichen wir den aus dem hier verwendeten Resonanzmodell resultierenden Wirkungsquerschnitt zu $\pi^+ p \to p\pi^+\pi^+\pi^-$ mit experimentellen Daten. Die Berechnung des Wirkungsquerschnittes erfolgte als inkohärente Summe von Breit-Wigner-Beiträgen (Gleichung (2.52)) über den $\Delta\rho$-Zerfallskanal: $\pi^+ p \to \Delta^{\star++} \to \Delta^{++}\rho^0$. Es ergibt sich ein Wirkungsquerschnitt, der ein ausgeprägtes Maximum bei einem Pionimpuls von 1.5 GeV aufweist. Die experimentellen Daten zeigen jedoch einen eher flachen Verlauf. Im Peak-Bereich liegen sie etwa einen Faktor 2 unter dem berechneten Wirkungsquerschnitt. Aus diesem Grunde haben wir zu Testzwecken den $\Delta\rho$-Kanal durch einen $\Delta\sigma$-Kanal ersetzt. In Abbildung 6.19 stellt die gepunktete Linie das Ergebnis dieser Rechnung für das e^+e^+-Spektrum in einer π^-Pb-Reaktion dar. Gegenüber der vorherigen Rechnung (durchgezogene Linie) ergibt sich eine Reduktion des Spektrums bei intermediären Massen um etwa einen Faktor 3.

In Abbildung 6.19 wird auch das Ergebnis einer Rechnung mit einer e^+e^--Breite des ρ-Mesons proportional zu M anstelle des konsistenteren M^{-3} gezeigt. Dies reduziert das totale Spektrum für Massen um 500 MeV um ungefähr einen Faktor 2.

Neben den besprochenen Unsicherheiten ist es auch fraglich, ob die Vernachlässigung von Interferenztermen zwischen den verschiedenen zum Spektrum beitragenden Quellen gerechtfertigt ist. Darüberhinaus berücksichtigen wir bislang nur Zweistufenprozesse für die Dileptonenproduktion. Ein relevanter Beitrag zur Dileptonenproduktion könnte auch aus der sogenannten πN-Bremsstrahlung kommen. Hier tragen Prozesse bei, in denen das Dilepton direkt an das einlaufende Pion koppelt.

In Kapitel 5 sind wir bereits ausführlich auf Mediummodifikationen der $D_{13}(1520)$-Resonanz eingegangen. In Pion-Kern-Reaktionen trägt diese Resonanz sowohl zur Pro-

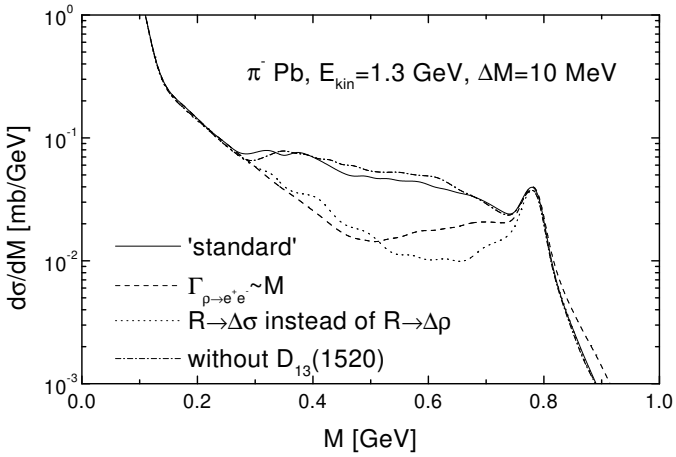

Abbildung 6.19: Einfluß von Modellunsicherheiten auf das e^+e^--Spektrum in π^-Pb.

duktion von ρ-Mesonen mit kleinen Massen als auch zu deren Absorption bei. Ungefähr 30% der zum Dileptonenspektrum beitragenden ρ-Mesonen stammen aus Zerfällen der D_{13}-Resonanz. In Abbildung 6.19 zeigt die strich-gepunktete Linie das Resultat einer Rechnung, in der wir die D_{13}-Resonanz nicht berücksichtigt haben. Es ergibt sich eine geringfügige Erhöhung des Spektrums, da in der Rechnung unter Einschluß der D_{13}-Resonanz die Absorption der ρ-Mesonen über diese Resonanz die Produktion leicht übersteigt.

6.3.3 Einfluß von Mediummodifikationen

In Abbildung 6.20 vergleichen wir die Dileptonenspektren, die sich mit den in Kapitel 6.2.4 vorgestellten Szenarien für Mediummodifikationen der Vektormesonen ergeben. Die gestrichelte Linie resultiert aus einer Anwendung des attraktiven Potentials aus Gleichung (6.13). Der Vakuumpeak des ω-Mesons bei etwa 780 MeV wird um ungefähr einen Faktor 2 reduziert. Für Massen um 600 MeV ergibt sich – verglichen mit der photoninduzierten Reaktion (siehe Abbildung 6.14) – nur eine leichte Erhöhung. Der Grund hierfür ist, daß wir bereits ohne Mediummodifikationen einen recht flachen Beitrag des ρ-Mesons erhalten. Überdies vernachlässigen wir Mediummodifikationen der $N\rho$-Breiten der Nukleonenresonanzen, so daß sich, im Gegensatz zu der photoninduzierten Reaktion, keine Erhöhung der primären Produktion ergibt.

Die zusätzliche Berücksichtigung der Stoßverbreiterung der Vektormesonen (gepunktete Linie) schmiert den ohnehin nicht sehr ausgeprägten In-Medium-Peak vollständig aus und führt zu einer Verschiebung des Spektrums zu kleineren invarianten Massen.

Bei einer Verwendung des impulsabhängigen Potentials aus Gleichung (6.15) erhalten wir die strich-gepunktete Linie. Ähnlich wie im Falle der photoninduzierten Reaktion ergibt sich ein Resultat, das nicht sehr stark von der Rechnung ohne Mediummodifikationen abweicht, da in Pion-Nukleon-Stößen aufgrund der kleinen Masse des Pions Vektormesonen mit recht großen Impulsen produziert werden.

Um eine bessere Unterscheidung zwischen den besprochenen Szenarien zu ermögli-

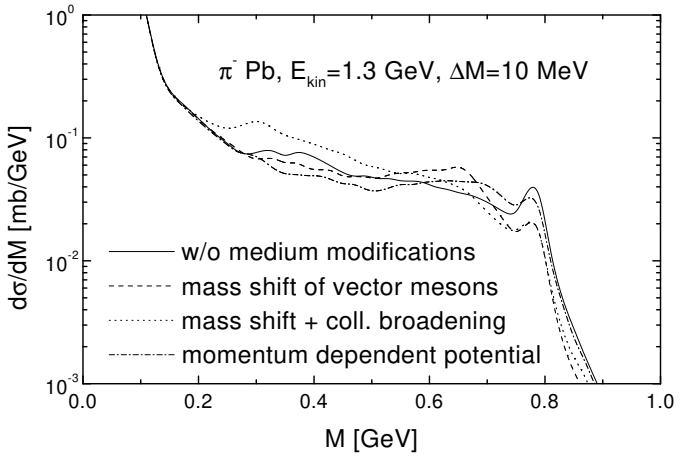

Abbildung 6.20: Effekte von Mediummodifikationen der Vektormesonen auf das e^+e^--Spektrum in π^-Pb.

chen, ist es hilfreich, die e^+e^--Spektren für verschiedene Impulse des Dileptonenpaares zu betrachten. In Abbildung 6.21 präsentieren wir unsere Resultate für vier verschiedene Impulsbereiche. Bei kleinen Impulsen ($p < 300$ MeV) führt die Massenverschiebung zu einem vollständigen Verschwinden des Vakuumpeaks bei 780 MeV, da ein Großteil der ω-Mesonen mit kleinen Impulsen innerhalb des Kernes zerfällt. Mit zunehmendem Impuls vergrößert sich der Anteil der ω-Mesonen, die im Vakuum zerfallen, und der Vakuum-Peak tritt stärker hervor. Die Rechnung mit impulsabhängigem Potential ergibt, wie zu erwarten, für kleine Impulse ein Ergebnis, das der Rechnung mit impulsunabhängigem Potential sehr nahe kommt. Mit größer werdendem Impuls nähert sich diese Rechnung derjenigen ohne Mediummodifikationen immer mehr an und stimmt für Impulse oberhalb von 1 GeV fast vollständig mit ihr überein.

In unseren Rechnungen nehmen wir eine isotrope Produktion der Vektormesonen im Schwerpunktsystem in Pion-Nukleon-Stößen an, da es nur experimentelle Daten zur Winkelverteilung für höhere Pionenergien gibt. Die in Abbildung 6.21 gezeigten Spektren hängen sehr stark von der Winkelverteilung ab, da verschiedene Streuwinkel im Schwerpunktsystem des Pion-Nukleon-Systems zu verschiedenen Impulsen im Laborsystem korrespondieren. Die Vektormesonen mit kleinen Laborimpulsen werden in Reaktionen mit großem Streuwinkel relativ zum einlaufenden Pion, also hohem Impulsübertrag, erzeugt. Die verfügbaren winkeldifferentiellen experimentellen Daten zu $\pi N \to N\omega$ [138, 139, 140] zeigen bei Pionenimpulsen von einigen GeV den zu erwartenden exponentiellen Abfall des Wirkungquerschnittes mit dem Impulsübertrag. Eine Extrapolation dieser Winkelverteilungen zu kleineren Energien ist jedoch schwierig, da hier die mögliche Anregung von Nukleonenresonanzen zu einer flachereren Winkelverteilung führen kann. So sieht man in den experimentellen Daten zu $\gamma p \to p\omega$ [89] bei Photonenergien von 1.5 GeV eine deutliche Erhöhung des Wirkungsquerschnittes bei großen Impulsüberträgen gegenüber einem exponentiellen Abfall. Eine stark vorwärtsgerichtete Winkelverteilung der Produktion der Vektormesonen in Pion-Nukleon-Kollisionen führte in unseren Rechnungen zu einer deutlichen Reduktion des

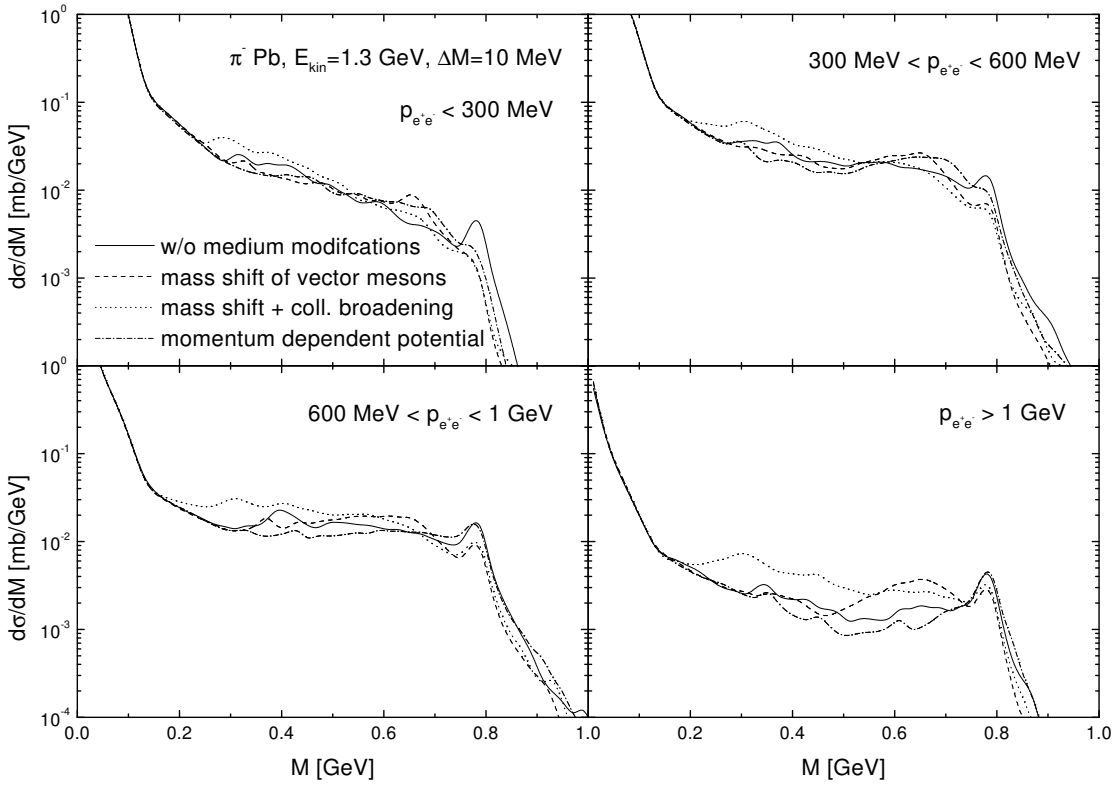

Abbildung 6.21: Einfluß von Mediummodifikationen der Vektormesonen auf das e^+e^--Spektrum in π^-Pb für verschiedene Laborimpulse des Dileptonenpaares.

in Abbildung 6.21 gezeigten Spektrums bei kleinen Laborimpulsen. Der qualitative Effekt der Mediummodifikationen bliebe jedoch unverändert.

In Abbildung 6.22 vergleichen wir – wie in Abbildung 6.15 für die photoninduzierte Reaktion – die Spektren für ^{12}C und ^{208}Pb, die sich für Dileptonimpulse kleiner als 300 MeV ergeben. Für beide Kerne ist jeweils die Rechnung mit Massenverschiebung der Vektormesonen (linke Seite) sowie die mit Massenverschiebung und Stoßverbreiterung (rechte Seite) dargestellt. Diese Spektren sind denen in der Photon-Kern-Reaktion sehr ähnlich. In ^{208}Pb ergibt sich ein wesentlich stärkerer Effekt der Massenverschiebung als in ^{12}C. Die zusätzliche Berücksichtigung der Stoßverbreiterung führt zu einer vollständigen Verschmierung des In-Medium-Peaks.

6.4 Vergleich der photon- und der pioninduzierten Reaktion

Zum Abschluß dieses Kapitels vergleichen wir die photon- und die pioninduzierte Reaktion. Hierzu sind in Abbildung 6.23 (linke Seite) die Ortsraumverteilungen der ersten Kollision in γPb bei 1.5 GeV und in π^-Pb bei 1.3 GeV dargestellt. Die Grauschattierun-

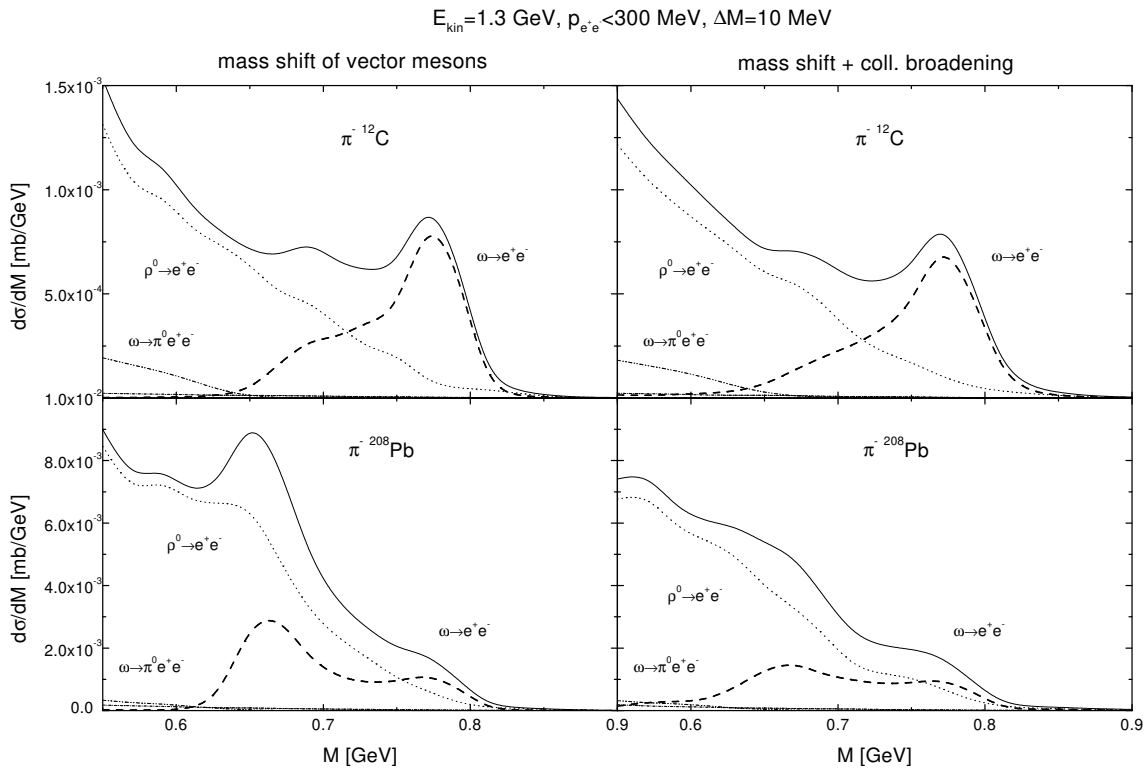

Abbildung 6.22: Vergleich der Effekte der Mediummodifikationen der Vektormesonen auf e^+e^--Produktion in ^{12}C und ^{208}Pb bei einer Pionenenergie von 1.3 GeV. Hier wurden nur Dileptonen mit einem Gesamtimpuls $p_{e^+e^-} < 300$ MeV berücksichtigt.

gen repräsentieren $\frac{dN}{db\,dz}$, wobei N die Anzahl der Kollisionen (in willkürlich gewählten Einheiten) und $b = \sqrt{x^2 + y^2}$ der Stoßparameter sind. Ebenfalls ist ein Kreis mit Radius $R = 6$ fm abgebildet. Die Dichte in ^{208}Pb beträgt bis zu diesem Radius ungefähr ρ_0 und fällt danach ab, wie aus Abbildung 3.3 zu sehen ist.

Da für eine Photonenergie von 1.5 GeV der Shadowing-Effekt noch unbedeutend ist, spiegelt die Verteilung der ersten Kollisionen, also der Photon-Nukleon-Reaktionen, die Dichteverteilung des Kernes wider:

$$\frac{dN}{db\,dz} \approx \frac{\rho(r)dV}{db\,dz} = 2\pi b\rho(r).$$

Der isospingemittelte Wirkungsquerschnitt des Pions mit einer kinetischen Energie von 1.3 GeV an einem Nukleon beträgt etwa 30 mb. Dies korrespondiert bei Dichte ρ_0 zu einer mittleren freien Weglänge $\lambda = 2$ fm. Daher werden die Pionen, wie aus Abbildung 6.23 zu sehen ist, vornehmlich an der Oberfläche absorbiert.

Aufgrund des Impulses des Projektils sind die Ortsraumverteilungen aller Meson-Baryon-Kollisionen, die auf der rechten Seite in Abbildung 6.23 dargestellt sind, zu größeren z-Werten gegenüber denen der ersten Kollisionen verschoben. Man sieht, daß auch in der Pion-Kern-Reaktion ein großer Teil der Kollisionen im Inneren des Kernes stattfindet.

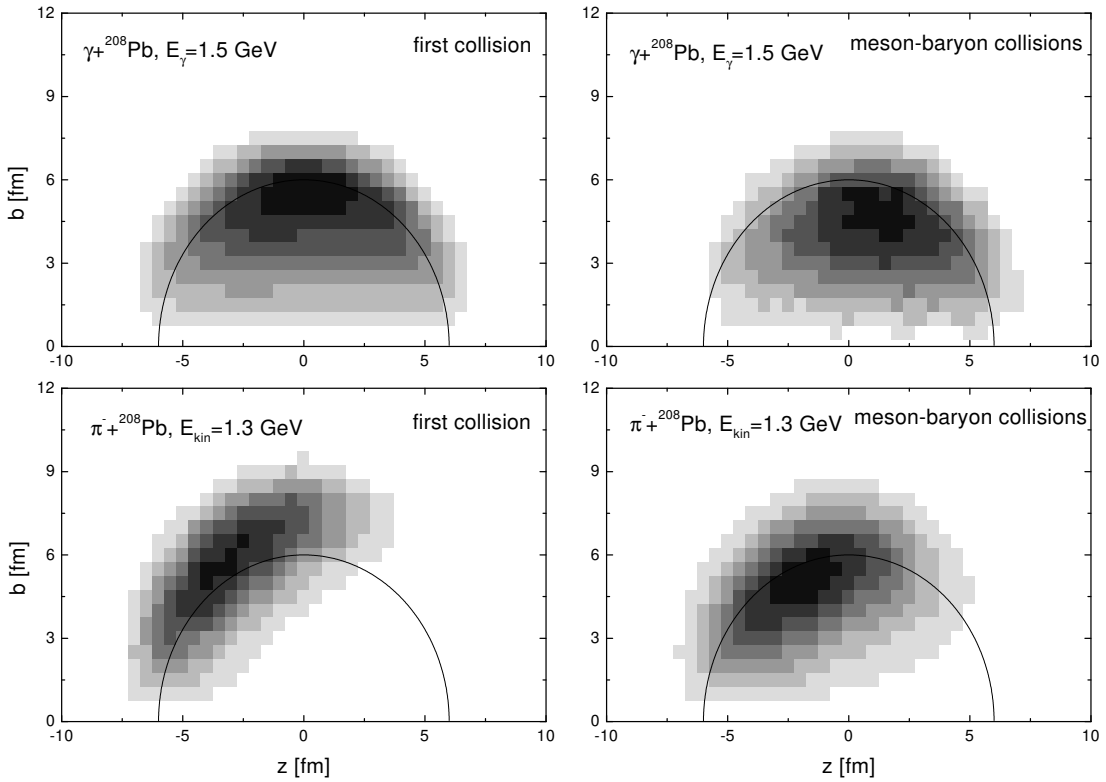

Abbildung 6.23: Ortsraumverteilungen der ersten Kollision (linke Seite) und aller Meson-Baryon-Kollisionen (rechte Seite) in γPb bei 1.5 GeV (obere Abbildungen) und π^-Pb bei 1.3 GeV (untere Abbildungen). Die Linie stellt jeweils einen Kreis mit Radius $R = 6$ fm dar.

In Abbildung 6.24 (linke Seite) zeigen wir die Ortsraumverteilungen der e^+e^--Zerfälle der Vektormesonen ρ und ω. Die Verteilung der ρ^0-Zerfälle entspricht sowohl für die photon- als auch für die pioninduzierte Reaktion ungefähr der Verteilung der in Abbildung 6.23 dargestellten ersten Kollisionen und ist nur leicht zu größeren z-Werten verschoben. Dies hat zwei Gründe. Zum einen wird bei den hier betrachteten Einschußenergien der Großteil der ρ-Mesonen in der ersten Kollision produziert, da die Energie in sekundären Kollisionen meist nicht zu deren Produktion ausreicht. Zum anderen ist die Lebensdauer der ρ-Mesonen so kurz, daß sie in etwa an dem Ort zerfallen, an dem sie erzeugt wurden.

Die Verteilung der Zerfälle der ω-Mesonen (rechte Seite in Abbildung 6.24) ist deutlich verschieden von der der ρ^0-Zerfälle. In der photoinduzierten Reaktion ist die Verteilung deutlich zu größeren z-Werten verschoben. Ein Großteil der ω-Mesonen zerfällt im Vakuum, da das ω-Meson im Vakuum eine sehr lange Lebensdauer von etwa 24 fm/c in seinem Ruhesystem hat. In der Pion-Kern-Reaktion fällt die Verschiebung zu größeren z-Werten weniger stark aus. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die ω-Mesonen großteils bei kleinen z-Werten produziert werden. Um ins Vakuum zu laufen, müssen diese ω-Mesonen einen recht großen Weg durch den Kern zurücklegen, und da die mittlere freie Weglänge bei Dichte ρ_0 nur 3 fm beträgt, findet eine starke Absorption

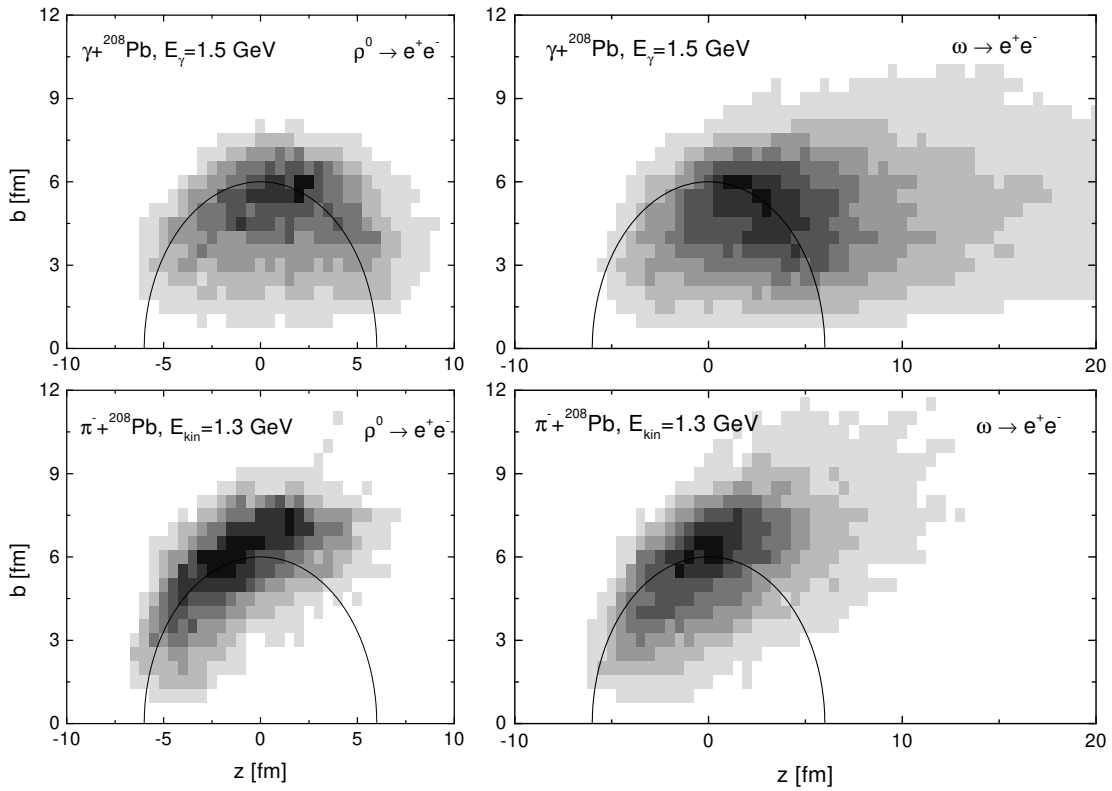

Abbildung 6.24: Ortsraumverteilungen der $\rho^0 \to e^+e^-$- (linke Seite) und der $\omega \to e^+e^-$-Zerfälle (rechte Seite) in γPb bei 1.5 GeV (obere Abbildungen) und π^-Pb bei 1.3 GeV (untere Abbildungen). Die Linie stellt jeweils einen Kreis mit Radius $R = 6$ fm dar.

statt. Aufgrund der Absorption ergibt sich in der Pion-Kern-Reaktion eine Verschiebung der Winkelverteilung der ω-Mesonen zu größeren Polarwinkeln verglichen mit der Photon-Kern-Reaktion. Dies sollte observable Konsequenzen haben. Wegen der oben angesprochenen theoretischen Unsicherheiten in der Beschreibung der elementaren Vektormesonproduktion sind hierzu jedoch quantitative Aussagen derzeit schwierig.

In unseren Rechnungen war die Sensitivität der e^+e^--Spektren auf Mediummodifikationen der Vektormesonen in der photoninduzierten Reaktion größer als in der pioninduzierten, wie man durch Vergleich der Abbildungen 6.14 und 6.20 sieht. Dies ist jedoch im wesentlichen darauf zurückzuführen, daß das aus unserer Beschreibung der elementaren Pion-Nukleon-Wechselwirkung resultierende e^+e^--Spektrum (siehe Abbildung 6.17) aufgrund des $\Delta\rho$-Kanals recht flach ist. In der elementaren Photon-Nukleon-Wechselwirkung wurde ein solcher Kanal nicht berücksichtigt, und wir sollten hier nochmals betonen, daß unsere Beschreibung der elementaren Reaktionen mit großen Unsicherheiten behaftet ist, die nur durch experimentelle Messungen ausgeräumt werden können. Daher ist es derzeit nicht möglich zu beurteilen, welche Reaktion für den Nachweis der Mediummodifikationen der Vektormesonen besser geeignet ist. Aus Abbildung 6.24 kann man den Schluß ziehen, daß – aufgrund der geometrischen Verhältnisse und der Abschattungseffekte – Pion-Kern-Reaktionen tendenziell besser zum Studium des ω-Mesons und Photon-Kern-Reaktionen zu dem des ρ-Mesons geeignet sind.

Kapitel 7

Photoproduktion von Mesonen in Kernen bei GeV-Energien

In der Einleitung hatten wir bereits angesprochen, daß das frühere Einsetzen des Shadowing-Effektes in der Photoabsorption an Kernen ein möglicher Hinweis auf eine Mediummodifikation des ρ-Mesons ist. Im vorliegenden Kapitel, das sich in unwesentlich modifizierter Form auch in [141] findet, wollen wir Vorhersagen zur Photoproduktion von Pionen, Etas, Kaonen und Antikaonen in Kernen für Photonenergien zwischen 1 und 7 GeV geben. Ein Vergleich dieser Rechnungen mit Experimenten, die in der Zukunft an ELSA in Bonn und TJNAF in Virginia möglich sind, wird auf der einen Seite helfen, unser Verständnis des Einsetzens des Shadowing-Effektes zu verbessern. Auf der anderen Seite ist Photoproduktion von Mesonen natürlich auch ein hervorragendes Mittel, um die In-Medium-Eigenschaften der Mesonen zu studieren.

In den frühen siebziger Jahren gab es bereits zahlreiche experimentelle und theoretische Aktivitäten auf dem Gebiet der photoninduzierten Teilchenproduktion (siehe [94]). Der Schwerpunkt lag damals allerdings auf der Untersuchung kohärenter Produktionsprozesse, wie $\gamma A \to A\rho^0$. Die Interpretation experimenteller Daten zu inkohärenten Prozessen war auf theoretische Rechnungen im Rahmen des Glauber-Modells, welches eine Reihe von Näherungen und Einschränkungen beinhaltet, angewiesen. So wurde in den damaligen Rechnungen (siehe [94]) stets eine Eikonalnäherung verwendet, und die Kopplung verschiedener hadronischer Kanäle über die Wechselwirkungen der primär produzierten Mesonen mit den Nukleonen des Kernes wurde vernachlässigt. Unser Transportmodell zur Beschreibung inklusiver Teilchenproduktion geht deutlich über das Glauber-Modell hinaus, da es durch die explizite Berücksichtigung der Kopplung aller Kanäle alle möglichen Reaktionsketten, die zur Bildung eines bestimmten Endzustandes führen können, beinhaltet.

Leider können wir unsere Rechnungen nicht mit den wenigen existierenden experimentellen Daten [142, 143, 144] zur inkohärenten Mesonenproduktion vergleichen, da diese Daten unter sehr einschränkenden kinematischen Bedingungen erhalten wurden, die aus der Literatur nicht rekonstruierbar sind.

Alle Rechnungen des vorliegenden Kapitels wurden ohne die Verwendung von In-Medium-Selbstenergien für die produzierten Mesonen durchgeführt. Bislang ist das Problem der Berücksichtigung impulsabhängiger Selbstenergien im Stringmodell FRITIOF, das wir hier zur Simulation der elementaren Photon-Nukleon-Wechselwirkung

verwenden (siehe Kapitel 2.6), noch ungelöst. Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt auf einer Untersuchung der Effekte des Shadowings, dessen Implementierung in Kapitel 2.6.2 diskutiert wurde, und der konventionellen Endzustandswechselwirkungen der primär produzierten Teilchen.

7.1 Pionen und Etas

7.1.1 Totale Wirkungsquerschnitte

In Abbildung 7.1 präsentieren wir die Resultate unserer Rechnungen für den totalen π^--Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C (oberer Teil der Abbildung) und ^{208}Pb (unterer Teil). Die durchgezogenen Linien sind die Ergebnisse der normalen Rechnung. Man sieht, daß der Wirkungsquerschnitt pro Nukleon in ^{12}C größer als in ^{208}Pb ist, weil der Shadowing-Effekt und die Absorption der primär produzierten Teilchen weniger effektiv sind. In ^{12}C erhalten wir ein lokales Maximum in der Anregungsfunktion bei einer Photonenergie von etwa 2 GeV, während der Wirkungsquerschnitt in ^{208}Pb monoton mit der Photonenergie ansteigt. Das Maximum wird verursacht durch ein Wechselspiel zwischen dem Anstieg des elementaren Pionproduktionswirkungsquerschnittes auf der einen und dem Einsetzen des Shadowing-Effektes auf der anderen Seite. Im Falle von ^{208}Pb wird die Reduktion des Wirkungsquerschnittes aufgrund des Shadowings durch sekundäre Kollisionen der primär produzierten Teilchen mit den Nukleonen des Kernes, in denen zusätzliche Pionen produziert werden, kompensiert.

In der „normalen“ Rechnung behandeln wir die Absorption der Δ-Resonanz mit dem in Kapitel 4.2.1 beschriebenen Verfahren unter Verwendung der Stoßbreiten von Oset und Salcedo [121]. In Abbildung 7.1 resultieren die gestrichelten Linien bei Verwendung der herkömmlichen Behandlung der Δ-Absorption. Mit zunehmender Photonenergie wird die Behandlung der Δ-Absorption unwichtiger. Bei kleinen Energien wird durch die verbesserte Behandlung der Pionenproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C um etwa 5% und in ^{208}Pb um etwa 20% reduziert.

In Kapitel 2.5.4 hatten wir ausführlich das Formationszeitkonzept bei der Anwendung des Stringmodells FRITIOF besprochen und gezeigt, daß wir mit einer Formationszeit von $\tau_f = 0.8$ fm/c eine zufriedenstellende Beschreibung von Pionenproduktion in Schwerionenkollisionen bei SPS-Energien erhalten. Um den Einfluß der Formationszeit auf die hier präsentierten photoninduzierten Reaktionen zu verdeutlichen, haben wir Rechnungen mit $\tau_f = 0$ durchgeführt, die in Abbildung 7.1 durch die gepunkteten Linien dargestellt sind. Nun wird die Endzustandswechselwirkung der primär produzierten Teilchen erhöht. An dieser Stelle sollten wir betonen, daß aufgrund der Endzustandswechselwirkungen der Wirkungsquerschnitt aufgrund von Absorptionsprozessen nicht zwangsläufig reduziert wird, sondern auch erhöht werden kann, da in sekundären Stößen, wie zum Beispiel in $\pi N \to \pi\pi N$, weitere Teilchen produziert werden können. Aus Abbildung 7.1 sieht man zunächst, daß die Formationszeit mit zunehmender Photonenergie an Bedeutung gewinnt. Im Falle von ^{12}C wird bei Vernachlässigung der Formationszeit der Wirkungsquerschnitt der π^--Produktion bei 7 GeV um etwa 15% erhöht. In ^{208}Pb ist diese Erhöhung weniger stark ausgeprägt, da hier die Absorption für die sekundär produzierten Teilchen effektiver ist.

Die strich-gepunkteten Linien in Abbildung 7.1 zeigen die Resultate von Rechnun-

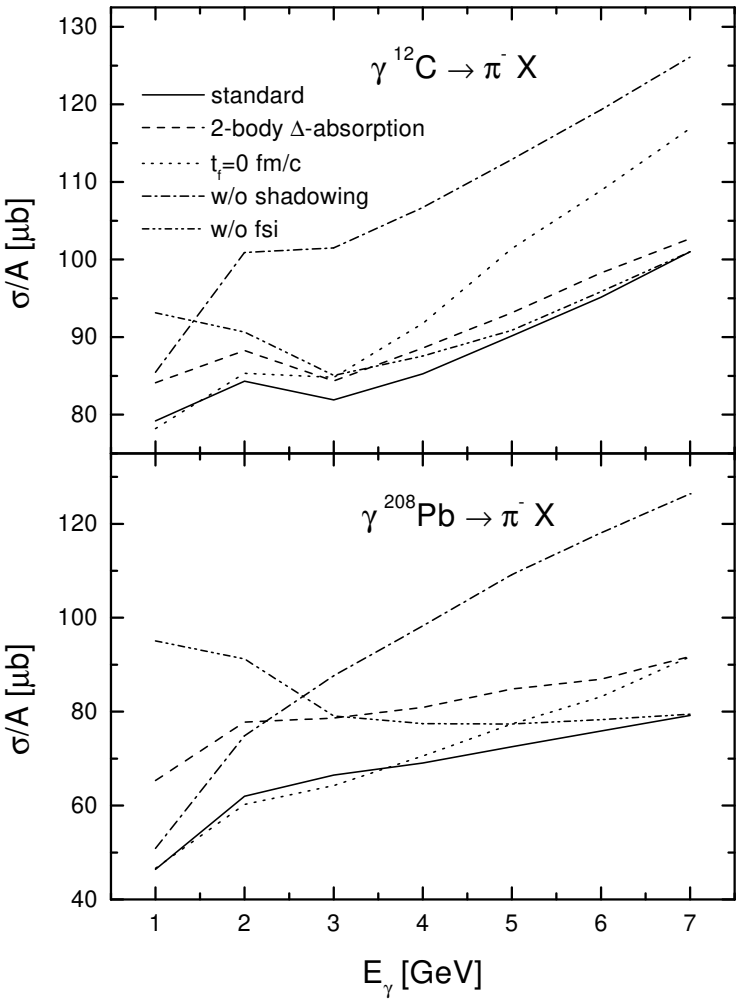

Abbildung 7.1: Totaler Wirkungsquerschnitt für π^--Produktion in γC- (obere Abbildung) und γPb- (untere Abbildung) Reaktionen. Siehe Text für eine ausführliche Erklärung der verschiedenen Linien.

gen ohne Shadowing für das einlaufende Photon. Die relative Reduktion der Wirkungsquerschnitte zur Mesonenproduktion aufgrund des Shadowings ist zunächst nicht identisch zu der des totalen Absorptionswirkungsquerschnittes, da der Shadowing-Faktor $s_N(\vec{r})$ aus Gleichung (2.128) eine Koordinatenabhängigkeit aufweist (siehe Abbildungen 2.27 und 2.28) und die Mesonenproduktion wegen der Endzustandswechselwirkungen natürlich von den Koordinaten der primären Produktion abhängt. Aus dem Vergleich der effektiven Massenzahlen in den Abbildungen 2.25 und 2.26 mit dem Effekt des Shadowings in Abbildung 7.1 sieht man jedoch, daß die Koordinatenabhängigkeit des Shadowing-Faktors nur einen sehr kleinen Einfluß hat.

Der Effekt der Endzustandswechselwirkungen ist, wie zu erwarten, recht verschieden für ^{12}C und ^{208}Pb. In Abbildung 7.1 sind Rechnungen ohne Endzustandswechselwirkung als punkt-punkt-gestrichelte Linien dargestellt. Der Verlauf der Anregungsfunk-

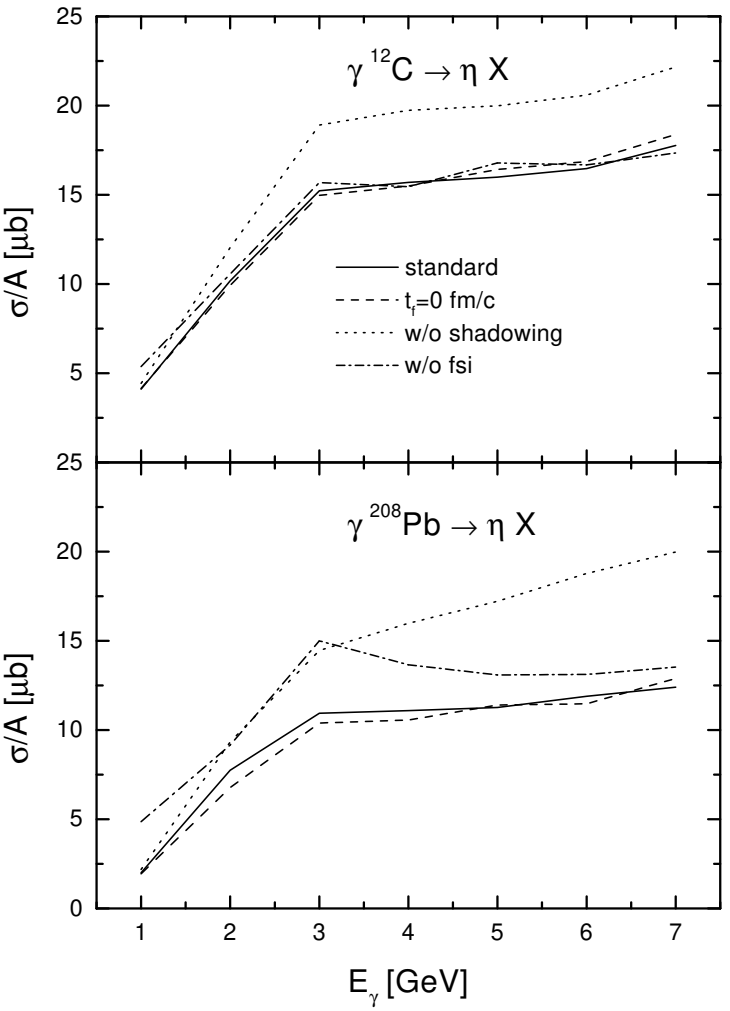

Abbildung 7.2: Totaler Wirkungsquerschnitt für η-Produktion in γC- (obere Abbildung) und γPb- (untere Abbildung) Reaktionen. Siehe Text für eine ausführliche Erklärung der verschiedenen Linien.

tion wird nun nur noch durch zwei konkurrierende Mechanismen bestimmt. Auf der einen Seite steigt der elementare Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt zur inklusiven Pionenproduktion mit der Photonenergie an, da mit höherer Energie mehr Teilchen produziert werden können (siehe Abbildung 2.22). Auf der anderen Seite nimmt die Reduktion des Absorptionswirkungsquerschnittes aufgrund des Shadowings mit der Photonenergie zu. Im Falle von ^{208}Pb dominiert der Shadowing-Effekt und der Wirkungsquerschnitt zur π^--Produktion in der Rechnung ohne Endzustandswechselwirkungen fällt monoton mit der Photonenergie. In ^{12}C fällt der Wirkungsquerschnitt zunächst bis zu einer Photonenergie von 3 GeV und steigt dann an, da Shadowing weniger wichtig als in ^{208}Pb ist.

Die Rechnungen ohne Endzustandswechselwirkungen liefern Wirkungsquerschnitte, die bei 1 GeV in ^{12}C um etwa 20% und in ^{208}Pb um etwa einen Faktor 2 über den

vollständigen Rechnungen liegen. Mit zunehmender Photonenergie nimmt die Differenz zwischen den Rechnungen ab und bei der höchsten hier betrachteten Photonenergie, 7 GeV, geben beide Szenarien fast den gleichen integrierten Wirkungsquerschnitt. Daraus sollte man aber nicht den Schluß ziehen, daß die Endzustandswechselwirkungen bei hohen Energien vernachlässigbar sind. In der Pionenproduktion werden vielmehr die Prozesse, die zu einer Absorption des Pions, wie $\pi NN \to N\Delta \to NN$, führen, durch die bereits oben angesprochene Teilchenproduktion in sekundären Kollisionen kompensiert.

In Abbildung 7.2 sind die Resultate der in der Pionenproduktion diskutierten Szenarien für den totalen η-Photoproduktionswirkungsquerschnitt in ^{12}C und ^{208}Pb abgebildet. Die vollständigen Rechnungen (durchgezogene Linien) zeigen für beide Kerne einen starken Anstieg der Anregungsfunktionen von 1 bis 3 GeV um etwa einen Faktor 4 und danach ein deutliches Abflachen. Der Anstieg wird verursacht durch die Öffnung des Phasenraumes und ist in der Pionenproduktion nicht zu sehen, da das η-Meson mit einer Masse von 547 MeV erheblich schwerer als das Pion ist.

Der Effekt der Formationszeit (gestrichelte Linien) ergibt sich wieder aus einem Wechselspiel zwischen sekundärer Produktion und Absorption der primär produzierten Mesonen. Im Gegensatz zur Pionenproduktion tritt in der Etaproduktion eine nahezu vollständige Kompensation der beiden Mechanismen auf.

Der Shadowing-Effekt führt, wie erwartet, praktisch zur gleichen Reduktion des Wirkungsquerschnittes wie in der Pionenproduktion.

Im Falle von ^{12}C ergibt die Rechnung ohne Endzustandswechselwirkungen (strichgepunktete Linien) nahezu das gleiche Resultat wie die vollständige Rechnung. Demgegenüber wird in ^{208}Pb der Wirkungsquerschnitt, insbesondere für kleine Photonenergien, deutlich reduziert.

7.1.2 Differentielle Wirkungsquerschnitte

Da sich die bislang diskutierten totalen Wirkungsquerschnitte aus dem Wechselspiel verschiedener Faktoren, die sich teilweise kompensieren, ergeben, ist es sinnvoll, exklusivere Observablen zu betrachten. Hier sind insbesondere impulsdifferentielle Wirkungsquerschnitte hilfreich, da die Wechselwirkung der produzierten Teilchen mit dem nuklearen Medium direkt vom Impuls abhängt. In Abbildung 7.3 sind die impulsdifferentiellen Wirkungsquerschnitte zur π^--Produktion (obere Abbildung) und η-Produktion (untere Abbildung) in ^{208}Pb für eine Photonenergie von 2 GeV dargestellt. Wir zeigen jeweils die vollständige Rechnung (durchgezogene Linien), die Rechnung ohne Formationszeit (gestrichelte Linien) sowie die Rechnung ohne Endzustandswechselwirkungen (gepunktete Linien). Im Pionenspektrum sieht man einen recht kleinen Einfluß der Formationszeit, während die Endzustandswechselwirkung das Spektrum für große Impulse um etwa einen Faktor 3 reduziert.

Das η-Spektrum zeigt bei hohen Impulsen eine ausgeprägte Struktur, die von exklusiven Prozessen $\gamma N \to N\eta$, die sehr stark vorwärtsgerichtet sind, verursacht wird. In der π^--Produktion ist diese Struktur nicht vorhanden, da das von uns verwendete Stringmodell keine Quarkaustauschmechanismen beinhaltet. Wie bereits in Kapitel 2.6 diskutiert, ist die Anwendung des Stringmodells auf die Beschreibung der elementaren Photon-Nukleon-Wechselwirkung bei den hier betrachteten Energien mit nicht unerheblichen Unsicherheiten behaftet, da zu den hier relevanten inklusiven Observablen

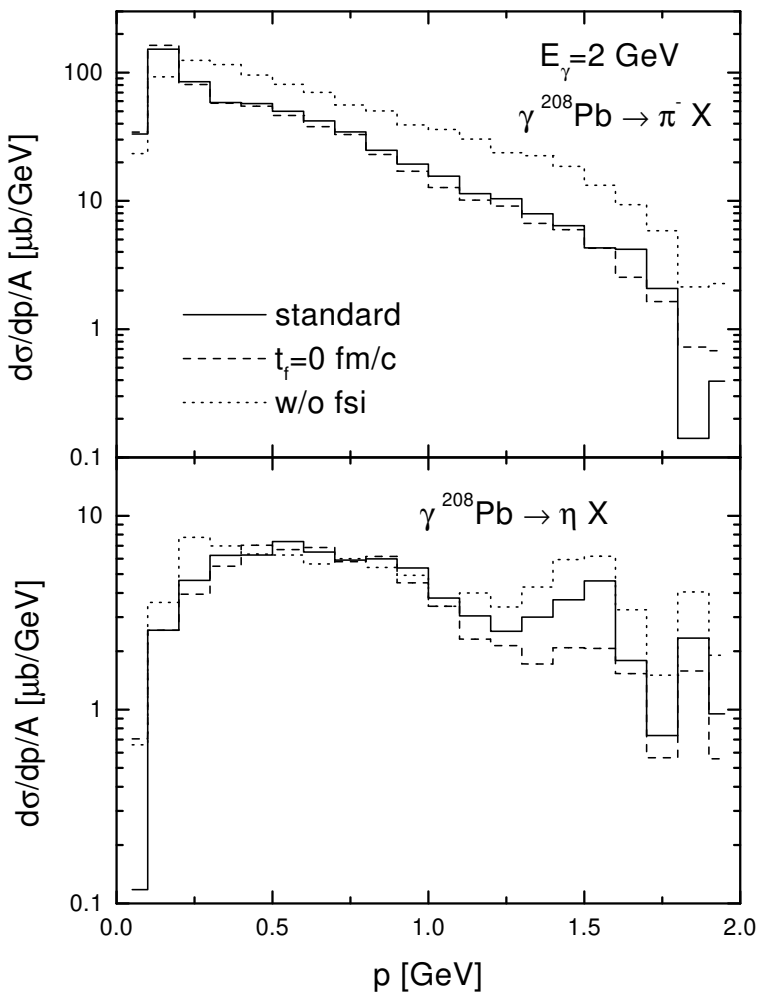

Abbildung 7.3: Impulsdifferentielle Wirkungsquerschnitte für π^-- (obere Abbildung) und η- (untere Abbildung) Produktion in einer γPb-Reaktion bei $E_\gamma = 2$ GeV.

noch keine experimentellen Daten verfügbar sind. Deshalb betonen wir, daß die hier präsentierten Resultate zur Photoproduktion in Kernen unter dem Vorbehalt stehen, daß unsere derzeit verwendete Beschreibung des elementaren Prozesses korrekt ist.

Das η-Spektrum in Abbildung 7.3 zeigt eine etwas andere Abhängigkeit von Formationszeit und Endzustandswechselwirkung als das Pionenspektrum. Für Impulse zwischen 500 MeV und 1 GeV geben die drei betrachteten Szenarien nahezu die gleichen Resultate. Für größere und kleinere Impulse wird das Spektrum durch die Endzustandswechselwirkungen reduziert.

In Abbildung 7.4 sind das Pionen- und das Etaspektrum für eine Photonenergie von 4 GeV abgebildet. Im Gegensatz zu den Spektren bei 2 GeV sieht man nun eine deutliche Erhöhung der Spektren bei großen Impulsen durch die Verwendung der endlichen Formationszeit. Mit einem Impuls von 3 GeV legt ein Pion während seiner Formationszeit von $\tau_f = 0.8$ fm/c im Ruhesystem des Kernes einen Weg von etwa 17 fm zurück.

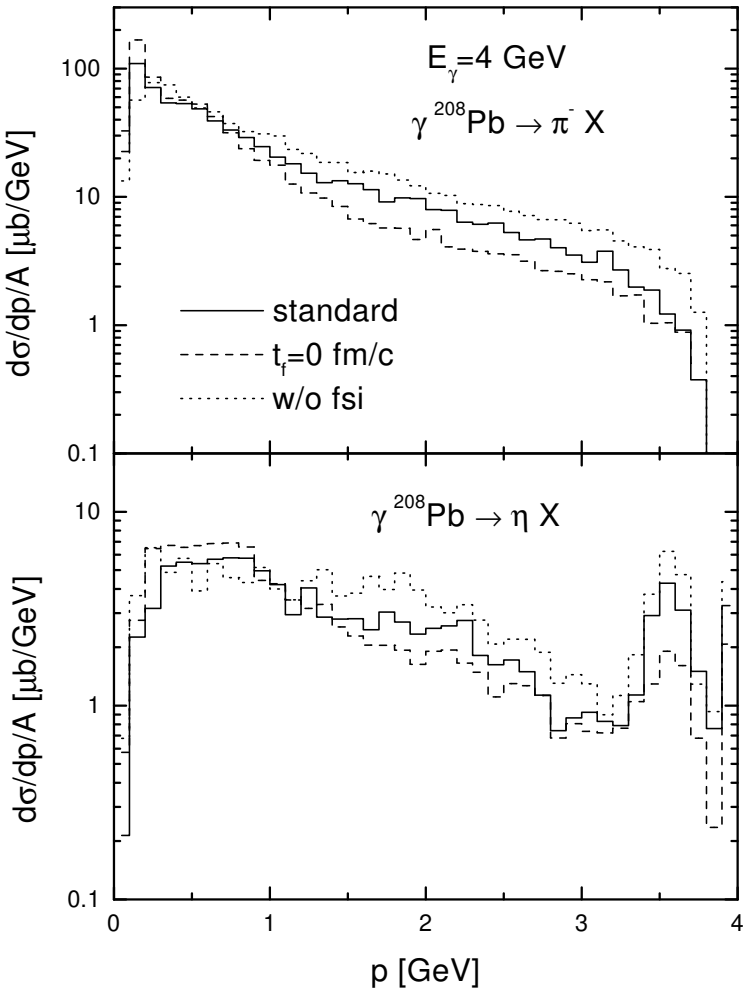

Abbildung 7.4: Impulsdifferentielle Wirkungsquerschnitte für π^-- (obere Abbildung) und η- (untere Abbildung) Produktion in einer γPb-Reaktion bei $E_\gamma = 4$ GeV.

Daher unterliegen die Pionen, die in der elementaren Photon-Nukleon-Reaktion mit solch großen Impulsen produziert werden, in der Rechnung mit Formationszeit nahezu keiner Endzustandswechselwirkung.

Aufgrund der Endzustandswechselwirkungen ergibt sich eine Reduktion der Spektren bei hohen Impulsen um etwa 30% und eine Erhöhung bei kleinen Impulsen. Der Einfluß der Endzustandswechselwirkungen bei großen Impulsen ist darauf zurückzuführen, daß die „Leading Hadrons“ (siehe Kapitel 2.5.4) keiner Formationszeit unterliegen.

7.1.3 Identifikation des ρ-Mesons

In Kapitel 6.2 hatten wir ausführlich den Nachweis der Photoproduktion des ρ-Mesons über seinen e^+e^--Zerfall und den Einfluß von Mediummodifikationen diskutiert. Im

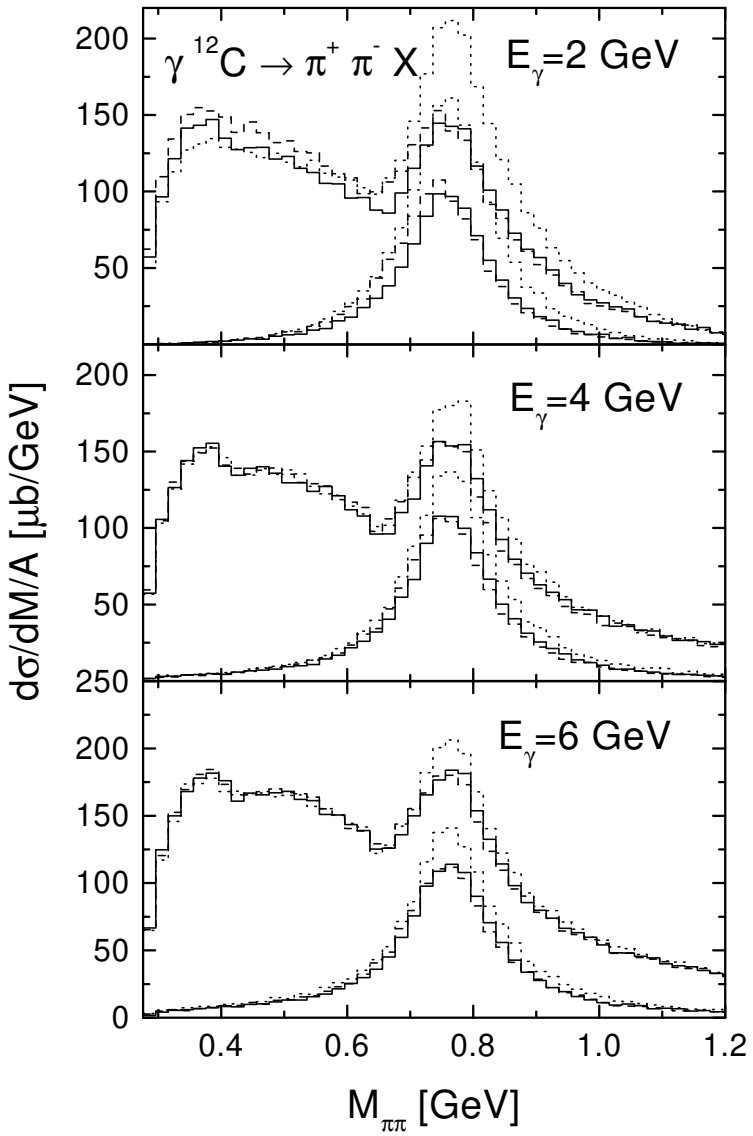

Abbildung 7.5: Invariantes Massenspektrum der inklusiven $\pi^+\pi^-$-Produktion in γC-Reaktionen bei 2 GeV (obere Abbildung), 4 GeV (mittlere Abbildung) und 6 GeV (untere Abbildung). Die gestrichelten Linien ergeben sich mit einer Massenverschiebung des ρ-Mesons gemäß Gleichung (6.13). Die gepunkteten Linien resultieren aus einer Rechnung ohne Endzustandswechselwirkungen. Es sind jeweils die totalen massendifferentiellen Wirkungsquerschnitte und die Beiträge des ρ-Mesons gezeigt.

folgenden wollen wir kurz darstellen, was aus dem $\pi^+\pi^-$-Zerfall des ρ^0-Mesons gelernt werden kann. In Abbildung 7.5 zeigen wir das invariante Massenspektrum inklusiver $\pi^+\pi^-$-Produktion in ^{12}C bei Photonenergien von 2, 4 und 6 GeV. Neben der normalen Rechnung (durchgezogene Linien) wurde jeweils eine Rechnung ohne Endzustandswechselwirkungen (gepunktete Linien) und eine mit einer Massenverschiebung des ρ-Mesons gemäß Gleichung (6.13) durchgeführt (gestrichelte Linien). Zu jeder Rechnung zeigen wir sowohl das totale Spektrum als auch den Beitrag aus Zerfällen des ρ^0-Mesons.

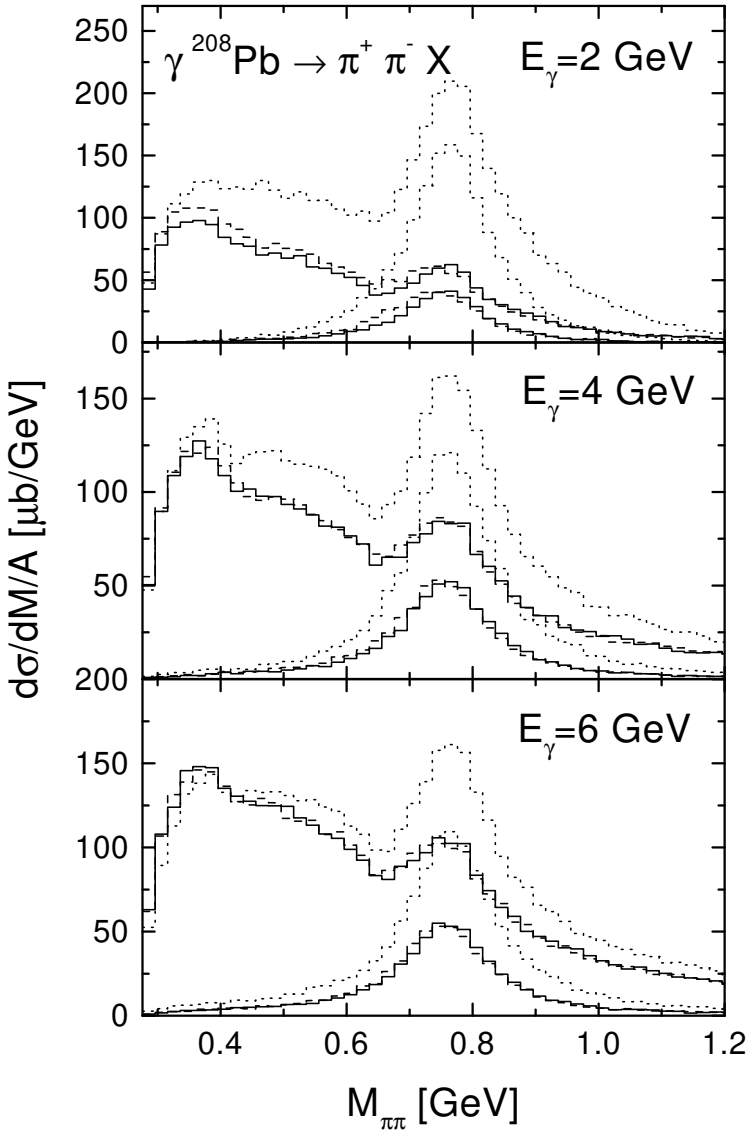

Abbildung 7.6: Invariantes Massenspektrum der inklusiven $\pi^+\pi^-$-Produktion in γPb-Reaktionen bei 2 GeV (obere Abbildung), 4 GeV (mittlere Abbildung) und 6 GeV (untere Abbildung). Die Bedeutung der Linien enstspricht der in Abbildung 7.5

Man sieht, daß der Einfluß der Endzustandswechselwirkung mit zunehmender Energie abnimmt. Der Peak des ρ-Mesons ist bei den betrachteten Photonenergien deutlich sichtbar. Der Effekt der Massenverschiebung ist sehr klein.

Die $\pi^+\pi^-$-Massenspektren in ^{208}Pb sind in Abbildung 7.6 zu sehen. Hier ist, wie erwartet, der Einfluß der Endzustandswechselwirkung erheblich größer als in ^{12}C. Für kleine Photonenergien führen die Endzustandswechselwirkungen dazu, daß der Peak des ρ-Mesons im totalen Spektrum durch den Untergrund fast verdeckt wird. Wie im Falle von ^{12}C wird das Spektrum durch die Massenverschiebung des ρ-Mesons nur geringfügig modifiziert. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Pionen eine sehr kurze freie Weglänge im nuklearen Medium ($\lambda \sim 1$ fm) besitzen. Deshalb ist die Wahrschein-

lichkeit, daß zwei Pionen, die aus dem Zerfall eines ρ-Mesons bei einer relevanten Dichte stammen, ins Vakuum propagieren, ohne an einer weiteren Wechselwirkung teilzunehmen, sehr klein.

An dieser Stelle sollten wir erwähnen, daß in [145, 146] die inklusive Photoproduktion von $\pi^+\pi^-$-Paaren in ^{3}He für Photonenergien zwischen 800 und 1100 MeV experimentell gemessen wurde. Mit Hilfe eines einfachen Modells wurde auf eine In-Medium-Masse des ρ-Mesons von etwa 650 MeV geschlossen. Eine Berechnung der experimentellen Massenspektren in [145, 146] ist nicht möglich, da keine Wirkungsquerschnitte, sondern nur Ereignisverteilungen angegeben wurden, die aus nicht rekonstruierbaren kinematischen Einschränkungen resultierten. Außerdem ist natürlich ^{3}He für eine semiklassische Berechnung zu klein, da hier die Annahme, daß Interferenzeffekte zwischen Prozessen an verschiedenen Nukleonen vernachlässigbar sind, sehr zweifelhaft ist. Der Nachweis der ρ-Mesonen erfolgte in [145, 146] über die Winkelverteilung der Pionen, wobei vorausgesetzt wurde, daß alle ρ-Mesonen longitudinal polarisiert sind und alle Untergrundprozesse isotrope Beiträge liefern. Beide Annahmen sind sehr fragwürdig. Überdies wurden jegliche Interferenzeffekte vernachlässigt, und für die Spektralfunktion des ρ-Mesons wurde eine Gauss-Funktion mit einer konstanten Breite anstelle einer Lorentz-Funktion verwendet. Aus den genannten Gründen ist daher nicht davon auszugehen, daß die Resultate in [145, 146] korrekt sind.

7.2 Kaonen und Antikaonen

7.2.1 Totale Wirkungsquerschnitte

In Abbildung 7.7 präsentieren wir unsere Resultate für die totalen Wirkungsquerschnitte der Photoproduktion von K^+-Mesonen in ^{12}C und ^{208}Pb. Wie im Falle der Pionen und Etas zeigen wir die Ergebnisse verschiedener Rechnungen: eine vollständige Rechnung (durchgezogene Linien) sowie eine Rechnung ohne Formationszeit (gestrichelte Linien), ohne Shadowing (gepunktete Linien) und ohne Endzustandswechselwirkungen (strich-gepunktete Linien). Die primär produzierten $\bar{s}$-Quarks können im nuklearen Medium nicht vernichtet werden und sind am Ende der Reaktion in K^+- oder K^0-Mesonen enthalten. Daher können die Endzustandswechselwirkungen den K^+-Wirkungsquerschnitt nur erhöhen. Aus Abbildung 7.7 sieht man, daß der Anteil sekundär produzierter Kaonen in ^{12}C nahezu vernachlässigbar ist, während er in ^{208}Pb etwa 30% beträgt. In der Rechnung ohne Formationszeit ergibt sich ein Wirkungsquerschnitt, der für große Photonenergien in ^{12}C um etwa 20% und in ^{208}Pb um etwa 40% über dem der vollständigen Rechnung liegt. Die Ursache hierfür sind Kollisionen primär produzierter hochenergetischer Pionen mit Nukleonen. Diese Pionen haben in der vollständigen Rechnung eine große Formationszeit $t_f^{lab} = \gamma\tau_f = E_\pi/m_\pi\tau_f$ im Laborsystem, die sekundäre, Kaonen produzierende Kollisionen unterdrückt.

Der Shadowing-Effekt wirkt sich sehr ähnlich wie in der Pionen- und Etaproduktion auf den Wirkungsquerschnitt aus. Die Tatsache, daß die Rechnungen ohne Shadowing und ohne Formationszeit fast identische Ergebnisse liefern, ist zufällig.

In Abbildung 7.8 zeigen wir die Resultate zur K^--Produktion. Im Gegensatz zu den Kaonen können Antikaonen im nuklearen Medium über Prozesse wie $\bar{K}N \to Y\pi$ absorbiert werden, bei denen das s-Quark auf das Nukleon übertragen wird und ein Hyperon

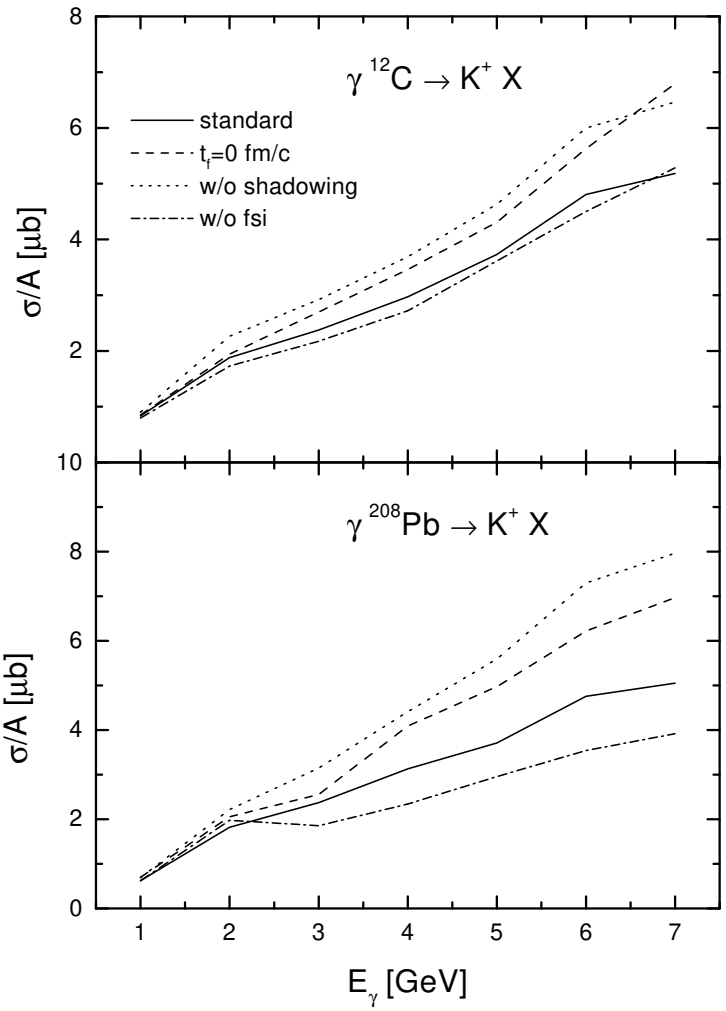

Abbildung 7.7: Totale Wirkungsquerschnitte für K^+-Produktion in γC- (obere Abbildung) und γPb- (untere Abbildung) Reaktionen.

entsteht. Im Falle von ^{12}C wird die Reduktion des Wirkungsquerschnittes aufgrund solcher Absorptionsprozesse durch die $\bar{K}$-Produktion in sekundären Kollisionen in etwa kompensiert, wie man durch Vergleich der vollständigen Rechnung (durchgezogene Linie) und der Rechnung ohne Endzustandswechselwirkungen (strich-gepunktete Linie) sieht. Die Rechnung ohne Formationszeit (gestrichelte Linie) ergibt einen geringfügig größeren Wirkungsquerschnitt. Die Formationszeit spielt in der K^--Produktion eine kleinere Rolle als in der K^+-Produktion, da eine endliche Formationszeit nicht nur die Produktion von $\bar{K}$-Mesonen in sekundären Stößen unterdrückt, sondern auch die Absorption der $\bar{K}$-Mesonen verringert.

In ^{208}Pb ist der Effekt der Absorption etwas dominanter als in ^{12}C. Daher führt die Rechnung ohne Endzustandswechselwirkungen zum größten Wirkungsquerschnitt.

Durch Vergleich der totalen K^+- und K^--Produktion in den Abbildungen 7.7 und 7.8 erkennt man, daß in unseren Rechnungen fast soviele Antikaonen wie Kaonen pro-

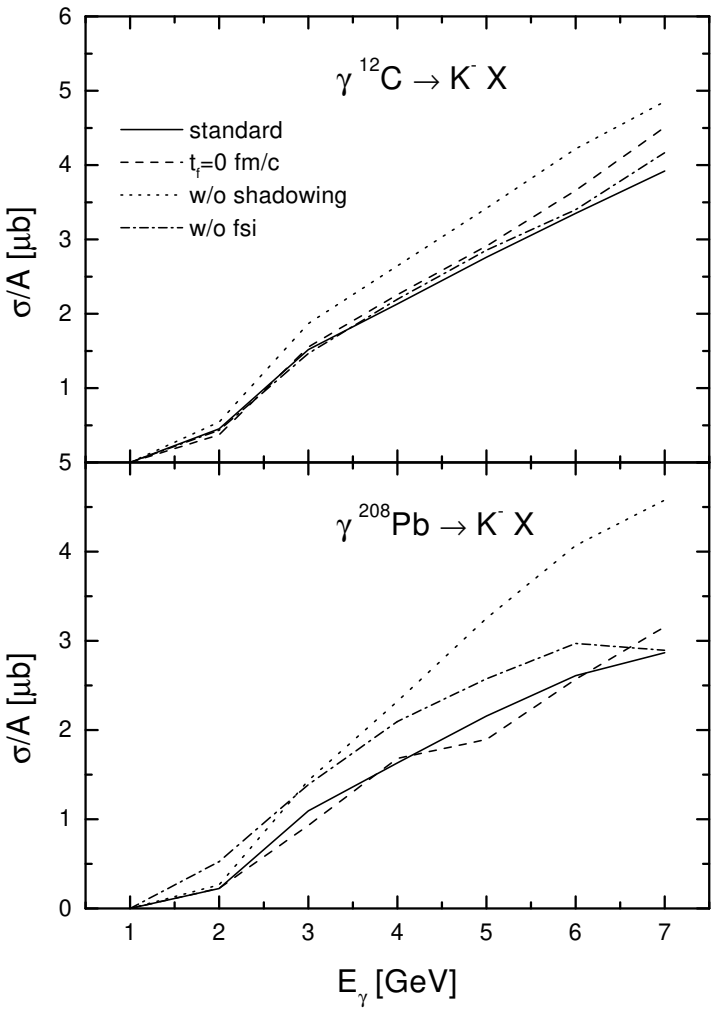

Abbildung 7.8: Totale Wirkungsquerschnitte für K^--Produktion in γC- (obere Abbildung) und γPb- (untere Abbildung) Reaktionen.

duziert werden. Dies liegt daran, daß im verwendeten Stringmodell FRITIOF bei den hier betrachteten Energien wesentlich mehr Antikaonen als Hyperonen in ρ^0-Nukleon-Kollisionen produziert werden. Dies ist für die betrachteten recht schwellennahen Reaktionen insofern merkwürdig, als die Schwelle für $\bar{K}$-Produktion um etwa 318 MeV ($= m_{\bar{K}} - M_\Lambda + M_N$) über der für Λ-Produktion liegt. Der Grund für die erhöhte Produktion von Antikaonen liegt möglicherweise in dem Fehlen von Quarkaustausch-Mechanismen zwischen den beiden gebildeten Strings. Da allerdings derzeit keine experimentellen Daten zur inklusiven Photoproduktion von Antikaonen an Nukleonen verfügbar sind, ist es schwierig, unser Modell zu verbessern, und es soll erneut betont werden, daß unsere Rechnungen am Kern nur dann richtig sein können, wenn unsere Beschreibung der elementaren Wechselwirkung korrekt ist.

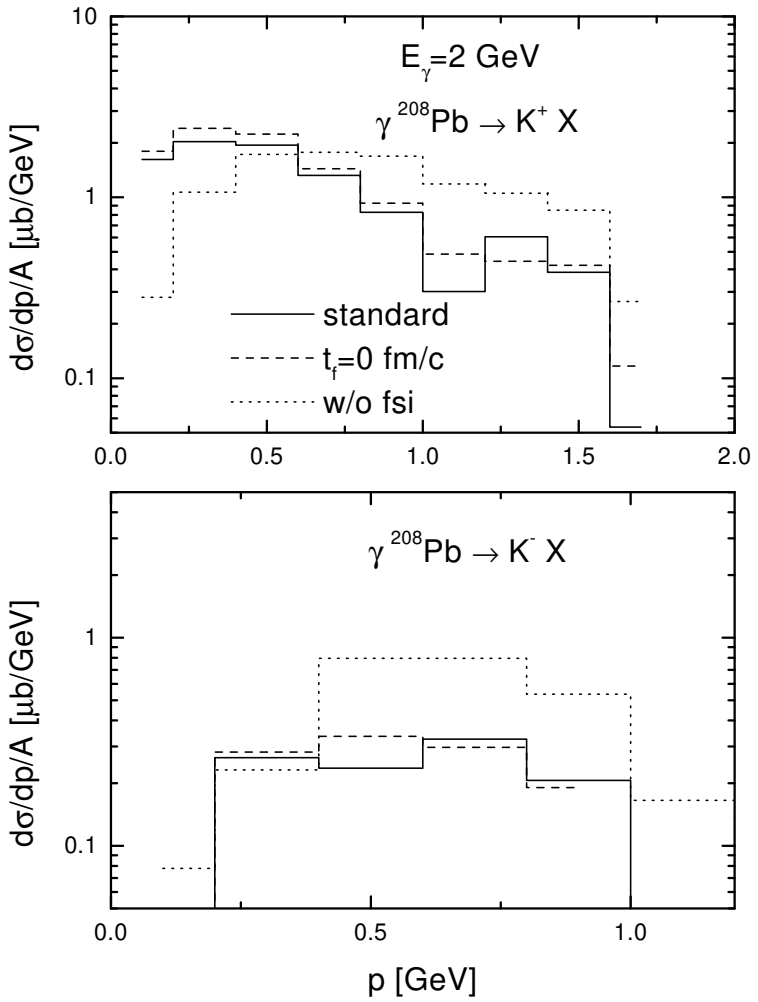

Abbildung 7.9: Impulsdifferentielle Wirkungsquerschnitte für K^+- (obere Abbildung) und K^-- (untere Abbildung) Produktion in einer γPb-Reaktion bei $E_\gamma = 2$ GeV.

7.2.2 Differentielle Wirkungsquerschnitte

Die impulsdifferentiellen Wirkungsquerschnitte der K^+- (oberer Teil der Abbildung) und K^-- (unterer Teil) Photoproduktion in ^{208}Pb bei einer Einschußenergie von 2 GeV sind in Abbildung 7.9 dargestellt. Die durchgezogenen Linien repräsentieren die vollständigen Rechnungen, die gestrichelten die ohne Formationszeit und die gepunkteten die ohne Endzustandswechselwirkungen. Im Falle der K^+-Produktion wird aufgrund der Endzustandswechselwirkungen das Spektrum zu kleineren Impulsen verschoben. Das K^--Spektrum wird demgegenüber für alle Impulse reduziert, wobei die Reduktion für größere Impulse stärker ausfällt. Die Formationszeit hat bei der Photonenergie von 2 GeV noch keinen großen Einfluß.

In Abbildung 7.10 zeigen wir die impulsdifferentiellen Spektren für eine Photonenergie von 4 GeV. Wie bei 2 GeV wird das K^+-Spektrum durch die Endzustandswech-

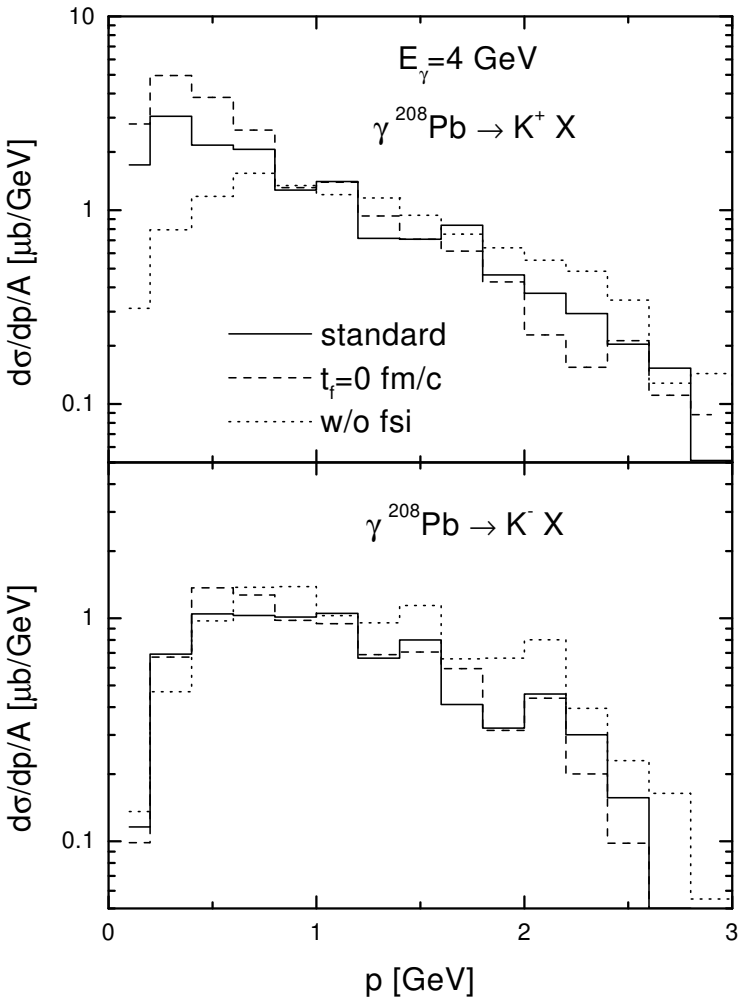

Abbildung 7.10: Impulsdifferentielle Wirkungsquerschnitte für K^+- (obere Abbildung) und K^-- (untere Abbildung) Produktion in einer γPb-Reaktion bei $E_\gamma = 4$ GeV.

selwirkungen zu kleineren Impulsen verschoben. Nun sieht man auch einen Effekt der Formationszeit. Ohne Formationszeit ergibt sich eine weitere Erhöhung des Spektrums bei kleinen Impulsen und eine Reduktion bei großen.

Das K^--Spektrum in Abbildung 7.10 wird durch die Endzustandswechselwirkung wie das K^+-Spektrum zu kleineren Impulsen verschoben, wobei aber hier aufgrund der Absorptionsprozesse die Erhöhung bei kleinen Impulsen nicht so stark ausfällt.

Kapitel 8

Off-Shell-Effekte auf Teilchenproduktion in Schwerionenkollisionen

In Kapitel 6.1 haben wir ein Verfahren vorgestellt, das die Berücksichtigung von In-Medium-Spektralfunktionen für das ρ- und das ω-Meson in unserem transporttheoretischen Rahmen erlaubt. Im vorliegenden Kapitel wollen wir dieses Verfahren erweitern, so daß auch eine konsistente Off-Shell-Behandlung der Nukleonen möglich wird.

Alle existierenden hadronischen Transportmodelle zu Beschreibung von Schwerionenkollisionen bei SIS-, AGS- oder SPS-Energien gehen von einer On-Shell-Näherung für die Nukleonen aus. Trotz der offenkundigen Fragwürdigkeit dieser Näherung – die Stoßraten der Nukleonen liegen bereits, wie weiter unten gezeigt wird, bei SIS-Energien in der Größenordnung einiger Hundert MeV – und der exzessiven Anwendung von solchen Transportmodellen zur Beschreibung experimenteller Daten gibt es bislang nur sehr wenige Studien, die den Einfluß von Off-Shell-Effekten untersucht haben [147, 148].

Während der allgemeine Formalismus der transporttheoretischen Beschreibung von Off-Shell-Teilchen seit langem bekannt ist [53, 54, 55] und in Kapitel 2.1.1 skizziert wurde, wurden im vergangenen Jahr, ausgelöst durch das Interesse an Mediummodifikationen des ρ-Mesons, verstärkt Anstrengungen unternommen, Transportmodelle zu realisieren, die dynamische Spektralfunktionen beinhalten [133, 150, 151].

Eine komprimierte Version dieses Kapitels findet sich in [152].

8.1 Stoßverbreiterung der Nukleonen

Zunächst wenden wir uns der Berechnung der Stoßbreiten der Nukleonen in einem Fermi-Gas-Modell bei endlicher Temperatur zu. Die totale In-Medium-Breite ist über Gleichung (2.64) gegeben als:

$$\Gamma_{tot} = \frac{p_0}{\mu} \left(\Sigma^{>} + \Sigma^{<} \right). \tag{8.1}$$

Die Verlustrate $\Sigma^{>}$ berechnen wir analog zu den Stoßbreiten der Δ-Resonanz und der Vektormesonen über Gleichung (2.71). Wir betrachten hier nur Stöße mit anderen Nukleonen, da in der späteren Anwendung auf Schwerionenkollisionen bei einer

Einschußenergie von 1 AGeV Nukleonen die klar dominierenden Freiheitsgrade sind. Damit erhalten wir:

$$\Sigma^{>} = \Sigma^{>}_{NN\to NN} + \Sigma^{>}_{inelastic}, \tag{8.2}$$

wobei der elastische Beitrag gegeben ist als:

$$\Sigma^{>}_{NN\to NN} = \int g\frac{d^3p_1 d\mu_1}{(2\pi)^3} F_1 v_1^{rel} \int d\Omega \frac{d\sigma_{NN\to NN}}{d\Omega d\mu_2 d\mu_3} \mathcal{A}_2(1-f_2)\mathcal{A}_3(1-f_3). \tag{8.3}$$

Der Index 1 kennzeichnet hier das einlaufende und die Indizes 2 und 3 die auslaufenden Nukleonen. Die Relativgeschwindigkeit v_1^{rel} der einlaufenden Nukleonen ist über Gleichung (2.72) gegeben. In Gleichung (8.3) tauchen die Spektralfunktionen der Nukleonen 1, 2 und 3 auf, die von $\Sigma^{>}$ abhängen. Aus Gründen der numerischen Einfachheit berechnen wir die Nukleonenbreite nicht selbstkonsistent, sondern führen nur den ersten Iterationsschritt mit Vakuumspektralfunktionen durch. Der in Gleichung (8.3) auftauchende elastische Wirkungsquerschnitt findet sich in Anhang A.1. Die Phasenraumverteilungsfunktion f bei Temperatur T und chemischem Potential μ_c ist:

$$f_{Fermi} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\omega-\mu_c}{T}\right)+1}, \tag{8.4}$$

wobei $\omega = \sqrt{\mu^2+\vec{p}^2}$ die Einteilchenenergie bezeichnet.

Im Falle des inelastischen Beitrages $\Sigma^{>}_{inelastic}$ vernachlässigen wir Pauli-Blocking der auslaufenden Nukleonen und erhalten somit:

$$\Sigma^{>}_{inelastic} = \rho < v_{rel}\sigma_{inelastic} >, \tag{8.5}$$

wobei ρ die Nukleonendichte ist und die Klammer die Mittelung über die Impulsverteilung des Kollisionspartners andeutet. Der inelastische Wirkungsquerschnitt $\sigma_{inelastic}$ ergibt sich in unserem Modell aus den Prozessen $NN \to NN\pi$, $NN \to NR$ und $NN \to \Delta\Delta$ (siehe Anhang A.1).

Im thermodynamischen Gleichgewicht gilt [53]:

$$\Sigma^{<} = \exp\left(-\frac{\omega-\mu_c}{T}\right)\Sigma^{>}, \tag{8.6}$$

Abgesehen von kleinen Einteilchenenergien und kleinen Temperaturen ist $\Sigma^{<}$ sehr viel kleiner als $\Sigma^{>}$. Daher wird im folgenden $\Sigma^{<}$ für die Berechnung der Breite gemäß Gleichung (8.1) vernachlässigt. Die Nukleonenbreiten werden als Funktion des Impulses p, der Nukleonendichte ρ und der Temperatur T berechnet. Wir vernachlässigen die Abhängigkeit der Breiten von der invarianten Masse μ und werten alle Ausdrücke für $\mu = M_N$ aus. Dieses Vorgehen ist gerechtfertigt, da zum einen keine sehr starke Abhängigkeit der Breiten von μ zu erwarten ist und zum anderen sich der numerische Aufwand bei Hinzunahme einer vierten Variable deutlich erhöhte. Überdies gibt es kein naheliegendes Modell für die μ-Abhängigkeit der auftretenden Matrixelemente.

Die sinnvolle Berechnung von $\Sigma^{<}$ erforderte die Berücksichtigung der μ-Abhängigkeit, da $\Sigma^{<}$ vor allem für kleine Teilchenenergien relevant ist. Im Gegensatz zu $\Sigma^{>}$ verschwindet $\Sigma^{<}$ nicht bei Temperatur $T = 0$ für Teilchen innerhalb des Fermi-Sees

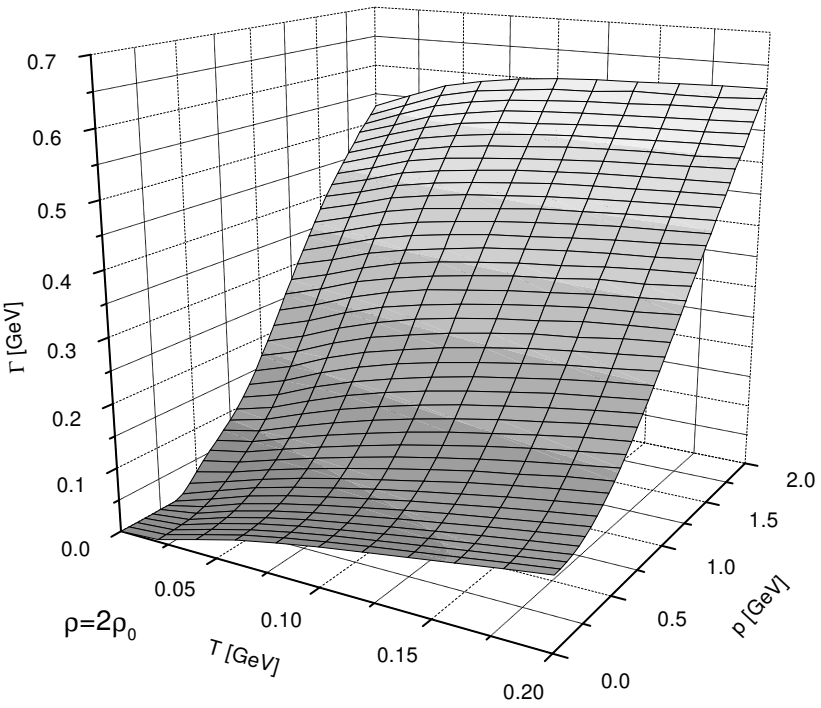

Abbildung 8.1: Die Stoßbreite des Nukleons in isospinsymmetrischer Kernmaterie als Funktion von Impuls p und Temperatur T bei Dichte $\rho = 2\rho_0$.

($\omega < \mu_c$). In einer selbstkonsistenten Berechnung des Grundzustandes im Rahmen des hier verwendeten Formalismus ergeben sich daher Grundzustandskorrelationen, die möglicherweise auch einen Einfluß auf Teilchenproduktion in nuklearen Reaktionen haben. In der vorliegenden Arbeit beschränken wir uns aber auf die Untersuchung von Effekten aufgrund von $\Sigma^>$. Es wurde überprüft, daß eine Berücksichtigung von $\Sigma^<$ in der Berechnung der totalen Breite über Gleichung (8.6) unsere hier vorzustellenden Resultate zu Schwerionenkollisionen nicht ändert.

In Abbildung 8.1 ist die Stoßbreite des Nukleons als Funktion von Impuls und Temperatur bei Dichte $2\rho_0$ dargestellt. Man sieht einen deutlichen Anstieg der Breite mit dem Impuls, der zum einen auf den Lorentzfaktor p_0/μ in Gleichung (8.1) und zum anderen auf den Anstieg des totalen Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnittes (siehe Abbildung A.5) zurückzuführen ist. Die Breite hängt nur für kleine Impulse aufgrund des Pauli-Blockings stark von der Temperatur ab. Für große Impulse ist die relative Änderung der Breite mit der Temperatur wesentlich kleiner, und die Breite steigt leicht mit der Temperatur an. Bei einer Temperatur von 100 MeV und einem Impuls von 1 GeV beträgt die Breite etwa 300 MeV und ist damit sicherlich nicht vernachlässigbar.

8.1.1 Vergleich von Fermi-Gas- und BUU-Rechnung

In Rechnungen im Rahmen des BUU-Modells wird die im vorangegangenen Abschnitt berechnete Nukleonenbreite als Funktion des Impulses p_{lrf} im lokalen Ruhesystem sowie der Baryonendichte im lokalen Ruhesystem ρ_{lrf} und der Temperatur T verwendet, das heißt, die ursprünglich 8-dimensionale Breite wird durch eine 3-dimensionale Funk-

tion approximiert:

$$\Gamma_N(\vec{r},t,\vec{p},\mu) \to \Gamma_N(p_{lrf},\rho_{lrf}(\vec{r},t),T(\vec{r},t)).$$

Eine solche Näherung ist zwingend erforderlich, da eine Bestimmung der 8-dimensionalen Funktion aus den tatsächlichen Stoßraten mit den heute zur Verfügung stehenden Möglichkeiten nicht durchführbar ist. Eine Au+Au-Kollision wird typischerweise mit einer Testteilchenanzahl von $N = 200$ berechnet. Bei Dichte ρ_0 befinden sich dann etwa 30 Testteilchen in einem Volumen von 1 fm^3. Bei einer Stoßbreite von 100 MeV stoßen von diesen 30 Teilchen in einem Zeitschritt $\Delta t = 0.5$ fm/c im Mittel 6.6 Teilchen. Selbst bei Mittelung über die Impulse, was aber angesichts der starken Impulsabhängigkeit der Breiten eine zweifelhafte Näherung ist, ist die lokale Bestimmung der Stoßraten mit sehr großen statistischen Fluktuationen behaftet.

Die Temperatur wird in der BUU-Simulation aus dem Mittel der Impulsquadrate $< p^2 >$ der Testteilchen im lokalen Ruhesystem unter der Annahme einer Fermi-Dirac-Verteilung gewonnen. Numerisch bestimmen wir $< p^2 >$ aus der Testteilchenverteilung analog zu der Berechnung des Vierer-Stroms $\tilde{j}^\mu$ in Kapitel 3.1.1 mit der dort verwendeten Gauß-Funktion zur Schmierung im Ortsraum:

$$\begin{aligned} < p^2 > (\vec{r}) =& \frac{1}{\tilde{j}^0(\vec{r})} \frac{1}{(2\pi\Delta^2)^{3/2}} \int d^3r' \frac{d^3p d\mu}{(2\pi)^3} F(\vec{r}',\vec{p},\mu) \left[\frac{(p^\mu \cdot \tilde{j}_\mu(\vec{r}))^2}{\tilde{j}^\mu(\vec{r}) \cdot \tilde{j}_\mu(\vec{r})} - p^\mu \cdot p_\mu \right] \times \\ & \times \exp\left[-\frac{(\vec{r}-\vec{r}')^2}{2\Delta^2} \right] \\ =& \frac{1}{\tilde{j}^0(\vec{r})} \frac{1}{N(2\pi\Delta^2)^{3/2}} \sum_i \left[\frac{(p_i^\mu \cdot \tilde{j}_\mu(\vec{r}))^2}{\tilde{j}^\mu(\vec{r}) \cdot \tilde{j}_\mu(\vec{r})} - p_i^\mu \cdot p_{i,\mu} \right] \exp\left[-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_i)^2}{2\Delta^2} \right]. \end{aligned} \tag{8.7}$$

Die Temperatur T und das chemische Potential μ_c erhalten wir dann aus der numerischen Lösung der Gleichungen:

$$g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{Fermi} \stackrel{!}{=} \rho_{lrf} \tag{8.8}$$

$$\frac{\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} p^2 f_{Fermi}}{\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{Fermi}} \stackrel{!}{=} < p^2 >, \tag{8.9}$$

mit der Fermi-Dirac-Verteilung f_{Fermi} aus Gleichung (8.4). In der derzeitigen numerischen Realisierung verwenden wir für ρ_{lrf} die totale Baryonendichte und bestimmen auch $< p^2 >$ durch Summation über alle Baryonen.

In Abbildung 8.2 zeigen wir die Zeitentwicklung des Temperatur- und Dichteprofils einer zentralen Au+Au-Kollision bei einer Einschußenergie von 1 AGeV. Man sieht, daß in der Hochdichtephase zwischen $t = 10$ und 20 fm/c Dichten von etwa 0.4 fm^{-3}, also dem etwa 2.5-fachen normaler Kernmateriedichte, erreicht werden. Die Temperatur beträgt in dieser Phase etwa 100 MeV. Ab etwa 15 fm/c bildet sich ein Feuerball mit einer nahezu ortsunabhängigen Temperatur. Dieser Feuerball expandiert, und zum Zeitpunkt $t = 40$ fm/c beträgt die Dichte maximal 0.02 fm^{-3} und die Temperatur weniger als 20 MeV, so daß keine für Teilchenproduktion relevanten Prozesse mehr ablaufen.

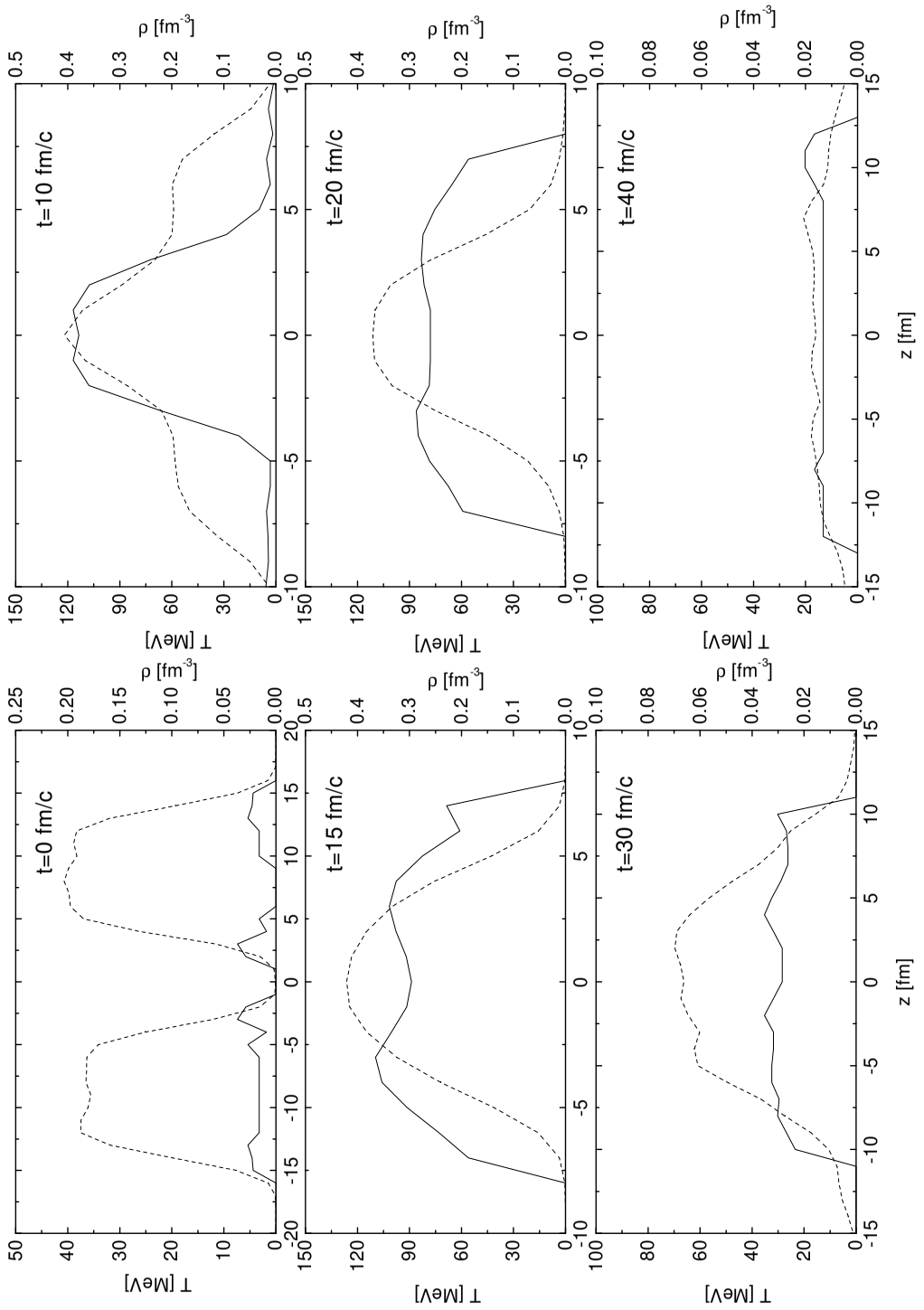

Abbildung 8.2: Zeitentwicklung des Temperatur- und Dichteprofils entlang der z-Achse in einer Au+Au-Kollision bei 1 AGeV für $b = 0$. Die durchgezogenen Linien geben die Temperatur an (linke Achsen) und die gestrichelten die Dichte (rechte Achsen).

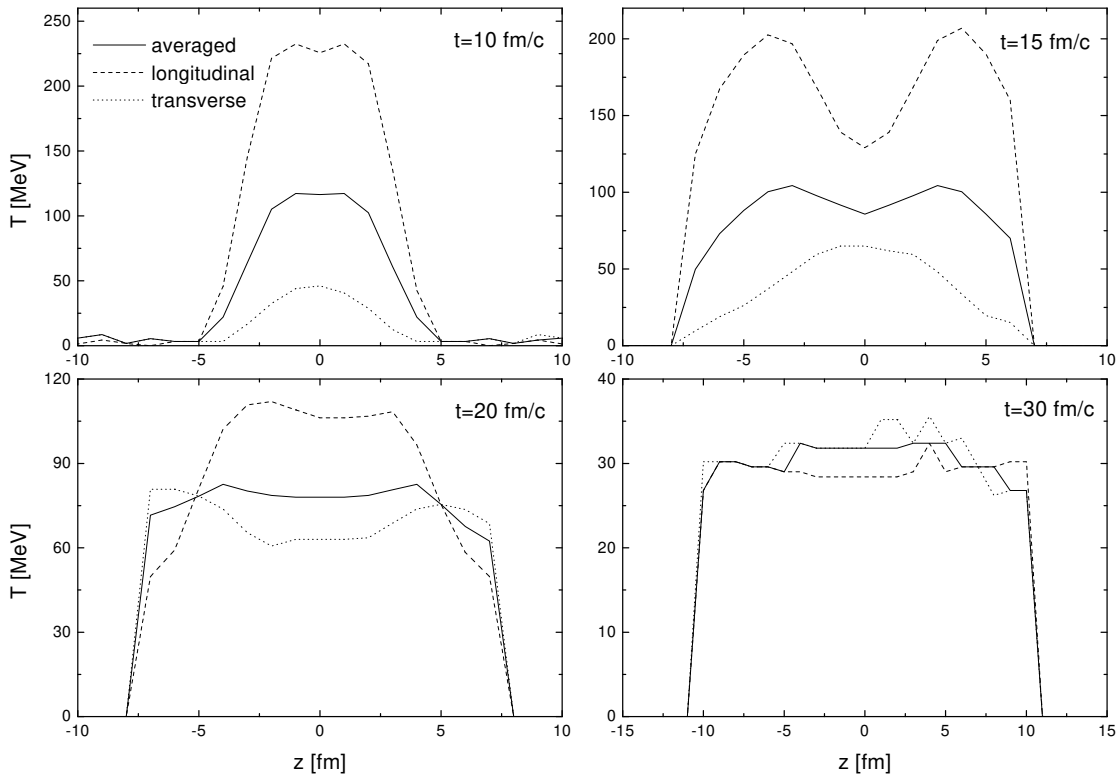

Abbildung 8.3: Zeitentwicklung des Temperaturprofils entlang der z-Achse in einer Au+Au-Kollision bei 1 AGeV für $b = 0$. Die durchgezogenen Linien geben die über alle Impulsrichtungen gemittelte Temperatur an, die gestrichelten die „longitudinale“ und die gepunkteten die „transversale“ Temperatur. Siehe Text für weitere Erklärungen.

Die Bestimmung einer Temperatur ist strenggenommen nur sinnvoll im Falle lokaler Äquilibrierung. Zu Beginn einer Schwerionenkollision, wenn die Impulsverteilung durch zwei separierte Fermi-Kugeln gegeben ist, ist dies natürlich nicht erfüllt. Das Ausmaß der Äquilibrierung läßt sich durch einen Vergleich der longitudinalen und transversalen Impulsverteilungen bestimmen. Eine solche Analyse wurde bereits in [149] durchgeführt. In Abbildung 8.3 zeigen wir für verschiedene Zeiten der betrachteten Au+Au-Kollision neben der über alle Impulsrichtungen gemittelten Temperatur (durchgezogene Linien) auch die „longitudinale“ (gestrichelte Linien) und die „transversale“ Temperatur (gepunktete Linien). Die longitudinale Temperatur wurde hier mit dem oben beschriebenen Verfahren aus $3 < p_z^2 >$ im lokalen Ruhesystem bestimmt, die transversale aus $\frac{3}{2} < p_x^2 + p_y^2 >$. Aus Abbildung 8.3 sieht man, daß die transversale und die longitudinale Temperatur in der Anfangsphase der Reaktion, wie zu erwarten war, sehr stark voneinander abweichen. Die longitudinale Temperatur erreicht Werte von über 200 MeV, während die transversale Temperatur in den ersten 15 fm/c 50 MeV nicht übersteigt. Jedoch bereits nach 20 fm/c, also noch in der Hochdichtephase (siehe Abbildung 8.2), stimmt die gemittelte Temperatur recht gut mit der transversalen überein. Zum Zeitpunkt 30 fm/c hat eine komplette Äquilibrierung bezüglich der longitudinalen und transversalen Impulsfreiheitsgrade stattgefunden.

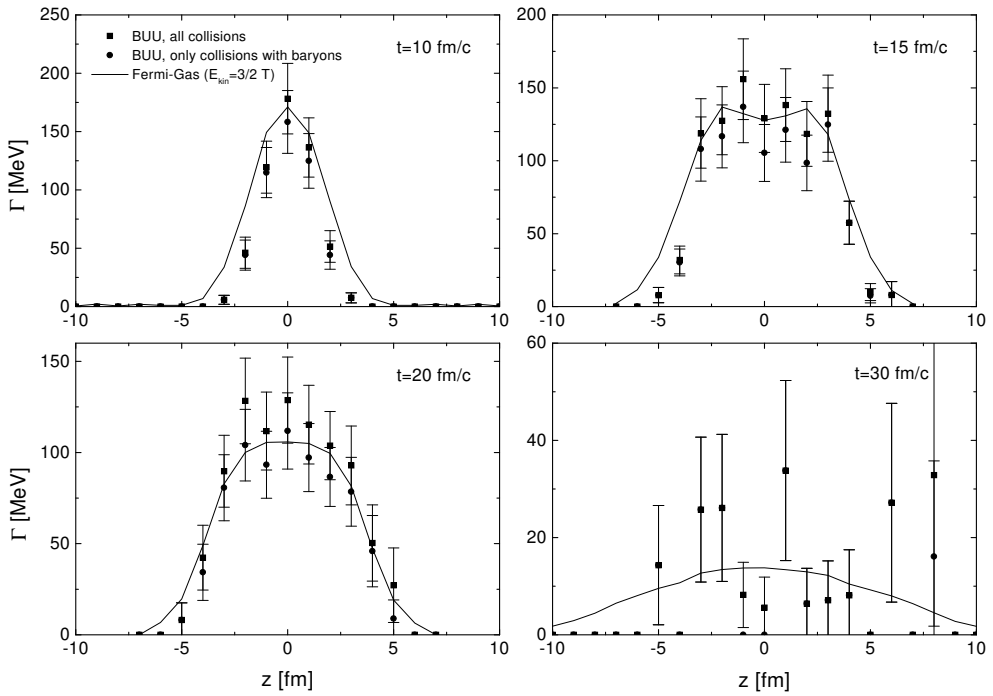

Abbildung 8.4: Vergleich der lokalen, impulsintegrierten Nukleonenbreiten aus den tatsächlichen Stoßraten der Nukleonen im BUU-Modell und aus der Fermi-Gas-Rechnung in einer Au+Au-Kollision entlang der z-Achse bei 1 AGeV und $b = 0$ für verschiedene Zeiten. Die Quadrate wurden durch Berücksichtigung aller Kollisionen der Nukleonen erhalten, die Kreise bei Berücksichtigung nur der Stöße mit Baryonen.

Mit unserem Verfahren ergibt sich in der Nichtgleichgewichtsphase eine recht hoher Wert für die über die Impulsrichtungen gemittelte Temperatur T. Die Verwendung des Parameters T als Temperatur kann dennoch sinnvoll sein, wie wir im folgenden zeigen werden.

In Abbildung 8.4 vergleichen wir die aus den tatsächlichen Stoßraten in der BUU-Simulation resultierenden lokalen Breiten entlang der z-Achse zu verschiedenen Zeiten mit den Breiten, die sich aus der Fermi-Gas-Rechnung bei der entsprechenden lokalen Dichte und Temperatur ergeben. Aus der Anzahl der Kollisionen berechnen wir die Breite über:

$$\Gamma(\vec{r},t) = -\gamma \frac{\ln\left(\frac{N_0(\vec{r},t)-N_c(\vec{r},t)}{N_0(\vec{r},t)}\right)}{\Delta t}, \tag{8.10}$$

wobei $N_0(\vec{r},t)$ die Anzahl der zu einem Zeitpunkt t in der Ortsraumzelle um $\vec{r}$ vorhandenen Nukleonen und $N_c(\vec{r},t)$ die Anzahl der an einem Stoß in einem Zeitschritt Δt teilgenommenen Nukleonen bezeichnet. Wir hatten oben bereits dargelegt, daß eine lokale und impulsabhängige Bestimmung der Breiten aus Gründen der numerischen Statistik nicht möglich ist. Daher werden N_0 und N_c über die Impulsverteilung der Nukleonen summiert. Für den Lorentzfaktor γ verwenden wir hier j^0/ρ_{lrf}.

In Abbildung 8.4 sind sowohl die Breiten dargestellt, die sich unter Berücksichtigung aller Kollisionen der Nukleonen ergeben (Quadrate), wie auch die Breiten, die

wir nur aus den Stößen mit Baryonen erhalten (Kreise). Man sieht, daß beide Breiten nur unwesentlich voneinander abweichen, da bei der hier betrachteten Einschußenergie von 1 AGeV die Mesonendichte noch recht klein sind. Daher ist die Vernachlässigung von Meson-Nukleon-Stößen für die Berechnung der Stoßbreiten der Nukleonen gerechtfertigt. Die gezeigten Stoßraten wurden aus einer BUU-Rechnung mit einer Testteilchenanzahl von $N = 1000$ gewonnen. Trotz dieser sehr großen Zahl sind die lokalen Stoßraten mit großen statistischen Fehlern behaftet.

Die in Abbildung 8.4 gezeigten Breiten der Fermi-Gas-Rechnung wurden bei einem Impuls abgegriffen, der einer kinetischen Energie von $3/2\,T$ enstspricht. Die tatsächlichen Stoßraten stimmen im Rahmen der numerischen Statistik sehr gut mit diesen Fermi-Gas-Werten überein. Dies gilt auch für die frühe Nichtgleichgewichtsphase der Reaktion. In der Anfangsphase ist zum einen Pauli-Blocking unbedeutend, da ein Großteil des Phasenraums offensteht, und zum anderen finden die Stöße bei relativ hohen invarianten Energien statt. Beides wird durch die hohe Temperatur simuliert, die wir mit dem oben beschriebenen Verfahren aus der Testteilchenverteilung erhalten. Außerdem hängt die Nukleonenbreite ohnehin nur schwach von der Temperatur und hauptsächlich von der Dichte ab. Aus den genannten Gründen ist die Berechnung der Breiten im Rahmen des einfachen Fermi-Gas-Modells gerechtfertigt, und eine Erweiterung des Modells, zum Beispiel die Approximation der Phasenraumverteilungsfunktion durch drei Fermi-Kugeln (siehe [36] für die Anwendung eines solchen 3-Fluid-Modells zur Berechnung der Potentiale), ist nicht notwendig.

Neben der lokalen, impulsgemittelten Nukleonenbreite haben wir mit Hilfe des BUU-Modells auch die Stoßbreiten der Nukleonen als Funktion von Dichte, Temperatur und Impuls über eine Orts- und Zeitintegration bestimmt. Die Resultate sind in Abbildung 8.5 als Funktion des Impulses im lokalen Ruhesystem für verschiedene Dichten und Temperaturen im Vergleich zu der Fermi-Gas-Rechnung dargestellt. Bei der Bestimmung der Breiten im BUU-Modell tritt das Problem auf, daß Teilchen, die den gleichen Impuls p im lokalen Ruhesystem haben, verschiedene Lorentzfaktoren $\gamma = p_0/\mu$ im Rechensystem haben können. Daher berechnen wir die Breiten gemäß Gleichung (8.10) zusätzlich als Funktion von γ (N_0 und N_c hängen hier nun von $|\vec{p}|$, ρ, T und γ ab) und erhalten die in Abbildung 8.5 dargestellten Breiten durch eine mit N_0 gewichtete Mittelung. Wie bereits im Falle der lokalen Breiten liefert die Fermi-Gas-Rechnung eine sehr gute Beschreibung der aus der BUU-Simulation erhaltenen Breiten. Diese gute Übereinstimmung ist ein deutlicher Hinweis darauf, daß die numerische Realisierung des Kollisionsterms im BUU-Modell fehlerfrei ist. Überdies wird die Verwendung der Breite aus der Fermi-Gas-Rechnung erneut gerechtfertigt.

8.2 Transporttheoretische Behandlung von Off-Shell-Nukleonen

8.2.1 Kollisionsterm

Wie bereits im Falle der Vektormesonen vernachlässigen wir Änderungen der Wirkungsquerschnitte und Zerfallsraten, die sich eigentlich aufgrund einer Mediummodifikation der Spektralfunktion der Nukleonen ergeben, da ihre Berücksichtigung den numeri-

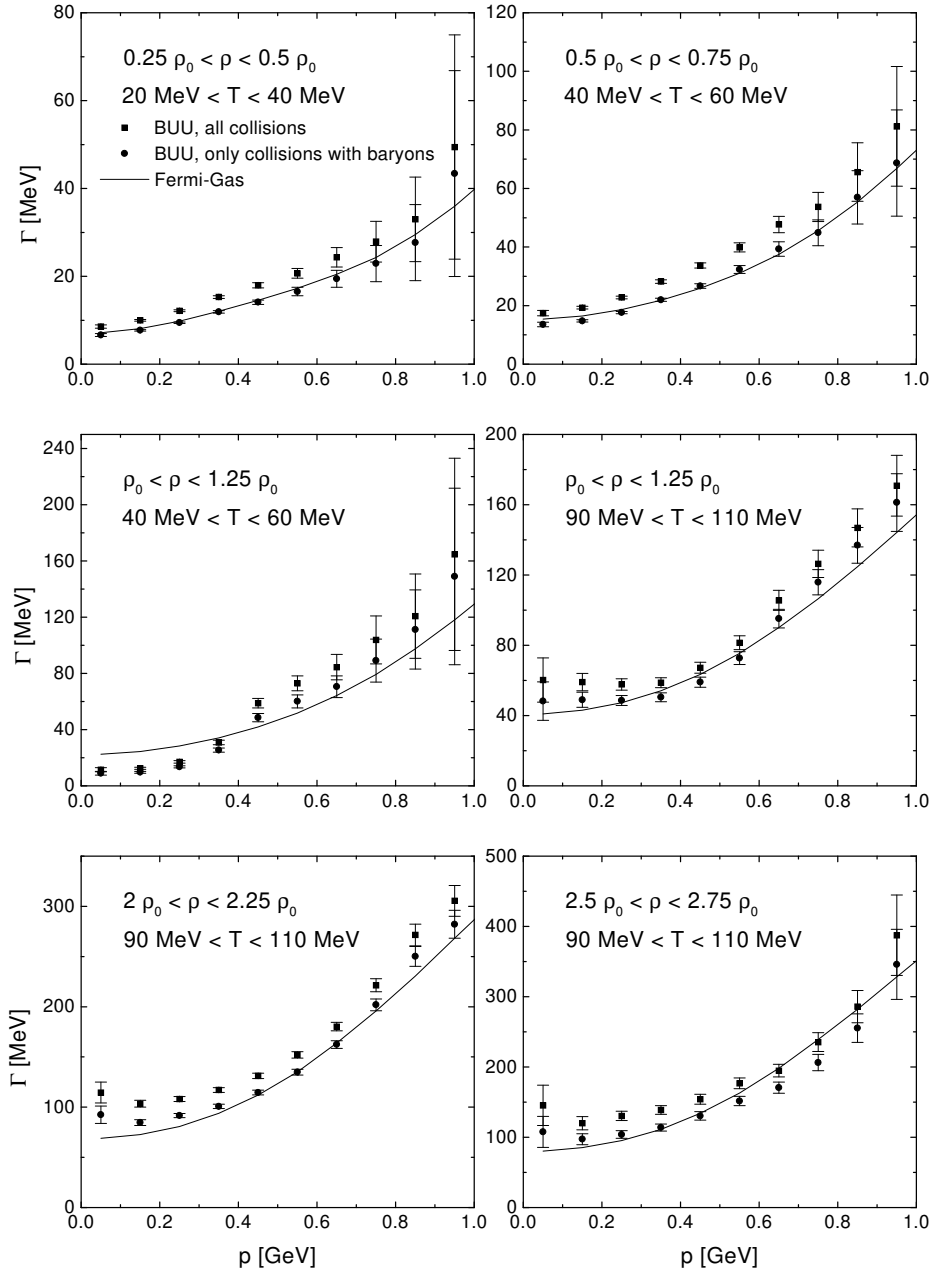

Abbildung 8.5: Vergleich der Nukleonenbreiten als Funktion des Impulses im lokalen Ruhesystem aus den tatsächlichen Stoßraten der Nukleonen im BUU-Modell und aus der Fermi-Gas-Rechnung in einer Au+Au-Kollision bei 1 AGeV und $b = 0$ für verschiedene Dichten und Temperaturen. Die Breiten aus dem BUU-Modell wurden durch eine Orts- und Zeitintegration gewonnen.

schen Aufwand drastisch erhöhen würde. Alle Wirkungsquerschnitte werden mit der in Gleichung (3.44) definierten freien invarianten Energie $\sqrt{s}_{free}$ berechnet. Für invariante Energien in Stößen von Off-Shell-Nukleonen unterhalb von $2M_N$ nehmen wir den Wirkungsquerschnitt als konstant an. Es wurde überprüft, daß sich die Resultate nicht

ändern, wenn der elastische Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt als Funktion von $\sqrt{s}_{free} - \mu_1 - \mu_2$ anstelle von $\sqrt{s}_{free}$ verwendet wird. Die In-Medium-Spektralfunktion der Nukleonen geht nur in die Bestimmung der Viererimpulse der produzierten Nukleonen ein. Im Falle von zwei Teilchen im Endzustand werden die Massen und der Streuwinkel gemäß:

$$\frac{dn}{d\Omega d\mu_3 d\mu_4} \propto W(\theta) p_f \mathcal{A}_3 \mathcal{A}_4, \tag{8.11}$$

bestimmt, wobei $W(\theta)$ die entsprechende Winkelverteilung (siehe Anhang A.1) angibt und p_f der Schwerpunktsimpuls der auslaufenden Teilchen mit invarianten Massen μ_3 und μ_4 ist. Um die Verallgemeinerung von Gleichung (8.11) auf Dreiteilchenendzustände zu vermeiden, führen wir alle folgenden Rechnungen ohne Prozesse mit Dreiteilchenendzuständen durch. Diese spielen für die globale Reaktionsdynamik ohnehin nur eine sehr kleine Rolle. Insbesondere vernachlässigen wir $NN \leftrightarrow NN\pi$.

Die in den Kollisionsterm eingehenden Pauli-Blocking-Faktoren sind gegeben als $(1-f)$, wobei f über Gleichung (2.67) gegeben ist. Mit den derzeit verfügbaren Möglichkeiten sind die Testteilchenzahlen zu klein, um f als Funktion von μ zu bestimmen. Überdies ist die Division durch die Spektralfunktion numerisch problematisch. Daher nehmen wir das Pauli-Blocking als unabhängig von der invarianten Masse μ an und ersetzen:

$$((1 - f(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu)) \rightarrow \left(1 - \int d\mu' F(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu')\right).$$

Die Mittelung im Orts- und Impulsraum geschieht analog zum On-Shell-Transport mit dem in Kapitel 3.3.4 beschriebenen Verfahren.

8.2.2 Propagation

In Kapitel 6.1.2 hatten wir diskutiert, daß die Transportgleichung (2.66) nicht die richtigen asymptotischen Lösungen liefert, da ein stoßverbreitertes Teilchen nicht automatisch seine Stoßbreite verliert, wenn es aus dem nuklearen Medium propagiert. Dort hatten wir in Gleichung (6.5) für die Vektormesonen ρ und ω ein skalares Potential s_i eingeführt, das die asymptotische Breite wiederherstellt. Um für ein System von Nukleonen Energieerhaltung zu gewährleisten, muß die Rückkopplung dieses Potentials auf die anderen Nukleonen, die das Potential über die Dichte erzeugen, berücksichtigt werden. Das Off-Shell-Potential s_i für ein Testteilchen i ist nun folgendermaßen definiert:

$$s_i(\vec{x}_i(t), t)) = (\mu_i(t_{cr}) - \mu_{vac} - \bar{s}(\vec{x}_i(t_{cr}), t_{cr})) \frac{\rho(\vec{x}_i(t), t)}{\rho(\vec{x}_i(t_{cr}), t_{cr})}, \tag{8.12}$$

wobei t_{cr} den Produktionszeitpunkt bezeichnet. Da Nukleonen im Vakuum stabil sind, ist die Vakuum-Masse $\mu_{vac} = M_N$. Die Masse μ_i ist somit:

$$\mu_i(t) = \mu_{vac} + s_i(\vec{x}_i(t), t) + \bar{s}(\vec{x}_i(t), t). \tag{8.13}$$

Das Rückkopplungspotential $\bar{s}$ ist gegeben als:

$$\bar{s}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} < \mu - \mu_{vac} > = \frac{1}{2} \frac{\int d^3p d\mu (\mu - \mu_{vac}) F(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu)}{\int d^3p d\mu F(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu)}. \tag{8.14}$$

Das beschriebene Verfahren erhält die totale Energie, da $\bar{s}$ der lokale Mittelwert der Potentiale s_i ist:

$$< s_i >=< \mu - \mu_{vac} - \bar{s} >= \frac{1}{2} < \mu - \mu_{vac} >= \bar{s}, \tag{8.15}$$

und damit jedes Teilchen auf die Teilchen am gleichen Ort das gleiche Potential ausübt, das diese Teilchen auf das betrachtete Teilchen ausüben.

Das beschriebene Vorgehen kann auch über eine Modifikation der Bewegungsgleichung (3.4) für die Masse des Testteilchens ausgedrückt werden:

$$\frac{d\mu_i}{dt} = \frac{\mu_i - \mu_{vac} - \bar{s}}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{d\bar{s}}{dt} \approx \frac{\mu_i - \mu_{vac} - \bar{s}}{\Gamma_{coll}}\frac{d\Gamma_{coll}}{dt} + \frac{d\bar{s}}{dt}, \tag{8.16}$$

wobei wir im letzten Schritt angenommen haben, daß die Stoßbreite $\Gamma_{coll}(t) \propto \rho(t)$. Da s_i und $\bar{s}$ in die Bewegungsgleichungen als gewöhnliche Potentiale eingehen, erhalten wir auch eine zugehörige Modifikation der Bewegungsgleichung (3.3) für den Impuls des Testteilchens:

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = -\frac{\mu + U_S}{p_0}\left(\frac{\partial U_S}{\partial \vec{r}} + \frac{\mu - \mu_{vac} - \bar{s}}{\Gamma_{coll}}\frac{\partial \Gamma_{coll}}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial \bar{s}}{\partial \vec{r}}\right), \tag{8.17}$$

wobei wir hier die Einteilchen-Hamiltonfunktion aus Gleichung (2.19) mit dem effektiven skalaren Potential U_S und ohne Vektorpotential verwendet haben.

8.3 Observable Effekte

Im folgenden präsentieren wir die Resultate des vorgestellten Formalismus exemplarisch für zentrale Au+Au-Kollision bei einer Einschußenergie von 1 AGeV. Es wurde überprüft, daß die Effekte für größere Stoßparameter und kleinere Systeme ähnlich sind. Wir verwenden ein impulsunabhängiges Nukleonenpotential (Parametersatz M in Tabelle 2.1). Mit einer weicheren Zustandsgleichung (Parametersatz S) ergeben sich quantitativ die gleichen Effekte. Die Verwendung eines impulsabhängigen und nicht von der invarianten Masse des Teilchens abhängenden Potentials ist problematisch, da dann die Testteilchengeschwindigkeit aus Gleichung (3.2) größer als 1 werden kann. In der Population der Nukleonen verwenden wir als minimale Masse 400 MeV, um sicherzustellen, daß kein Nukleon aufgrund des Off-Shell-Potentials eine effektive Masse kleiner als null annimmt.

Wir beschränken uns in den Rechnungen dieses Kapitels auf Mediummodifikationen der Spektralfunktionen der Nukleonen und verwenden für die Resonanzen Vakuumspektralfunktionen. In Kapitel 4.4.4 hatten wir gesehen, daß sich aus der Berücksichtigung der In-Medium-Spektralfunktion für die Δ-Resonanz keine großen Effekte auf die Pionenproduktion ergeben. Wir haben überprüft, daß sich die folgenden Resultate nicht ändern, wenn die In-Medium-Spektralfunktion der Δ-Resonanz anstelle der Vakuumspektralfunktion verwendet wird.

Zunächst demonstrieren wir in Abbildung 8.6, daß unser Verfahren auch in der tatsächlichen numerischen Realisierung energieerhaltend ist. Die Energiedichte im lokalen Ruhesystem ϵ ist gegeben als:

$$\epsilon = \sum_i \tau_i + v, \tag{8.18}$$

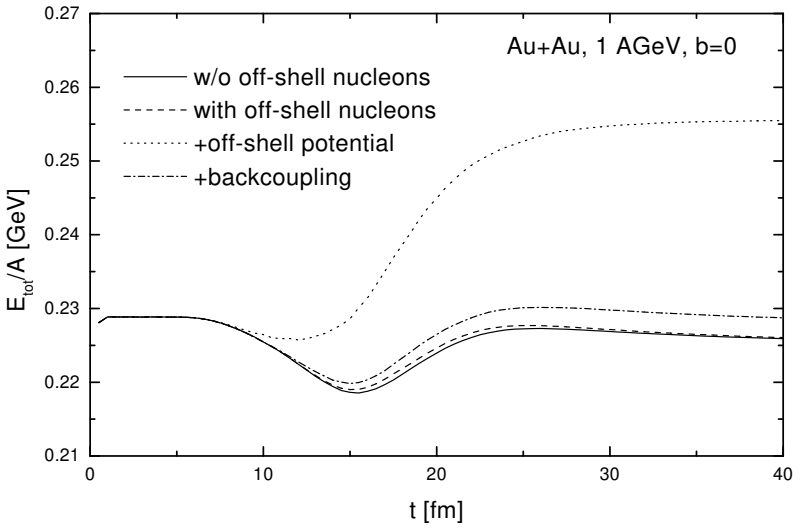

Abbildung 8.6: Totale Energie als Funktion der Zeit in einer Au+Au-Kollision bei 1 AGeV mit verschiedenen Behandlungen der Off-Shell-Nukleonen.

wobei sich die Summe über alle berücksichtigten Teilchenspezies i erstreckt und die potentiellen Energiedichte v über Gleichung (2.36) mit der totalen Baryonendichte berechnet wird. Die kinetische Energiedichte τ_i ist ohne Off-Shell-Potential gegeben als:

$$\tau_i = g_i \int \frac{d^3p d\mu}{(2\pi)^3} \sqrt{\mu^2 + \vec{p}^2} F_i(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu). \tag{8.19}$$

Im Falle der Rechnung mit Off-Shell-Potential fassen wir die Off-Shellness eines Teilchens, also die Differenz aus kinetischer Off-Shell- und On-Shell-Energie, als Potential auf. Da dieses Potential, wie ein Zweiteilchenpotential, proportional zur Dichte ist, geht es in die Gesamtenergie mit einem Faktor 1/2 ein. Für die Nukleonen ergibt sich somit:

$$\begin{aligned} \tau_N &= g_N \int \frac{d^3p d\mu}{(2\pi)^3} \left[E_{on-shell} + \frac{1}{2} \left(E_{off-shell} - E_{on-shell} \right) \right] F_N(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu) \\ &= g_N \int \frac{d^3p d\mu}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \left(\sqrt{\mu^2 + \vec{p}^2} + \sqrt{M_0^2 + \vec{p}^2} \right) F_N(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu). \end{aligned} \tag{8.20}$$

Die totale Energie im Rechensystem ergibt sich aus einer Ortsintegration unter Berücksichtigung der enstprechenden Lorentz-Faktoren.

Im Falle der Rechnung ohne Off-Shell-Nukleonen (durchgezogene Linie in Abbildung 8.6) sieht man, daß die totale Energie vom Anfang bis zum Ende der Kollision bis auf etwa 1% erhalten ist. In der Hochdichtephase liegt die totale berechnete Energie zwar um etwa 5% unter dem Anfangswert; dies ist aber auf die numerischen Ungenauigkeiten bei der Berechnung der Energie und nicht auf eine Verletzung der Energieerhaltung zurückzuführen. Bei Berücksichtigung der In-Medium-Breiten der Nukleonen aber ohne Off-Shell-Potential (gestrichelte Linie) ergibt sich nahezu das gleiche Resultat. Die Rechnung mit Off-Shell-Potential und ohne Rückkopplungspotential liefert

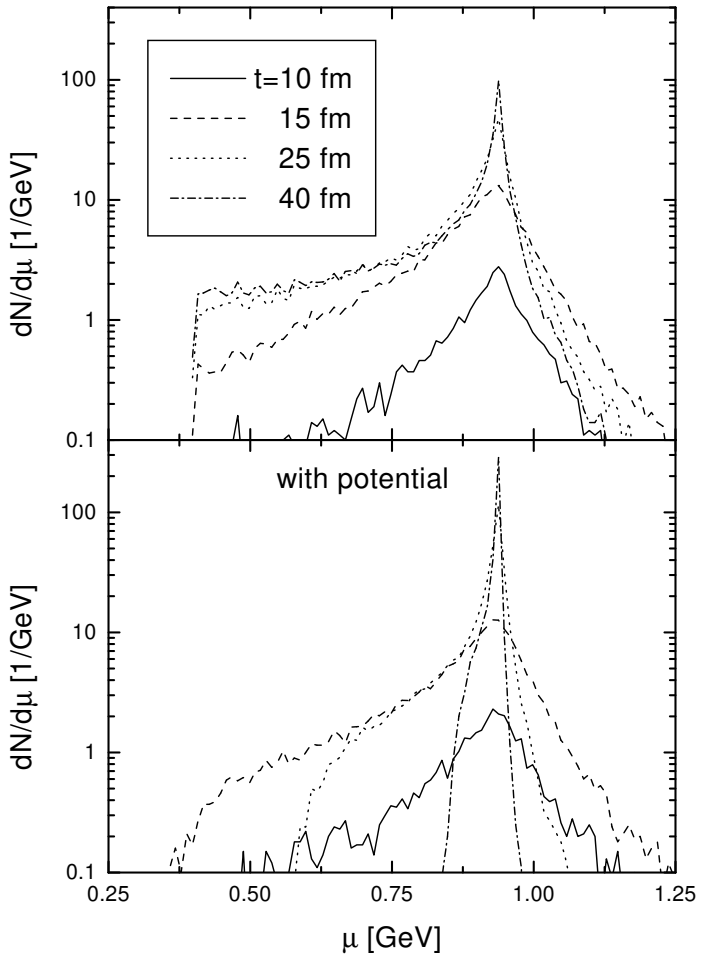

Abbildung 8.7: Spektrale Verteilung der Nukleonen in einer Au+Au-Kollision bei 1 AGeV. Für die untere Abbildung wurde das Off-Shell-Potential aus Gleichung (8.12) (ohne das Rückkopplungspotential $\bar{s}$) berücksichtigt.

die gepunktete Linie. Man sieht, daß Energieerhaltung drastisch verletzt wird und die totale Energie am Ende der Reaktion etwa 10% über der totalen Energie zu Beginn liegt. Durch das Rückkopplungspotential (strich-gepunktete Linie) wird dies behoben. Die Gesamtenergie ist nun numerisch genauso gut erhalten wie in der Rechnung ohne Off-Shell-Nukleonen.

In Abbildung 8.7 ist das massendifferentielle Spektrum der Nukleonen:

$$\frac{dN}{d\mu}(t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} d^3r F(\vec{r}, t, \vec{p}, \mu) \tag{8.21}$$

zu verschiedenen Zeiten der Reaktion dargestellt, wobei wir nur die Nukleonen berücksichtigen, die an mindestens einer Kollision teilgenommen haben, da die anderen (ohne Rückkopplungspotential) zu einer δ-Funktion bei der Vakuummasse beitragen. Im oberen Teil ist das Ergebnis der Rechnung ohne Off-Shell-Potential abgebildet. Man sieht, daß die Verteilung der Nukleonen am Ende der Reaktion ($t = 40$ fm/c) bei der Polmasse einen Peak mit einer recht geringen Breite von etwa 10 MeV aufweist. Die

meisten Nukleonen kommen also allein aufgrund der Kollisionen nahezu auf ihre Massenschale, da während der Expansion des Feuerballs die Bedingung (6.4) gut erfüllt ist. Allerdings erhalten wir auch einen ziemlich breiten Schwanz von Nukleonen mit niedrigen invarianten Massen. Die Berücksichtigung des Off-Shell-Potentials beseitigt dieses Problem (unterer Teil von Abbildung 8.7). Die spektrale Verteilung in der Hochdichtephase der Reaktion wird durch das Off-Shell-Potential nur geringfügig beeinflußt, da hier die Stoßraten so groß sind, daß die Nukleonen von einer Kollision bis zu nächsten keinen relevanten Dichtegradienten durchlaufen. Die Verteilung hat eine Breite von etwa 200 MeV, was deutlich macht, daß eine On-Shell-Näherung für die Nukleonen nur sehr schwer gerechtfertigt werden kann. Eine wichtige Eigenschaft der spektralen Verteilungen ist ihre deutliche Asymmetrie mit einer Erhöhung bei kleinen Massen. Dies ist darauf zurückzuführen, daß der verfügbare Phasenraum mit kleiner werdender invarianter Masse zunimmt.

8.3.1 Teilchenproduktion

Im oberen Teil der Abbildung 8.8 zeigen wir, daß die Berücksichtigung von Off-Shell-Nukleonen einen großen Einfluß auf das resultierende Pionenspektrum hat. Die durchgezogene Linie stellt das Resultat der Rechnung ohne Off-Shell-Nukleonen dar. Bei Einschluß der In-Medium-Spektralfunktionen der Nukleonen in ihrer Population und ohne Off-Shell-Potential (gestrichelte Linie) ergibt sich eine deutliche Erhöhung des Pionenspektrums für große Pionenergien um mehr als einen Faktor 2. Das Spektrum bei kleinen Energien unterhalb von 200 MeV wird nur sehr geringfügig modifiziert. Die zusätzliche Berücksichtigung des Off-Shell-Potentials (gepunktete Linie) und des Rückkopplungspotentials (strich-gepunktete Linie) ändern an dem Off-Shell-Effekt nur sehr wenig. Für diesen Effekt gibt es im wesentlichen zwei Gründe. Zum einen können in der frühen Phase der Reaktion Nukleonen mit großen invarianten Massen gebildet werden, die zu hochenergetischen sekundären Stößen beitragen. Dies ist der Effekt, der in [147] untersucht wurde. Zum anderen können auslaufende Nukleonen kleine Massen haben, so daß in $NN \to NR$ schwerere Resonanzen und in $R \to N\pi$ höherenergetische Pionen erzeugt werden können. In einer Nukleon-Nukleon-Kollision bei einer Einschußenergie von 1 GeV kann ein Pion mit einer Energie von maximal nur etwa 300 MeV produziert werden. Die Erhöhung des Spektrums betrifft also nahezu ausschließlich Pionen, die nur durch kollektive Mechanismen produziert werden können.

Im unteren Teil der Abbildung 8.8 zeigen wir die Spektren der K^+-Mesonen, die sich mit den verschiedenen Off-Shell-Szenarien ergeben. Die Berücksichtigung von Off-Shell-Nukleonen führt zu einer Erhöhung des Spektrums um ungefähr einen Faktor 2, wobei – wie in der Pionenproduktion – der Einfluß von Off-Shell-Potential und Rückkopplung klein ist. Die Erhöhung wird alleine durch den Anstieg von hochenergetischen Baryon-Baryon- und Meson-Baryon-Kollisionen verursacht, da wir die totalen Produktionswirkungsquerschnitte nicht modifizieren. Eine solche Modifikation verstärkte den Effekt, da zum Beispiel in $BB \to NYK$ eine endliche Breite des auslaufenden Nukleons zu einer effektiven Absenkung der Produktionsschwelle führt. In der derzeitigen Rechnung wurde auch für die Bestimmung des Kaonenimpulses in $BB \to NYK$ die Vakuumspektralfunktion des Nukleons verwendet. Bei einer Berücksichtigung der In-Medium-Spektralfunktion wäre eine weitere Erhöhung hochenergetischer Kaonen zu

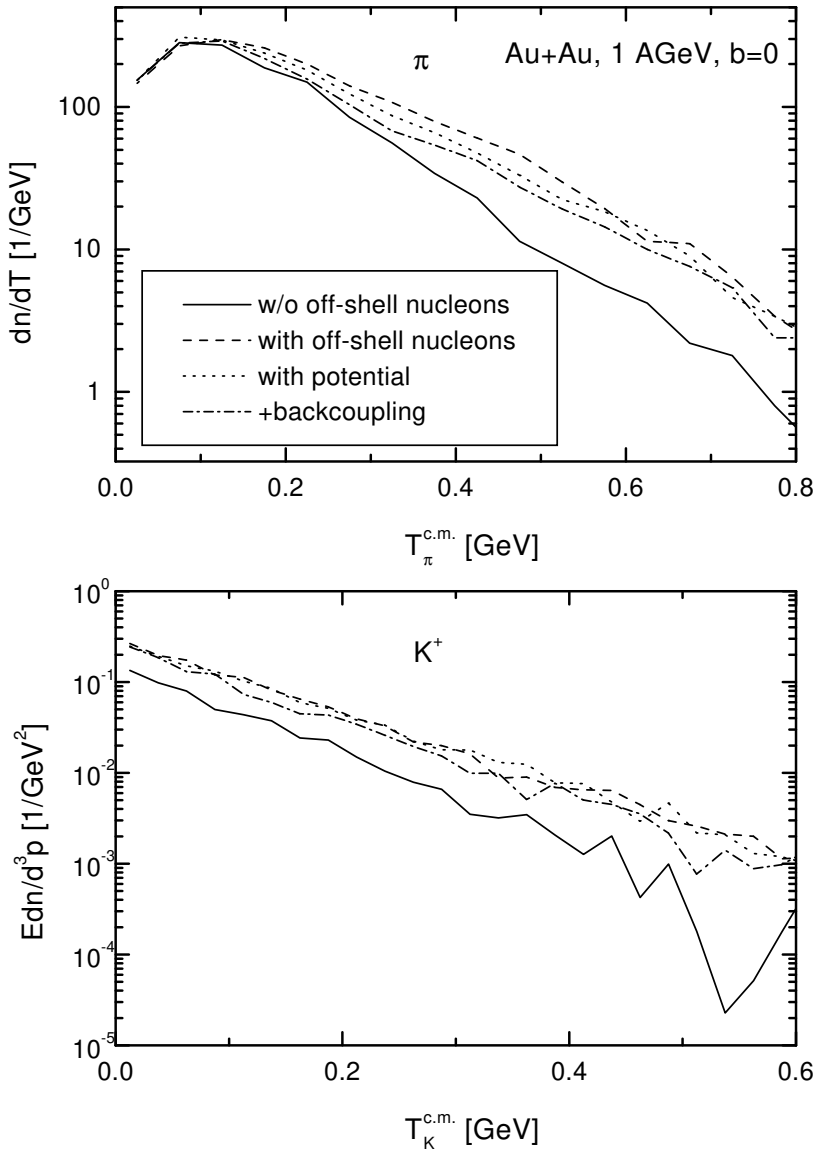

Abbildung 8.8: Effekt der Off-Shell-Propagation auf Pionen- (obere Abbildung) und Kaonen-Spektren (untere Abbildung). Siehe Text für eine detaillierte Beschreibung der Bedeutung der Linien.

erwarten.

Der Grund für den recht kleinen Einfluß des Off-Shell-Potentials liegt darin, daß die hochenergetischen Mesonen in der frühen Phase der Reaktion produziert werden, in der, wie wir oben gesehen haben, das Potential aufgrund der hohen Stoßraten keine große Rolle spielt. Neuere Untersuchungen [153] zeigen, daß sich die hier ad hoc eingeführten Modifikationen der Bewegungsgleichungen der Testteilchen möglicherweise aus der von uns vernachlässigten Poisson-Klammer zwischen Reg und $\Sigma^<$ in der ursprünglichen Off-Shell-Transportgleichung (2.2) ergeben könnten. Für die Produktion hochenergetischer Mesonen spielen jedoch die genauen Mechanismen, wie die Nukleonen am Ende der

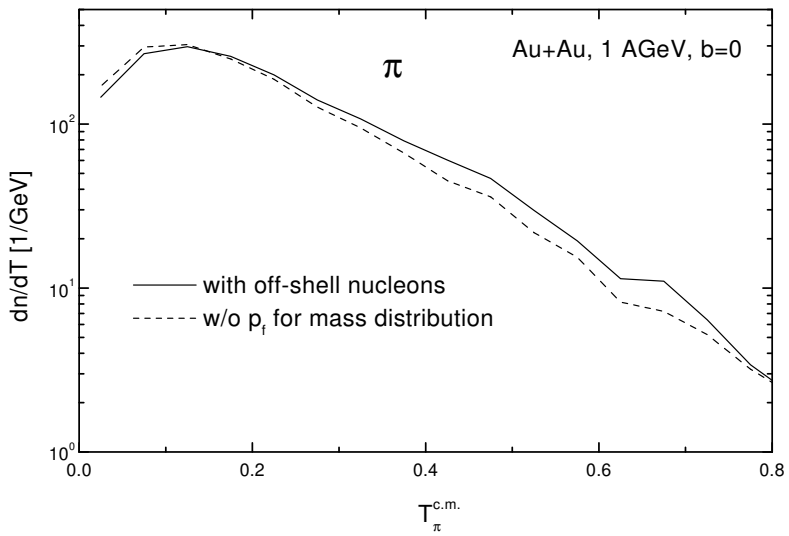

Abbildung 8.9: Einfluß des Phasenraumfaktors p_f in Gleichung (8.11) auf das Pionenspektrum.

Reaktion auf ihre Massenschale kommen, vermutlich nur eine untergeordnete Rolle.

In Abbildung 8.9 ist der Einfluß des Phasenraumfaktors p_f in Gleichung (8.11) auf das Pionenspektrum dargestellt. Die Rechnung ohne diesen Faktor ergibt eine leichte Absenkung des Spektrums bei hohen Energien; der Off-Shell-Effekt wird dadurch jedoch nur unwesentlich beeinflußt. Wir sollten aber betonen, daß eine Vernachlässigung des Phasenraumfaktors p_f nicht sinnvoll ist.

Normalerweise berechnen wir die freie invariante Energie $\sqrt{s}_{free}$, die zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte im Kollisionsterm benötigt wird, gemäß Gleichung (3.44) mit den Off-Shell-Massen μ_1 und μ_2 der einlaufenden Teilchen. In Abbildung 8.10 zeigt die gestrichelte Linie das Resultat einer Rechnung, in der $\sqrt{s}_{free}$ mit den Vakuummassen berechnet wurde. Man sieht, daß hierdurch das Pionenspektrum nur unwesentlich beeinflußt wird.

Wir erwähnen hier, daß in der quantenmechanischen Off-Shell-Untersuchung in [148] auch eine Erhöhung der Teilchenproduktion aufgrund von Korrelationen gefunden wurde. Ein direkter Zusammenhang mit unseren Rechnungen ist allerdings derzeit noch unklar.

In [150] wurde ebenfalls ein hadronisches Transportmodell für Off-Shell-Nukleonen entwickelt. Während dort die Massen der Testteilchen mit einer unserer Bewegungsgleichung (8.16) ähnlichen Gleichung propagiert werden, besteht ein wesentlicher Unterschied zu unserem Modell darin, daß in [150] die Bewegungsgleichung für den Impuls aus der Forderung nach zeitlicher Konstanz der Einteilchenenergie (ohne den Realteil des Potentials) erhalten wurde. Daraus ergibt sich:

$$\frac{d\vec{p}_i^{\,2}}{dt} = -\frac{d\mu_i^2}{dt}. \tag{8.22}$$

Da in die Bewegungsgleichung für $\vec{r}_i$ die Breite des Teilchens nicht eingeht, können sich

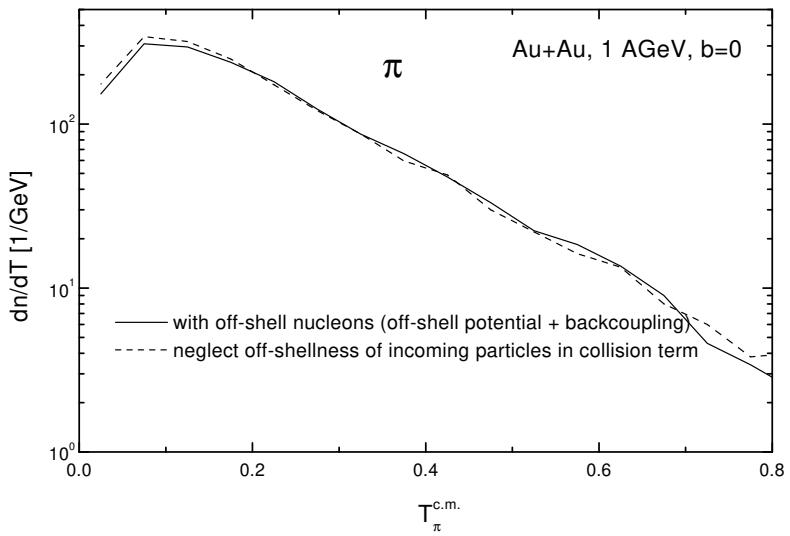

Abbildung 8.10: Einfluß der Off-Shellness der einlaufenden Teilchen im Kollisionsterm auf das Pionenspektrum.

in einem solchen Zugang komplexe Impulse ergeben. Um dies zu verhindern, wurde in [150] in der Population der Nukleonen gefordert, daß:

$$\sqrt{\mu^2 + \vec{p}^2} > M_N.$$

In Abbildung 8.11 zeigen wir, daß in unseren Rechnungen eine solche Forderung den Off-Shell-Effekt im Pionenspektrum zunichte macht. Die gestrichelte Linie ergibt sich bei Auswertung der Forderung im Rechensystem, das hier durch das Schwerpunktsystem der beiden einlaufenden Kerne gegeben ist, und die gepunktete bei Auswertung im lokalen Ruhesystem. Diese beiden Rechnungen stimmen praktisch überein und liefern nahezu das gleiche Spektrum wie die Rechnung ohne Off-Shell-Nukleonen. Es sollte aber betont werden, daß die Bewegungsgleichung (8.22) auch im Falle der beschriebenen Forderung in der Population zu komplexen Impulsen führen kann. Daher erscheint das von uns verwendete Verfahren zur Behandlung von Off-Shell-Nukleonen mit der Gewährleistung der Energieerhaltung über das Rückkopplungspotential sinnvoller zu sein.

8.3.2 Kollektive Observablen

In Abbildung 8.12 ist der Einfluß der verschiedenen Off-Shell-Szenarien auf das kinetische Energiespektrum der Nukleonen dargestellt. Mit Off-Shell-Nukleonen und ohne Off-Shell-Potential (gestrichelte Linie) ergibt sich eine deutliche Verschiebung des Spektrums zu größeren kinetischen Energien. Dies ist darauf zurückzuführen, daß in dieser Rechnung Nukleonen mit kleinen Massen produziert werden, die ins Vakuum laufen können. Die Rechnungen mit Off-Shell-Potential, die die korrekten asymptotischen Lösungen sicherstellen, (gepunktete Linie beziehungsweise strich-gepunktete Linie bei

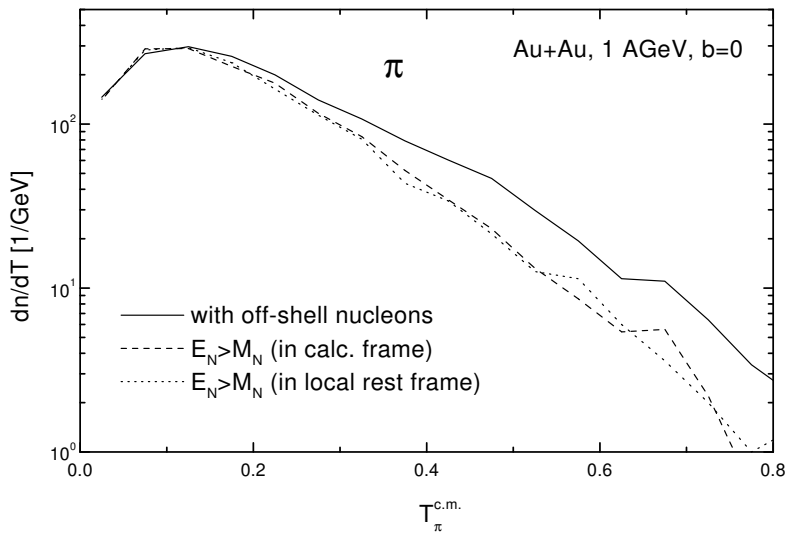

Abbildung 8.11: Effekt der Forderung einer minimalen Nukleonenergie bei der Population der Off-Shell-Nukleonen auf das Pionenspektrum. Siehe Text für genauere Erklärungen.

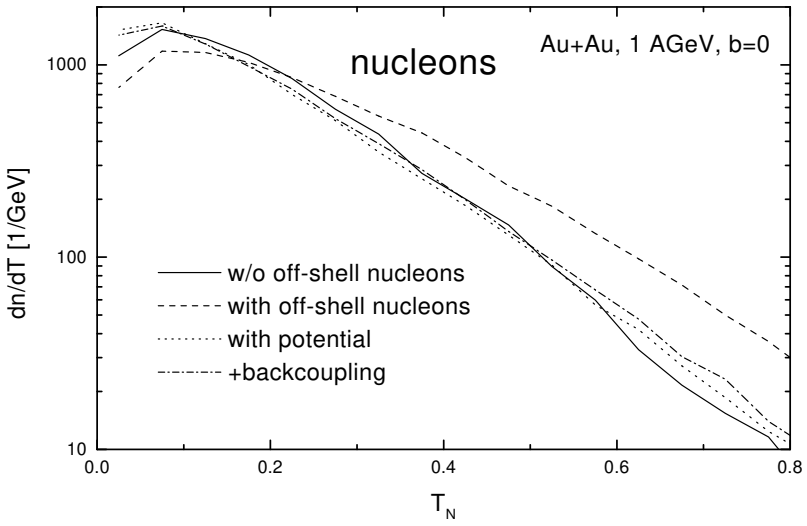

Abbildung 8.12: Einfluß der Off-Shell-Propagtion der Nukleonen auf das kinetische Energiespektrum der Nukleonen.

zusätzlicher Berücksichtigung der Rückkopplung) geben nahezu das gleiche Resultat wie die Rechnung ohne Off-Shell-Nukleonen (durchgezogene Linie).

Zum Abschluß ist in Abbildung 8.13 der transversale Protonenfluß einer Au+Au-Kollision bei 1 AGeV Einschußenergie und einem Stoßparameter von $b = 6$ fm dargestellt. Die verschiedenen Off-Shell-Behandlungen geben hier praktisch die gleichen

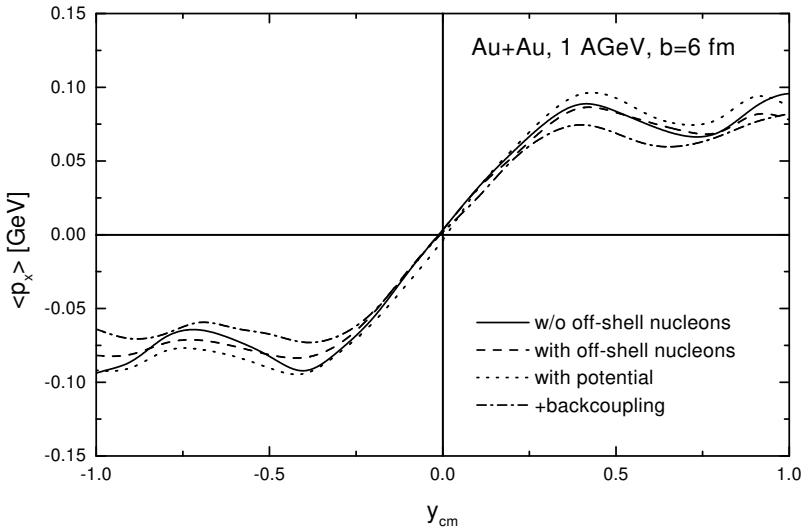

Abbildung 8.13: Einfluß der Off-Shell-Propagation der Nukleonen auf den transversalen Protonenfluß in einer Au+Au-Kollision bei 1 AGeV und $b = 6$ fm.

Resultate. Die Rechnung mit Off-Shell-Potential und Rückkopplung liefert einen Fluß, der geringfügig kleiner ist.

Kapitel 9

K^--Produktion in Schwerionenkollisionen

In der Einleitung hatten wir bereits angesprochen, daß die experimentell beobachtete erhöhte Produktion von K^--Mesonen bei SIS Energien ein möglicher Hinweis auf eine Massenabsenkung des Antikaons im nuklearen Medium ist [26]. In den bisherigen transporttheoretischen Rechnungen [154, 155, 156, 157] zur K^--Produktion in Schwerionenkollisionen wurde angenommen, daß das K^--Potential unabhängig von Impuls und Temperatur ist. Das in diesen Rechnungen verwendete Potential stammte aus Rechnungen bei Temperatur $T = 0$ und Impuls $p = 0$. In [158] wurde jedoch im Rahmen einer Gekoppelten-Kanal-Rechnung gezeigt, daß das K^--Potential eine sehr starke Abhängigkeit von Temperatur und Impuls aufweist. Außerdem wurden in [158] mit dem gleichen Modell, das zur Berechnung des K^--Potentials verwendet wurde, In-Medium-Wirkungsquerschnitte für $\bar{K}N \to \bar{K}N$ und $\bar{K}N \leftrightarrow Y\pi$ berechnet.

Im vorliegenden Kapitel präsentieren wir die Implementierung des Potentials und der In-Medium-Wirkungsquerschnitte aus [158] in unser Transportmodell und diskutieren die observablen Konsequenzen. Eine unwesentlich modifizierte Darstellung unserer Resultate findet sich auch in [158].

9.1 Mediumeffekte auf $\bar{K}$-Mesonen

In dem Modell aus [158], wie auch denen aus [159, 160, 161], ergibt sich die $\Lambda(1405)$-Resonanz als gebundener $N\bar{K}$-Zustand. Die Bindungsenergie beträgt nur etwa 30 MeV, und deshalb ergeben sich drastische Modifikationen der $\Lambda(1405)$-Resonanz im nuklearen Medium aufgrund des Pauli-Blockings des Nukleons, da hierdurch die Impulskomponenten der Wellenfunktion unterhalb des Fermi-Impulses abgeschnitten werden [159]. Die Masse der $\Lambda(1405)$-Resonanz verschiebt sich zu höheren Energien, und die Breite wird durch das Aufgehen des $N\bar{K}$-Kanals deutlich vergrößert. Während sich in einer Niedrigdichtenäherung ein repulsives Potential des Antikaons in Kernmaterie ergibt, da die $\Lambda(1405)$-Resonanz im Vakuum unterhalb der Kaon-Nukleon-Schwelle liegt, wird das Potential bereits für sehr kleine Dichten aufgrund der Massenverschiebung der $\Lambda(1405)$-Resonanz attraktiv. Das Pauli-Blocking des Nukleons hängt sehr stark von der Temperatur und vom Impuls der $\Lambda(1405)$-Resonanz relativ zur Kernmaterie ab. Daher wird der beschriebene Effekt mit zunehmendem Impuls und zunehmender Tem-

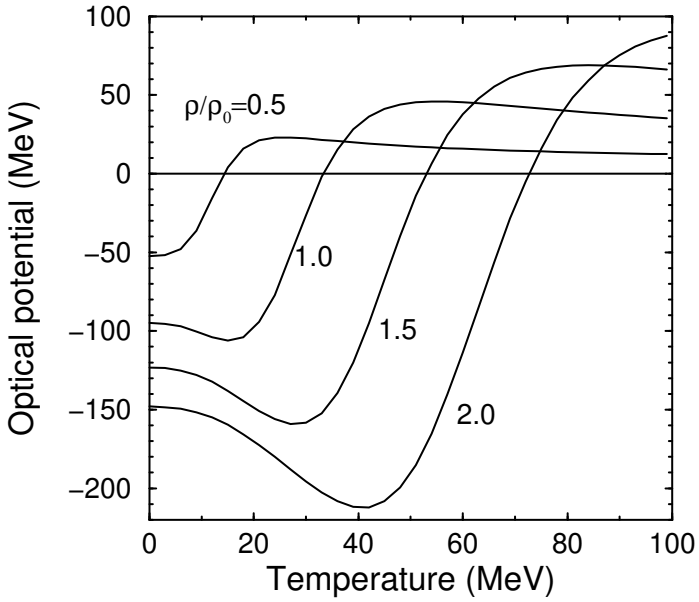

Abbildung 9.1: Das optische Potential des Antikaons als Funktion der Temperatur für verschiedene Dichten und $p = 0$. Die Abbildung wurde [158] entnommen.

peratur reduziert [158]. In Abbildung 9.1 zeigen wir beispielhaft das Resultat aus [158] für das optische Potential des Kaons mit Impuls $p = 0$ für verschiedene Dichten als Funktion der Temperatur. Man sieht, daß das Potential bei $p = T = 0$ sehr attraktiv ist (100 MeV bereits bei ρ_0), jedoch schon bei recht niedrigen Temperaturen ($\sim$30 MeV bei ρ_0) repulsiv wird.

Bei kleinen Impulsen wird die Antikaon-Nukleon-Streuung durch die Präsenz der $\Lambda(1405)$-Resonanz dominiert. Eine Verschiebung der Masse der $\Lambda(1405)$-Resonanz nach oben führt zu einer deutlichen Erhöhung der Wirkungsquerschnitte, da der Pol der Resonanz in den Bereich nichtgebundener $\bar{K}N$-Zustände wandert. In Abbildung 9.2 ist das Ergebnis der Rechnung aus [158] für den Wirkungsquerschnitt $\pi\Sigma \to K^-p$ für verschiedene Impulse des Stoßsystems relativ zur Kernmaterie als Funktion der invarianten Energie $\sqrt{s}$ dargestellt. Bei kleinen Impulsen wird der Wirkungsquerschnitt bereits bei Dichte ρ_0 um mehr als einen Faktor 20 erhöht.

9.2 Observable Effekte in Schwerionenkollisionen

9.2.1 Implementierung der Mediummodifikationen

Um die observablen Konsequenzen des Modells aus [158] zu untersuchen, haben wir das $\bar{K}$-Potential und die In-Medium-Wirkungsquerschnitte in unser Transportmodell implementiert. Die Impulsabhängigkeit des Potentials wurde nicht berücksichtigt, da es für Impulse um 300 MeV so stark mit dem Impuls ansteigt, daß sich Geschwindigkeiten ergeben würden, die größer als 1 sind. Dies ist ein Artefakt der nicht-relativistischen Rechnung in [158], und es ist derzeit keine Methode verfügbar, aus dem nicht-relativistischen Potential ein relativistisches Potential mit dem richtigen Verhalten zu

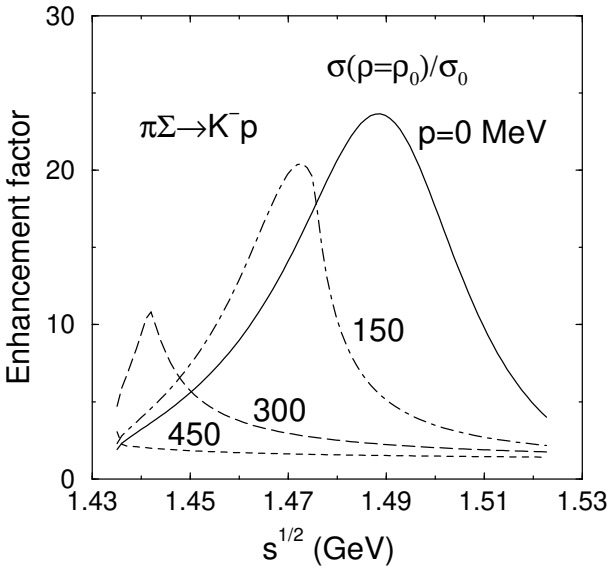

Abbildung 9.2: In-Medium-Erhöhung des Wirkungsquerschnittes für $\pi\Sigma \to K^- p$ bei Dichte ρ_0 und Temperatur $T = 0$ für verschiedene totale Impulse des Stoßsystems relativ zur Kernmaterie. Die Abbildung wurde [158] entnommen.

erzeugen. Bei Berücksichtigung der Impulsabhängigkeit ergibt sich eine Reduktion der In-Medium-Effekte in Schwerionenkollisionen, da das Potential mit zunehmendem Impuls weniger attraktiv oder sogar leicht repulsiv wird [158].

Wie im Falle der Nukleonen fassen wir das nicht-relativistische Kaonenpotential im lokalen Ruhesystem als nullte Komponente eines Vektorpotentials auf und definieren gemäß Gleichung (2.33) ein skalares Potential, das wir in der Rechnung verwenden. Die Temperatur-Berechnung hatten wir bereits in Kapitel 8.1.1 ausführlich dargestellt. Ähnlich wie im Falle der Stoßbreiten der Nukleonen ist auch hier die Verwendung des mit unserem Verfahren bestimmten Parameters T in der frühen Nichtgleichgewichtsphase gerechtfertigt, da der geringe Einfluß von Pauli-Blocking-Effekten durch eine hohe Temperatur simuliert wird. Bei Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit gehen in die Propagation der $\bar{K}$-Mesonen nicht nur die Dichtegradienten, sondern auch die Temperaturgradienten ein. Im Rahmen der hier verwendeten numerischen Realisierung der Propagation (siehe Kapitel 3.1.2) ergibt sich dies unmittelbar aus der Ortsabhängigkeit der Einteilchen-Hamiltonfunktion und erfordert keine explizite Berücksichtigung.

In der Population der $\bar{K}$-Mesonen wird dem Potential Rechnung getragen, indem die entsprechenden Produktionswirkungsquerschnitte als Funktion von $\sqrt{s}_{free} - U_{\bar{K}}$ anstelle von $\sqrt{s}_{free}$ berechnet werden, wobei $U_{\bar{K}}$ das optische Potential bezeichnet. Dies ist natürlich ein sehr vereinfachtes Vorgehen. In Kapitel 3.4.4 hatten wir diskutiert, daß die eindeutige Bestimmung von Potentialkorrekturen auf Wirkungsquerschnitte die Kenntnis der Impulsabhängigkeit der Matrixelemente erfordert. Für die $\bar{K}$-Produktion verwenden wir allerdings häufig nur einfache Parametrisierungen von Wirkungsquerschnitten. Daher ist im derzeitigen Rahmen eine Verbesserung des beschriebenen Vorgehens schwierig.

Die Wirkungsquerschnitte in $\bar{K}N$-Kollisionen werden als Funktion von $\sqrt{s}_{free}$ be-

rechnet. Angesichts der starken Kopplung der Kanäle $\bar{K}N$ und $Y\pi$ und der Verletzung von Zeitumkehrinvarianz (Detailed Balance) in unserem Verfahren ist die hier verwendete Methode durchaus fragwürdig. Wir sollten aber betonen, daß in allen derzeit verfügbaren transporttheoretischen Rechnungen [154, 156, 157] das angesprochene Problem besteht.

Die In-Medium-Wirkungsquerschnitte des Modells aus [158] sind Funktionen der invarianten Energie $\sqrt{s}$, der Dichte ρ, der Temperatur T und des totalen Impulses des Stoßsystems relativ zum nuklearen Medium p. Aus Gründen der numerischen Einfachheit haben wir keine Rechnung mit Wirkungsquerschnitten, die von allen vier Variablen abhängen durchgeführt, sondern entweder die Temperatur- oder die Impulsabhängigkeit vernachlässigt. Wir werden später sehen, daß bereits die Berücksichtigung der Temperatur- oder der Impulsabhängigkeit die observablen Effekte der Mediummodifikationen zunichte macht, so daß eine simultane Berücksichtigung keine weiteren Erkenntnisse lieferte. In dem Modell aus [158] werden Wirkungsquerschnitte bis zu invarianten Energien $\sqrt{s}$ von 1.52 GeV für die folgenden Kanäle berechnet:

$$\begin{aligned} \bar{K}N &\rightarrow \bar{K}N \\ \bar{K}N &\leftrightarrow \pi\Lambda \\ \bar{K}N &\leftrightarrow \pi\Sigma. \end{aligned}$$

Um eine einfachere numerische Implementierung dieser Wirkungsquerschnitte zu ermöglichen, verzichten wir in den hier präsentierten Rechnungen auf die explizite Propagation der $Y^\star$-Resonanzen. Ihre Beiträge zu den Prozessen $\bar{K}N \rightarrow \bar{K}N$, $\bar{K}N \leftrightarrow \pi Y$, und $\bar{K}N \rightarrow Y^\star\pi$ werden zu den nicht-resonanten Untergrund-Wirkungsquerschnitten hinzuaddiert (siehe Anhang A.2.3). Es wurde überprüft, daß sich unsere Resultate bei einer expliziten Propagation der $Y^\star$-Resonanzen nicht ändern. Überdies haben wir verifiziert, daß die Vakuumwirkungsquerschnitte des Modells aus [158] sehr gut mit den von uns normalerweise verwendeten übereinstimmen. In den folgenden Rechnungen benutzen wir für invariante Energien unterhalb von 1.52 GeV stets die Wirkungsquerschnitte des Modells aus [158]. Für höhere Energien verwenden wir die Vakuumwirkungsquerschnitte, die sich im Anhang A.2.3 finden.

Die Kaonen und Hyperonen werden hier mit dem in Kapitel 3.6 beschriebenen Verfahren als perturbative Teilchen behandelt. Die perturbative Behandlung ist zur Berechnung von K^--Produktion zwingend erforderlich, da in Kollisionen bei SIS-Energien nur sehr wenige Kaonen produziert werden. So erhalten wir zum Beispiel in einer zentralen Ni+Ni-Kollision im Mittel lediglich etwa 0.1 K^+-Mesonen und 0.002 K^--Mesonen. In jeder Kollision zweier realer Teilchen erzeugen wir, falls ihre invariante Energie ausreicht, einen perturbativen Endzustand mit Strangeness, wobei das Gewicht w_i der produzierten Teilchen über Gleichung (3.56) aus dem jeweiligen totalen Wirkungsquerschnitt zur Strangenessproduktion bestimmt wird. Der Kanal wird dann über eine Monte-Carlo-Entscheidung gemäß der partiellen Wirkungsquerschnitte festgelegt. Wir sollten betonen, daß es zur Berechnung von K^--Produktion notwendig ist, alle perturbativ erzeugten Hyperonen, zum Beispiel in $\bar{K}N \rightarrow Y\pi$, in der weiteren Rechnung zu berücksichtigen. Die Verwendung nur eines totalen inelastischen $\bar{K}N$-Wirkungsquerschnittes und die Vernachlässigung der Reaktionsprodukte wie in [156] ist aufgrund der starken Kopplung der Kanäle nicht richtig. Da die Anzahl der Hyperonen etwa einen Faktor 50 über der Anzahl der Antikaonen liegt, ist die Berechnung

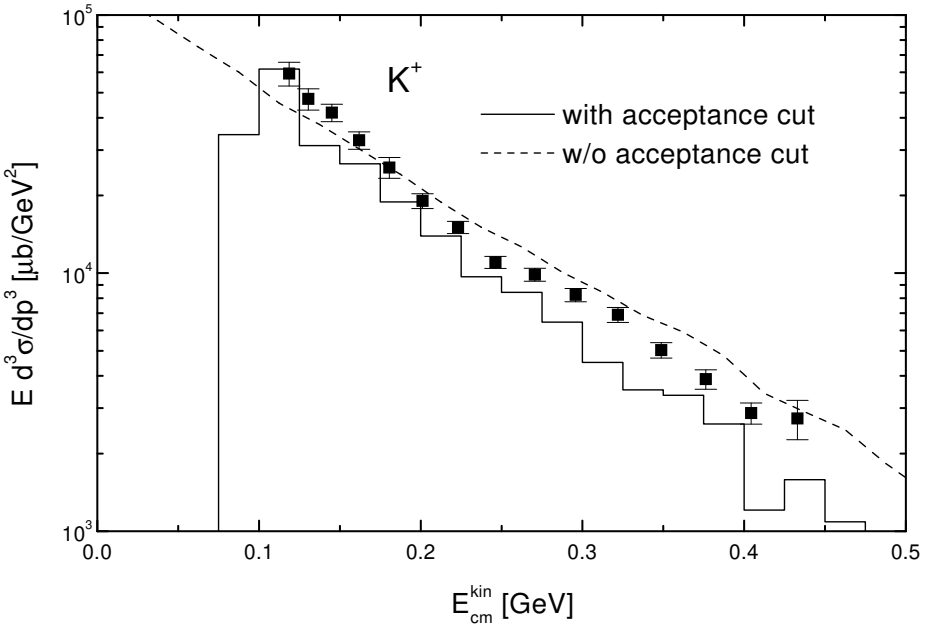

Abbildung 9.3: Inklusiver invarianter K^+-Produktionswirkungsquerschnitt in Ni+Ni-Kollisionen bei 1.8 AGeV. Für die gestrichelte Linie wurde die experimentelle Akzeptanz ($40° < \theta_{lab} < 48°$) nicht berücksichtigt. Die Daten stammen aus [26]

von K^--Produktion trotz der Verwendung der perturbativen Teilchen numerisch recht aufwendig.

9.2.2 Ergebnisse

In Abbildung 9.3 vergleichen wir zunächst das Ergebnis unseres Modells für das K^+-Spektrum in Ni+Ni-Kollisionen bei 1 AGeV mit experimentellen Daten. Da alle produzierten $\bar{s}$-Quarks am Ende der Reaktion in K^+- und K^0-Mesonen enthalten sind, können wir hier überprüfen, ob wir die totale Strangenessproduktion korrekt beschreiben. Aus Abbildung 9.3 sieht man, daß die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten zufriedenstellend ist, obwohl das berechnete Spektrum um etwa 30% unter den experimentellen Daten liegt. Die gestrichelte Linie ergibt sich bei Vernachlässigung der experimentellen Winkelakzeptanz ($40° < \theta_{lab} < 48°$) und stimmt besser mit den experimentellen Daten überein.

Nachdem wir gezeigt haben, daß unser Modell die totale Strangenessproduktion zufriedenstellend beschreibt, können wir uns der Produktion von Antikaonen zuwenden und den Einfluß der Mediummodifikationen studieren. Da die Mediumeffekte auf das Potential und die Wirkungsquerschnitte bei Temperatur $T = 0$ und Impuls $p = 0$ am ausgeprägtesten sind, präsentieren wir zunächst Resultate, für die wir die Potentiale und Wirkungsquerschnitte nur abhängig von der Dichte ρ bei $p = T = 0$ verwendet haben, um die maximal möglichen Effekte darzustellen. Wie bereits einleitend erwähnt, wurde in den bisherigen Rechnungen zur K^--Produktion in Schwerionenkol-

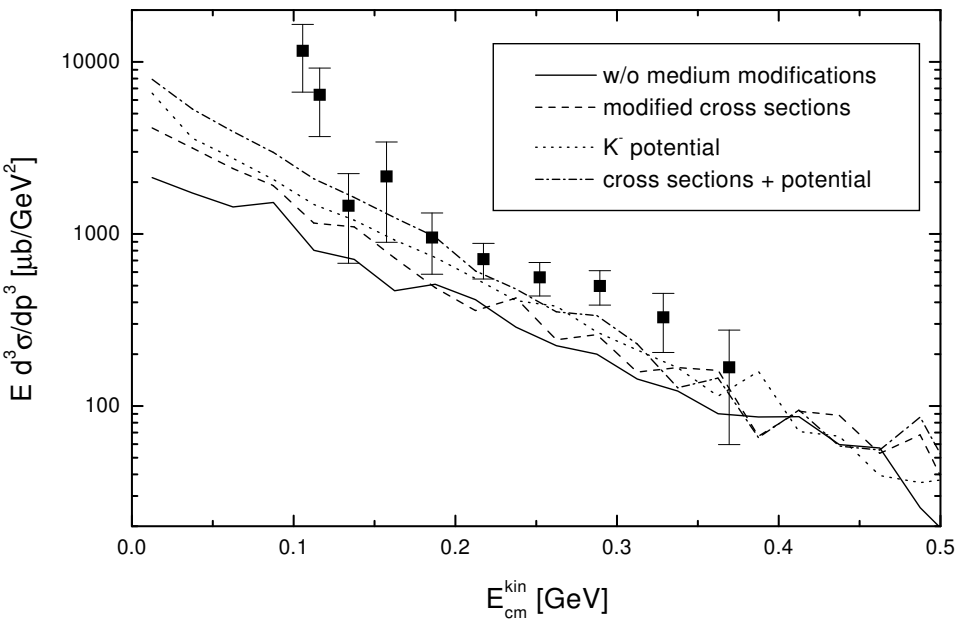

Abbildung 9.4: Inklusiver invarianter K^--Produktionswirkungsquerschnitt in Ni+Ni-Kollisionen bei 1.8 AGeV. In den Rechnungen wurde die experimentelle Akzeptanz nicht berücksichtigt. Die Daten stammen aus [26]. Siehe Text für eine genaue Erklärung der verschiedenen Linien.

lisionen [154, 156] die Temperatur- und Impulsabhängigkeit des Antikaonenpotentials stets vernachlässigt.

In Abbildung 9.4 vergleichen wir unsere Rechnungen zum K^--Spektrum in Ni+Ni-Kollisionen mit den experimentellen Daten aus [26]. Aufgrund der begrenzten numerischen Statistik haben wir die experimentelle Winkelakzeptanz ($40° < \theta_{lab} < 48°$) nicht berücksichtigt. Wir haben überprüft, daß sich im Rahmen der numerischen Fluktuationen unsere Resultate bei Anwendung der Akzeptanz nicht ändern, wobei aber durchaus Effekte wie im Falle des K^+-Spektrums möglich sind. Aus Abbildung 9.4 sieht man, daß die Mediummodifikation der Wirkungsquerschnitte (gestrichelte Linie) das Spektrum bei niedrigen Kaonenergien um etwa einen Faktor 2 gegenüber der Rechnung ohne Mediummodifikationen (durchgezogene Linie) erhöht, jedoch nur einen kleinen Einfluß für Kaonenergien oberhalb von 200 MeV hat. Die Anwendung des $\bar{K}$-Potentials (gepunktete Linie) liefert ein recht ähnliches Ergebnis. Die gleichzeitige Verwendung der mediummodifizierten Wirkungsquerschnitte und des $\bar{K}$-Potentials (strich-gepunktete Linie) führt zu einer Erhöhung des Spektrums bei kleinen Energien um etwa einen Faktor 3 und gibt – mit Ausnahme der beiden Datenpunkte bei den niedrigsten Energien – eine recht gute Beschreibung der experimentellen Daten.

Die Modifikation der Wirkungsquerschnitte zu $\pi Y \leftrightarrow \bar{K}N$ führt nicht nur zu einer Erhöhung der $\bar{K}$-Produktion, sondern auch zu einer Verstärkung der Absorption. Um dies zu demonstrieren, zeigen wir in Abbildung 9.5 die Anzahl der Kollisionen zu $\bar{K}N \to \pi Y$ (durchgezogene Linien) und $\pi\Sigma \to \bar{K}N$ (gestrichelte Linien) als

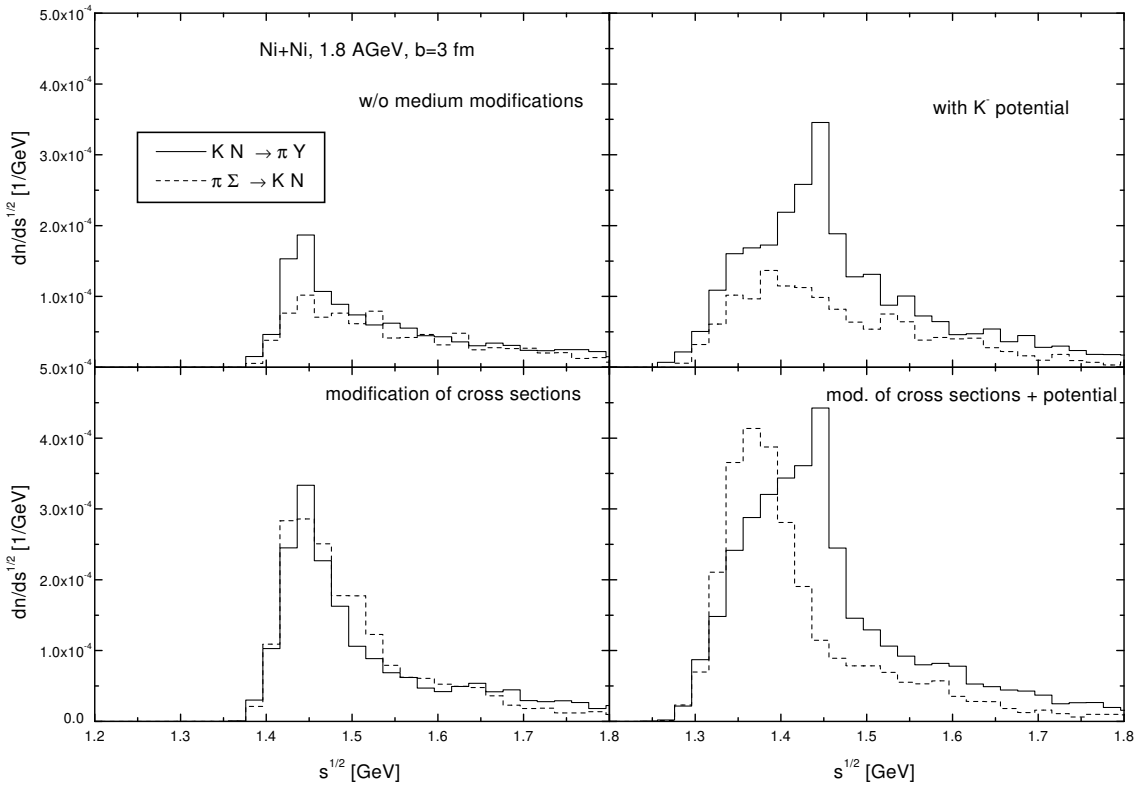

Abbildung 9.5: Zeitintegrierte Anzahl von $\pi\Sigma \to \bar{K}N$- und $\bar{K}N \to \pi Y$-Kollisionen als Funktion von $\sqrt{s}$ für verschiedene Mediummodifikationen. Die Zahlen stammen aus einer Ni+Ni-Kollision bei 1.8 AGeV und $b = 3$ fm.

Funktion der invarianten Kollisionsenergie (unter Vernachlässigung des Baryonenpotentials). Man sieht, daß die Modifikation der Wirkungsquerschnitte die Anzahl der $\pi\Sigma \to \bar{K}N$-Kollisionen für invariante Energien unterhalb von 1.52 GeV um etwa einen Faktor 3 erhöht. Die Berücksichtigung des Potentials führt zu einem Anstieg der $\bar{K}N \to Y\pi$-Kollisionen um einen Faktor 2, da mehr Antikaonen, insbesondere in Baryon-Baryon- und Pion-Baryon-Stößen, produziert werden, während die $\bar{K}$-Produktion in $\pi\Sigma$-Stößen nur leicht erhöht wird. Aufgrund des attraktiven $\bar{K}$-Potentials werden die $\sqrt{s}$-Verteilungen zu kleineren Energien verschoben. In der Rechnung mit modifizierten Wirkungsquerschnitten und $\bar{K}$-Potential erhöht sich die $\bar{K}$-Produktion in $\pi\Sigma$-Kollisionen unterhalb von 1.52 GeV um mehr als einen Faktor 5 im Vergleich zu der Rechnung ohne Mediummodifikationen. Allerdings ist auch die $\bar{K}$-Absorption wesentlich größer.

In Abbildung 9.6 präsentieren wir die Resultate von Rechnungen, in denen zusätzlich zur Dichteabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte oder des Potentials die Temperatur- oder Impulsabhängigkeit berücksichtigt wurde. Man sieht unmittelbar, daß keines der betrachteten Szenarien zu einer Erhöhung der K^--Produktion gegenüber der Rechnung ohne Mediummodifikationen (durchgezogene Linie) führt. Die Verwendung der impuls- (gestrichelte Linie) oder temperaturabhängigen Wirkungsquerschnitte (gepunktete Linie) liefert Resultate, die nahezu mit der Rechnung ohne Modifika-

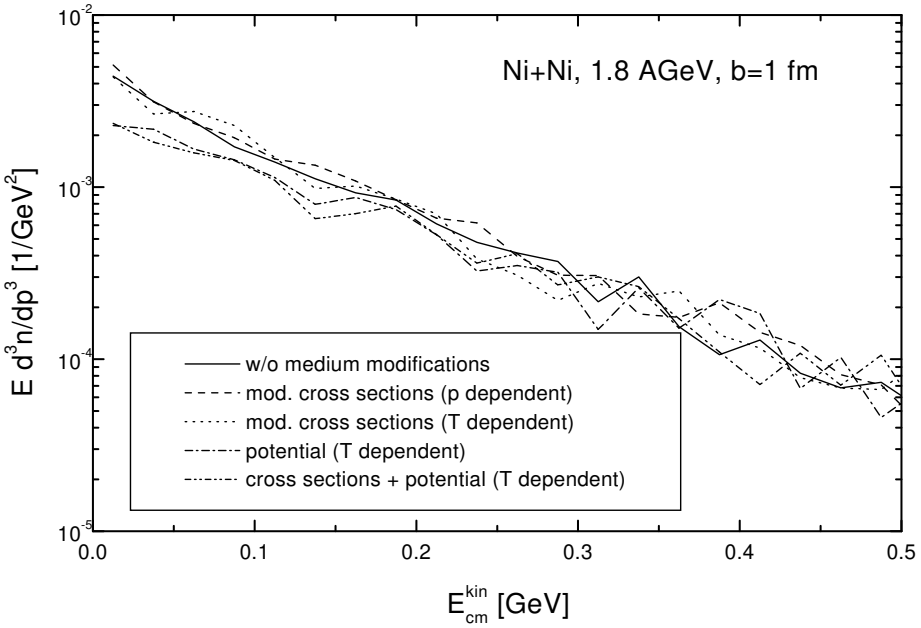

Abbildung 9.6: Effekte von impuls- oder temperaturabhängigen Mediummodifikationen auf das K^--Spektrum in einer Ni+Ni-Kollision bei 1.8 AGeV und $b = 3$ fm. Die Fluktuationen sind durch die numerische Statistik bedingt. Siehe Text für eine genaue Erklärung der Linien.

tionen übereinstimmen. Bei Anwendung des temperaturabhängigen Potentials (strichgepunktete Linie beziehungsweise punkt-punkt-gestrichelte Linie bei zusätzlicher Verwendung der temperaturabhängigen Wirkungsquerschnitte) wird die K^--Produktion sogar leicht reduziert, da in unserer Rechnung die Temperatur-Dichte-Korrelationen so sind, daß das Potential fast immer repulsiv ist.

An dieser Stelle sollten wir deutlich betonen, daß die transporttheoretische Berechnung der totalen K^--Produktion in Schwerionenkollisionen mit erheblichen Unsicherheiten bezüglich der Verwendung unbekannter elementarer Wirkungsquerschnitte, wie zum Beispiel $\Delta\Delta \to \bar{K}X$ oder $\pi\Delta \to \bar{K}X$, behaftet ist. In diesem Zusammenhang erwähnen wir auch, daß bislang noch nicht einmal Strangenessproduktion in Proton-Neutron-Kollisionen experimentell gemessen wurde und daß die normalerweise in Transportmodellen verwendeten Isospinfaktoren durchaus zweifelhaft sind (siehe Anhang A.1.4). Aus diesen Gründen erscheint eine Bestimmung des K^--Potentials aus den experimentellen Daten zur totalen K^--Produktion kaum möglich zu sein. Eine Observable, die auf die angesprochenen Unsicherheiten nicht sensitiv ist, ist möglicherweise der K^--Fluß. Deshalb zeigen wir in Abbildung 9.7 den Einfluß der verschiedenen Mediummodifikationen auf transversalen K^--Fluß. Der Anti-Fluß, der in der Rechnung ohne Mediummodifikationen zu sehen ist, wird durch die Modifikation der Wirkungsquerschnitte (gestrichelte Linie) kaum beeinflußt. Das gilt auch, wenn die Temperatur- oder Impulsabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte berücksichtigt wird. Das attraktive K^--Potential (für $p = T = 0$) hat demgegenüber einen deutlichen Einfluß und

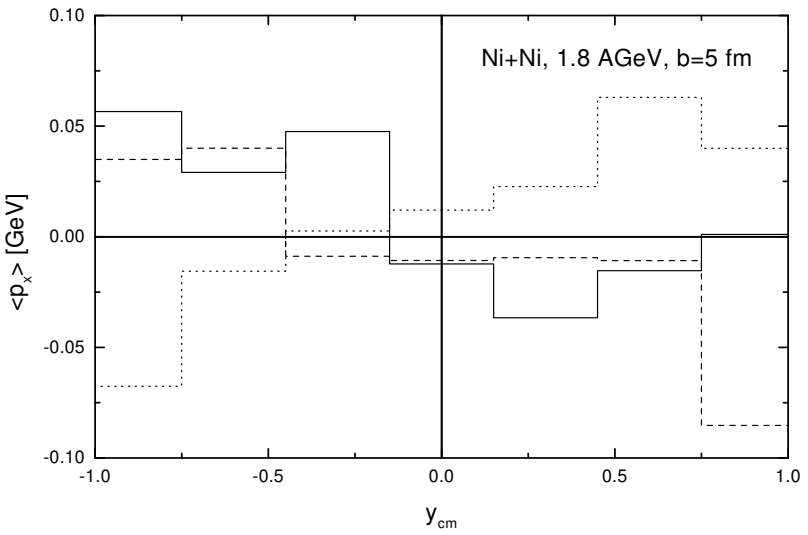

Abbildung 9.7: Einfluß von Mediummodifikationen auf transversalen K^--Fluß in einer Ni+Ni-Kollision bei 1.8 AGeV und $b = 3$ fm: Ohne Mediummodifikationen (durchgezogene Linie), mit modifizierten Wirkungsquerschnitten für $\pi Y \leftrightarrow \bar{K}N$ bei $p = T = 0$ (gestrichelte Linie), mit dem $\bar{K}$-Potential bei $p = T = 0$ (gepunktete Linie).

führt zu einem positiven K^--Fluß, da die Antikaonen nun den Nukleonen folgen. Bei Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit verschwindet dieser Effekt.

In Abbildung 9.8 vergleichen wir unsere Rechnungen mit den experimentellen Daten der FOPI-Kollaboration [162] zum K^-/K^+-Verhältnis in ^{96}Ru+^{96}Ru-Kollisionen bei 1.69 AGeV. Die experimentelle Akzeptanz ($p_t > 0.1$ GeV, $39^\circ < \theta_{lab} < 135^\circ$, $p_{lab} < 0.32$ GeV) wurde in unseren Rechnungen berücksichtigt. Man sieht, daß bereits die Rechnung ohne Mediummodifikationen (durchgezogene Linie) die experimentellen Daten zufriedenstellend beschreibt, obwohl die berechnete Verteilung etwas zu flach erscheint. Die Rechnung mit modifizierten Wirkungsquerschnitten (für $p = T = 0$) liefert eine Erhöhung des K^-/K^+-Verhältnisses um etwa 50% in dem experimentell gemessenen Bereich des Phasenraumes und ist auch noch mit den experimentellen Daten verträglich. Das attraktive $\bar{K}$-Potential (für $p = T = 0$) (gepunktete Linie) führt zu einem ausgeprägten Anstieg des Verhältnisses hin zu mittleren Rapiditäten. In dem experimentell gemessenen Bereich ist allerdings auch dieses Szenario kaum von der Rechnung ohne Mediummodifikationen zu unterscheiden. Hier sollten wir bemerken, daß die theoretischen Rechnungen im niedrigsten Rapiditätsintervall um $y^0 = -1.4$ mit sehr großen numerischen Unsicherheiten behaftet sind, da die Rapiditätsverteilungen hier praktisch verschwinden. Die Rechnung mit gleichzeitiger Berücksichtigung von In-Medium-Wirkungsquerschnitten und $\bar{K}$-Potential (strich-gepunktete Linie) gibt eine recht flache Verteilung und überschätzt die Daten um etwa 50%. Der Einschluß der Temperaturabhängigkeit gibt wieder ein Resultat, das sogar etwas unterhalb der Rechnung ohne Mediummodifikationen liegt.

Zum Abschluß dieses Kapitels wollen wir unsere Resultate kurz mit denen in [154, 156, 157] vergleichen. Unsere Rechnung zur K^--Produktion in Ni+Ni-Kollisionen bei

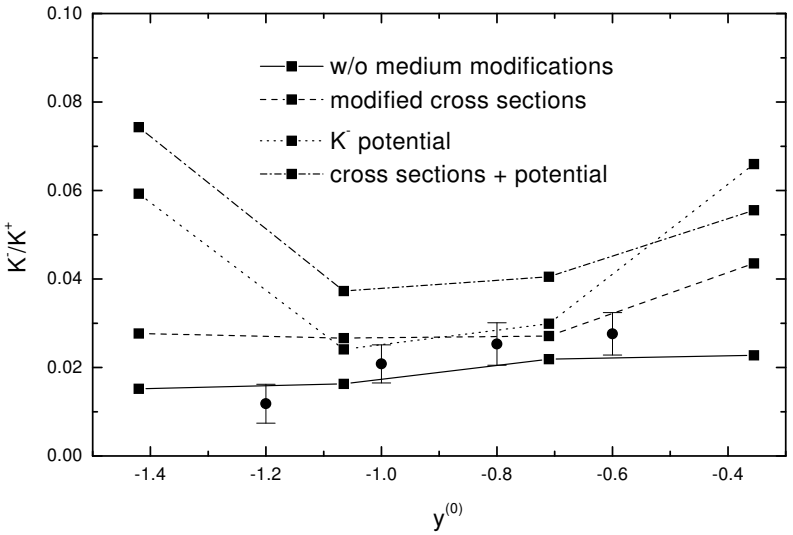

Abbildung 9.8: Einfluß von Mediummodifikationen auf das K^-/K^+-Verhältnis in Ru+Ru-Kollisionen bei 1.69 AGeV für $b < 4$ fm als Funktion der normalisierten Rapidität ($y^{(0)} = y_{beam}/y_{CMS} - 1$): Ohne Mediummodifikationen (durchgezogene Linie), mit modifizierten Wirkungsquerschnitten für $\pi Y \leftrightarrow \bar{K}N$ bei $p = T = 0$ (gestrichelte Linie), mit dem $\bar{K}$-Potential bei $p = T = 0$ (gepunktete Linie), mit modifizierten Wirkungsquerschnitten und Potential (strich-gepunktete Linie). Die experimentellen Daten stammen aus [162].

1.8 AGeV (Abbildung 9.4) ohne Mediummodifikationen stimmt recht gut mit der entsprechenden Rechnung in [154] überein, während die Rechnung in [156] um einen Faktor 2 kleinere Wirkungsquerschnitte liefert. Der Effekt des attraktiven $\bar{K}$-Potentials ist in unseren Rechnungen etwas schwächer ausgeprägt als in [154, 156]. Während wir für eine Kaonenergie von 200 MeV nur eine Erhöhung des Spektrums um etwa 50% erhalten, beträgt diese in [154] etwa einen Faktor 2 und in [156] sogar einen Faktor 3.

In den Rechnungen zum K^-/K^+-Verhältnis in Ru+Ru-Kollisionen bei 1.69 AGeV [157] wurde die experimentelle Akzeptanz nicht berücksichtigt. Ohne In-Medium-Modifikationen liegt diese Rechnung weit unterhalb der Datenpunkte, während die Berücksichtigung von impulsunabhängigen Potentialen für die Kaonen zu einer sehr guten Beschreibung der Daten führt [162]. Unsere Rechnung ohne experimentelle Akzeptanz gibt bei mittlerer Rapidität ein K^-/K^+-Verhältnis, das etwa einen Faktor 3 bis 4 größer ist als das in [157].

Kapitel 10

Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde, aufbauend auf den Modellen aus [36, 40], ein hadronisches Transportmodell entwickelt, das die Berechnung von inklusiver Teilchenproduktion in Schwerionenkollisionen bis zu Einschußenergien von 200 AGeV sowie in photon- und pioninduzierten Reaktionen ermöglicht. In den Kapiteln 2 und 3 sowie in Anhang A wurde eine vollständige und detaillierte Darstellung des Modells und seiner numerischen Realisierung gegeben. Insbesondere wurde die Behandlung breiter Resonanzen, die Realisierung von Mehrteilchenstößen und die Stabilität des Kernes im Anfangszustand diskutiert.

Im Zusammenhang mit der Photoproduktion von Pionen in Kernen bis zu Energien von 1 GeV wurden ausführlich Mediummodifikationen der Breite der $P_{33}(1232)$-Resonanz besprochen. Die aus den in hadronischen Transportmodellen normalerweise verwendeten Wirkungsquerschnitten resultierende Stoßbreite ist ungefähr einen Faktor 2 kleiner als der Wert aus Δ-hole-Rechnungen. Eine befriedigende Beschreibung der neuen experimentellen Daten der TAPS-Kollaboration zur π^0-Produktion, insbesondere der impulsdifferentiellen Spektren, gelingt jedoch nur bei Verwendung der Stoßbreite aus den Δ-hole Rechnungen. Der Grund für die zu kleine Stoßbreite liegt in der Vernachlässigung von Dreikörperabsorptionsprozessen $\Delta NN \to NNN$ in den üblicherweise verwendeten hadronischen Transportmodellen.

Es wurden die observablen Konsequenzen der erhöhten Δ-Absorption in Pion-Kern-Reaktionen bei Energien bis zu 300 MeV und in Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien untersucht. Im Falle der pioninduzierten Reaktionen sind jedoch die existierenden experimentellen Daten mit recht großen Fehlerbalken behaftet, so daß diese Daten keine Diskriminierung der verschiedenen Szenarien erlauben. In Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien erhöhen sich zwar die Raten der Δ-Produktion und -Absorption bei Berücksichtigung des Prozesses $NNN \leftrightarrow NN\Delta$ um mehr als einen Faktor 3. Die observablen Pionenspektren werden durch den Dreikörperprozeß aber nahezu nicht modifiziert. Der Grund hierfür liegt darin, daß in den betrachteten Schwerionenkollisionen eine fast vollständige Äquilibrierung erreicht wird und der Ausfriervorgang bei einer Dichte stattfindet, die so klein ist ($\sim \rho_0/2$), daß hier der Dreiteilchenprozeß keine Rolle spielt.

In Kapitel 5 wurden Mediummodifikationen der $D_{13}(1520)$-Resonanz diskutiert. Es wurden verschiedene Szenarien vorgestellt, die ihr „Verschwinden“ im totalen Photoabsorptionswirkungsquerschnitt an Kernen erklären können: eine starke Erhöhung der

$N\rho$-Breite aufgrund einer Mediummodifikation des ρ-Mesons, eine effektive Massenverschiebung durch die Impulsabhängigkeit des Realteils der Selbstenergie und eine Stoßbreite von 300 MeV. Der Einfluß dieser Szenarien auf exklusivere Observablen, wie Einpionen-, Zweipionen- und Dileptonenproduktion wurde untersucht. Wir haben gesehen, daß die pionischen Observablen nicht sehr sensitiv auf Mediummodifikationen der D_{13}-Resonanz sind, da die beobachtbaren Pionen, insbesondere in der Zweipionenproduktion, vornehmlich bei kleinen Dichten an der Oberfläche emittiert werden. Einen großen Effekt der Mediummodifikationen haben wir demgegenüber in der e^+e^--Produktion gefunden. Hier wird das Spektrum bei intermediären Massen durch eine vergrößerte $N\rho$-Breite um mehr als einen Faktor 2 erhöht.

Die Photoproduktion von e^+e^--Paaren in Kernen im Energiebereich zwischen 800 MeV und 2.2 GeV wurde ausführlich in Kapitel 6 dargestellt, und es wurden Vorhersagen für zukünftige Experimente gegeben. Es wurde gezeigt, daß der sogenannte Bethe-Heitler-Prozeß, der alle integrierten Wirkungsquerschnitte dominiert, durch kinematische Schnitte hinreichend unterdrückt werden kann. Die massendifferentiellen Spektren der „hadronischen“ Beiträge werden für invariante Massen oberhalb von 500 MeV durch die Zerfälle der Vektormesonen ρ, ω und ϕ beherrscht. Wir haben gezeigt, daß Massenverschiebungen der Vektormesonen, wie sie zur Beschreibung der experimentellen Dileptonenspektren in Schwerionenkollisionen bei SPS-Energien benötigt werden, auch in photonuklearen Reaktionen deutliche observable Konsequenzen haben. Für eine Photonenergie von 1.5 GeV ergibt sich zum Beispiel bei einer Masse von 650 MeV eine Erhöhung des e^+e^--Spektrums um mehr als einen Faktor 3. Es wurde ein Modell vorgestellt, daß die konsistente dynamische Berücksichtigung der Stoßverbreiterung der Vektormesonen ρ und ω erlaubt. Hierzu wurde ad hoc ein Off-Shell-Potential eingeführt, welches dazu dient, die korrekten asymptotischen Lösungen sicherzustellen. Die Berücksichtigung der Stoßverbreiterung führt in unseren Rechnungen zu einer deutlichen Reduktion der In-Medium-Effekte, da die im Kern zerfallenden Vektormesonen deutlich verbreitert werden und somit der In-Medium-Peak sehr stark ausgewaschen wird. Aber auch mit Stoßverbreiterung ergibt sich noch eine Erhöhung der Spektren für intermediäre Massen um etwa einen Faktor 2. Verglichen mit Schwerionenkollisionen werden die Vektormesonen in photonuklearen Reaktionen mit recht großen Impulsen produziert. Wir haben daher auch die observablen Konsequenzen einer impulsabhängigen Selbstenergie des ρ-Mesons untersucht und gezeigt, daß die Impulsabhängigkeit zu einem Verschwinden der sichtbaren Medium-Effekte in Photon-Kern-Reaktionen führen kann.

In Kapitel 6.3 wurden die Resultate für Pion-Kern-Reaktionen bei einer Energie von 1.3 GeV vorgestellt. Hier sind wir ausführlich auf die Unsicherheiten in unseren Rechnungen eingegangen, die hauptsächlich daher rühren, daß es zur Dileptonenproduktion in Pion-Nukleon-Reaktionen im relevanten Energiebereich derzeit weder experimentelle Daten, noch zuverlässige Modelle gibt. Für eine sinnvolle Interpretation zukünftiger Experimente zur Dileptonenproduktion in Pion-Kern-Reaktionen ist es daher unerläßlich, daß auch die elementaren Reaktionen experimentell gemessen werden. Das gleiche gilt auch für Photon-Kern-Reaktionen.

Vorhersagen für die inklusive Photoproduktion von Pionen, Etas, Kaonen und Antikaonen im Energiebereich zwischen 1 und 7 GeV wurden in Kapitel 7 dargestellt. Dieser Energiebereich ist von großem Interesse, da hier der sogenannte Shadowing-

Effekt einsetzt, der möglicherweise auch mit Mediummodifikationen des ρ-Mesons zusammenhängt. Der Schwerpunkt unserer Untersuchungen lag auf den Effekten des Shadowings und der Endzustandswechselwirkung der primär produzierten Teilchen. Wie im Falle der Dileptonenproduktion sind unsere Rechnungen auch hier mit der Unsicherheit behaftet, daß die elementaren Wirkungsquerschnitte experimentell noch nicht gemessen sind. Es wurde gezeigt, daß die invarianten $\pi^+\pi^-$-Spektren nur eine sehr geringe Sensitivität auf Mediummodifikationen des ρ-Mesons zeigen, da die Pionen nur eine sehr kleine freie Weglänge in Kernmaterie aufweisen und daher im invarianten Massenspektrum nur die ρ-Mesonen, die bei sehr kleinen Dichten zerfallen, sichtbar sind.

Das für die Behandlung der Stoßverbreiterung der Vektormesonen entwickelte Verfahren wurde in Kapitel 8 auch auf die Off-Shell-Propagation der Nukleonen in Schwerionenkollisionen angewandt. Zum einen haben wir gesehen, daß die Stoßbreiten der Nukleonen in der Hochdichtephase einer Kern-Kern-Reaktion bereits bei SIS-Energien 200 bis 300 MeV betragen und daher eine On-Shell-Näherung, wie sie bisher in allen Transportrechnungen gemacht wurde, kaum gerechtfertigt werden kann. Zum anderen wurde gezeigt, daß sich bei der dynamischen Berücksichtigung der Off-Shellness der Nukleonen die Produktion hochenergetischer Mesonen um Faktoren 2 bis 3 erhöht.

In Kapitel 9 haben wir die Resultate unseres Modells zur K^--Produktion in Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien präsentiert. Die Rechnungen ohne Mediummodifikationen des K^--Mesons liegen etwa einen Faktor 2 bis 3 unter den experimentellen Daten. Es wurden In-Medium-Wirkungsquerschnitte für $\pi Y \leftrightarrow \bar{K}N$ und das $\bar{K}$-Potential einer Gekoppelten-Kanal-Rechnung in unser Transportmodell implementiert. Obwohl die Wirkungsquerschnitte im Medium sehr stark erhöht werden, ergibt sich letztlich nur eine vergleichsweise geringe Erhöhung der K^--Produktion in Schwerionenkollisionen, da nicht nur die Produktion in Pion-Hyperon-Kollisionen verstärkt wird, sondern auch die Absorption der Antikaonen. Bislang wurde in allen Rechnungen die Temperatur- und Impulsabhängigkeit des $\bar{K}$-Potentials vernachlässigt. Wir haben gezeigt, daß die Berücksichtigung dieser Abhängigkeiten sowohl den Effekt des Potentials als auch den der Modifikation der Wirkungsquerschnitte zunichte macht.

Ein zentrales Ergebnis der vorliegenden Arbeit besteht darin, daß es für die Suche nach Mediummodifikationen in nuklearen Reaktionen zwingend erforderlich ist, Modelle zu verwenden, die alle experimentellen Daten gleichzeitig beschreiben können. Selbst im Äquilibrium hängen die Selbstenergien der Hadronen vom Impuls, vom baryochemischen Potential (beziehungsweise der Baryonendichte) und von der Temperatur ab. In Schwerionenkollisionen ergeben sich die Observablen stets durch eine Mittelung über diese Variablen. Sogar die Impulsabhängigkeit ist hier aufgrund der kollektiven Expansion nicht unmittelbar aus den experimentellen Daten rekonstruierbar. Demgegenüber haben Reaktionen mit elementaren Projektilen den großen Vorteil, daß die Kernmaterie auf der für Teilchenproduktion relevanten Zeitskala im wesentlichen im Grundzustand bei Temperatur null bleibt und der Impuls der produzierten Teilchen relativ zur Kernmaterie direkt experimentell meßbar ist. Wir haben exemplarisch für die $\Delta(1232)$-Resonanz gezeigt, daß die Effekte der Mediummodifikationen in verschiedenen Reaktionen sehr unterschiedlich sein können.

Das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Transportmodell stellt einen ersten Schritt in die Richtung eines Modells dar, das eine vereinheitlichte Beschreibung

sowohl von Schwerionenkollisionen als auch von photon-, pion- und protoninduzierten Reaktionen erlaubt. Der Schwerpunkt in der Anwendung lag auf photonuklearen Reaktionen. Im folgenden wollen wir kurz auf weiterführende Anwendungen, notwendige Verbesserungen und offene Probleme eingehen:

- **Dileptonenproduktion**
  In der vorliegenden Arbeit wurden keine Rechnungen zur Dileptonenproduktion in Proton-Kern- und Kern-Kern-Reaktionen präsentiert. Derzeit gibt es bereits experimentelle Daten zur Dileptonenproduktion in diesen Reaktionen bei SPS-Energien [13, 14]. In naher Zukunft werden Experimente an der GSI mit dem Detektor HADES [47] bei SIS-Energien durchgeführt. Unser Modell ist unmittelbar auf diese Reaktionen anwendbar.

- **Elektroproduktion**
  In [163] wurde das hier vorgestellte Modell bereits auf die Elektroproduktion im Energiebereich der Nukleonenresonanzen erweitert. Elektroproduktion von Mesonen bietet zum einen die Möglichkeit, die Impulsabhängigkeit der Selbstenergien der beteiligten Teilchen im Medium zu studieren, da Impuls- und Energieübertrag unabhängig voneinander gewählt werden können. Zum anderen hängt bei höheren Energien das Einsetzen des Shadowingeffektes auch von der Virtualität des Photons ab, so daß in einem zukünftigen Vergleich mit experimentellen Daten auch hier neue Erkenntnisse zu erwarten sind.

- **Beschreibung der π-Δ-Dynamik**
  In Kapitel 4.4 hatten wir gesehen, daß die Stoßbreite der $\Delta(1232)$-Resonanz nur einen sehr geringen Einfluß auf unsere Beschreibung inklusiver Pionenspektren in Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien hat. Um unsere Behandlung der Δ-Resonanz zu überprüfen, wäre es hilfreich, Observable in Schwerionenkollisionen zu finden, die eine größere Sensitivität auf In-Medium-Eigenschaften der Δ-Resonanz, aufweisen. In [164] wurden zu diesem Zwecke im Rahmen des hier vorgestellten Modells $(p, \pi^{\pm})$-Korrelationen untersucht. Die Beschreibung der Daten wird durch eine vergrößerte Δ-Breite verbessert, obwohl die experimentelle Situation nicht eindeutig ist.

  Bislang hatten wir unsere Untersuchungen auf Modifikationen der Δ-Resonanz beschränkt. Es besteht die Hoffnung, daß die Berücksichtigung einer realistischen Spektralfunktion des Pions in Zukunft mit Hilfe des in der vorliegenden Arbeit entwickelten Verfahrens zur Behandlung von Off-Shell-Teilchen möglich ist.

- **In-Medium-Spektralfunktion des ρ-Mesons**
  Wir haben bei der Berechnung der Stoßbreite des ρ-Mesons über die Kopplung an die Baryonenresonanzen sowohl die Modifikation der $N\rho$-Breiten der Resonanzen als auch den entsprechenden Realteil der Selbstenergie des ρ-Mesons vernachlässigt. Eine mögliche Erweiterung besteht in der vollständig selbstkonsistenten Berechnung der Spektralfunktionen aller beteiligter Teilchen unter Berücksichtigung aller Kanäle, also auch $N\pi$, $\Delta\pi$ usw., und der Realteile. Es ist allerdings durchaus fraglich, ob eine solche Rechnung selbst im Rahmen des hier verwendeten „spinlosen“ Modells numerisch durchführbar ist.

- **ω-Produktion**
  Es ist zu erwarten, daß in der Dileptonenproduktion Interferenzeffekte zwischen ω-Mesonen, die innerhalb und außerhalb des Kernes zerfallen, auftreten. Derzeit ist jedoch nicht klar, wie solche Effekte in unserm semi-klassischen Transportmodell berücksichtigt werden können. Möglicherweise lassen sich hier mit Hilfe vereinfachter „Toy"-Modelle neue Erkenntnisse gewinnen.

- **Mehrteilchenstöße**
  Wir haben gezeigt, daß der Prozeß $\Delta NN \to NNN$ einen sehr kleinen Einfluß auf die Pionenspektren bei SIS-Energien hat, obwohl die Produktionsraten der Δ-Resonanz in der Hochdichtephase drastisch erhöht werden. Eine offene Frage ist, wie die Produktion von Teilchen, die mit den verwendeten Zweiteilchenübergangsraten nicht mit den Nukleonen in chemische Gleichgewicht kommen, zum Beispiel Teilchen mit Strangeness, von Dreiteilchenstößen beeinflußt wird. Ebenso könnten Observable, die auf die frühe Hochdichtephase des Systems sensitiv sind, also unter Umständen auch Dileptonenproduktion, von der Geschwindigkeit, mit der das System ins thermische und chemische Gleichgewicht gelangt, abhängen. An dieser Stelle sollten wir betonen, daß Transportmodelle gerade dazu dienen, Nichtgleichgewichtsprobleme zu behandeln. Falls das System auf einer verglichen mit der Reaktionsdauer kurzen Zeitspanne ins Gleichgewicht gerät, ist es wesentlicher einfacher, die Reaktion mit Hilfe hydrodynamischer Modelle zu beschreiben. Deshalb sind Mehrteilchenstöße von entscheidender Bedeutung. Das Problem besteht allerdings darin, daß Dreiteilchenübergangsraten der direkten experimentellen Messung nicht zugänglich sind und derzeit auch keine verläßlichen theoretischen Modelle existieren, die diese berechnen könnten.

- **Detailed Balance**
  In unserem Modell wird Zeitumkehrinvarianz an mehreren Stellen verletzt. Zum einen verwenden wir impulsabhängige Potentiale und berechnen die Wirkungsquerschnitte nur als Funktion der „freien" invarianten Energie $\sqrt{s}_{free}$. In der vorliegenden Arbeit wurden erste Schritte unternommen, um dies zu verbessern, und es wurde ein Verfahren vorgestellt, das die Berücksichtigung der richtigen Phasenraumfaktoren erlaubt. Zum anderen werden normalerweise nur Zweiteilchenstöße berücksichtigt. In diesen Stößen können jedoch mehr als zwei Teilchen produziert werden, so daß die Rückreaktion nicht enthalten ist. Dies betrifft zum einen den Strangeness-Sektor (zum Beispiel $NN \to NYK$) und zum anderen die Beschreibung hochenergetischer Stöße mit Hilfe des FRITIOF-Modells. Da in Schwerionenkollisionen eine weitgehende Äquilibrierung stattfindet, ist die Verletzung von Detailed Balance ein sehr kritischer Punkt. Die Berücksichtigung aller Rückreaktionen erscheint jedoch numerisch nicht durchführbar zu sein. Eine Möglichkeit wäre, prinzipiell nur $2 \to 2$, $1 \to 2$ und $2 \to 1$ Übergangsraten zu verwenden, und hochenergetische Stöße mit Hilfe von Mehrstufenprozessen und intermediären sehr kurzlebigen und sehr schweren Resonanzen zu beschreiben. Es besteht allerdings auch die Hoffnung, daß die Verletzung der Zeitumkehrinvarianz keine großen Auswirkungen hat, da sie nur die hochenergetischen Stöße betrifft und der Ausfriervorgang bei Temperaturen stattfindet, die so niedrig sind, daß der Hochenergieteil des Kollisionsterms vernachlässigbar ist.

Wir sollten hier auch nochmals erwähnen, daß derzeit kein kontinuierlicher Übergang zum Stringmodell stattfindet, da die Teilchenmultiplizität der Niederenergiekollisionen bei der verwendeten Schwellenenergie kleiner als die des Stringmodells ist. Die Berücksichtigung von Prozessen wie $NN \leftrightarrow RR$ und die Einführung höherer Resonanzen könnte dieses Problem beheben und unter Umständen erlauben, die Stringschwellen höher zu setzen, so daß Zeitumkehrinvarianz in einem größeren Energiebereich erfüllt ist. In [166, 52] wurde ähnlich vorgegangen, und im Meson-Baryon-Sektor wurden die unbekannten Wirkungsquerschnitte mit Hilfe eines Regge-Modells bestimmt.

- **Off-Shell-Propagation**
  Das im vorangegangenen Absatz diskutierte Problem der Zeitumkehrinvarianz betrifft in besonderem Maße die Off-Shell-Propagation der Nukleonen. Auch hier werden bislang die Wirkungsquerschnitte nur als Funktion der freien invarianten Energie $\sqrt{s}_{free}$ berechnet, und Modifikationen der Übergangsraten aufgrund der In-Medium-Spektralfunktionen werden vernachlässigt. Es wird sicherlich wichtig sein zu überprüfen, ob diese Näherung gerechtfertigt ist. Ein weiterer Punkt ist die Analytizität der Selbstenergien. Bereits im Falle der On-Shell-Näherung wird in allen hadronischen Transporttheorien diese Analytizität vernachlässigt, obgleich mögliche Effekte nicht von vornherein auszuschließen sind.

  Die von uns ad hoc eingeführten Bewegungsgleichungen für die Off-Shell-Teilchen bedürfen überdies einer theoretischen Rechtfertigung. Wir verweisen hier auf die neueren Untersuchungen in [153] und bemerken, daß unter Umständen eine Änderung unseres Verfahrens notwendig ist. Vermutlich sind in diesem Zusammenhang auch Studien im Rahmen vereinfachter „Toy"-Modelle hilfreich.

  In der vorliegenden Arbeit wurde in Kapitel 8 auf den Vergleich mit experimentellen Daten verzichtet. Ein solcher ist in Zukunft erforderlich, um unser Verständnis von relativistischen Schwerionenstößen zu verbessern. Da unser Modell ohne Off-Shell-Propagation eine zufriedenstellende Beschreibung der experimentellen Daten zur Pionenproduktion in Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien liefert und aufgrund der Off-Shell-Propagation die Anzahl hochenergetischer Pionen deutlich erhöht wird, ist zu erwarten, daß es weitere – bislang unberücksichtigte – Effekte gibt, die die Pionenproduktion beeinflussen.

  Im Rahmen des hier verwendeten Off-Shell-Formalismus ist bei Berücksichtigung der Selbstenergie $\Sigma^<$ auch die Berechnung der Off-Shellness der einen Kern im Grundzustand bildenden Nukleonen, also der Grundzustandskorrelationen, möglich. Hierzu gibt es bereits vielversprechende Ansätze [165]. Diese Anfangskorrelationen haben möglicherweise auch einen Einfluß auf Teilchenproduktion in Schwerionenkollisionen und insbesondere in Reaktionen mit elementaren Projektilen unterhalb der freien Schwelle.

- **Strangenessproduktion**
  In Kapitel 9 wurde betont, daß es sehr schwierig ist, aus der totalen Produktion von K^--Mesonen in Schwerionenkollisionen Rückschlüsse auf ein K^--Potential zu ziehen, da die transporttheoretischen Rechnungen mit recht großen Unsicherheiten, insbesondere hinsichtlich unbekannter Übergangsraten, behaftet sind. Bis-

lang existiert noch keine Untersuchung, in der die Modellunsicherheiten systematisch studiert wurden. Aufgrund der starken Kopplung der K^--Mesonen an den $Y\pi$-Kanal scheint auch hier Detailed Balance von zentraler Bedeutung zu sein.

Zukünftige experimentelle Daten zur Kaonenproduktion in Proton-Kern-Reaktionen von der KAOS-Kollaboration an der GSI und vom Detektor ANKE am Beschleuniger COSY sowie in Photon-Kern-Reaktionen vom TJNAF werden sicherlich helfen, unser Verständnis der Eigenschaften von Kaonen in Materie zu verbessern. Da in proton- und photoninduzierten Reaktionen der Kanal $\pi Y \to \bar{K}N$ keine Rolle spielt, ist zu erwarten, daß die in [158] vorhersagten Mediummodifikationen der Übergangsraten zu $\bar{K}N \to \pi Y, \bar{K}N$ deutliche observable Konsequenzen haben. Bereits in [159] wurde vorgeschlagen, die Eigenschaften der $\Lambda(1405)$-Resonanz mit Hilfe photonuklearer Reaktionen zu studieren. Unter Umständen erlaubt der Nachweis der K^+-Mesonen aus $\gamma p \to \Lambda(1405)K^+$ Rückschlüsse auf Mediummodifikationen der $\Lambda(1405)$-Resonanz.

Es ist vermutlich erforderlich, die derzeitige Berücksichtigung der In-Medium-Selbstenergien der Kaonen in ihrer Produktion zu verbessern. Voraussetzung hierfür ist allerdings, daß „vernünftige“ Parametrisierungen der Übergangsraten verwendet werden. In der vorliegenden Arbeit wurde bei der Parametrisierung von Wirkungsquerschnitten, zum Beispiel für $\gamma N \to VN$, stets Wert darauf gelegt, die trivialen Faktoren, also den Flußfaktor und den Phasenraum, von dem nicht-trivialen Matrixelement zu trennen. Im Strangeness-Sektor wurden demgegenüber viele Parametrisierungen aus anderen Arbeiten übernommen. Viele dieser Wirkungsquerschnitte zeigen ein unphysikalisches Verhalten nahe an der Schwelle. So läßt sich zeigen, daß das Schwellenverhalten des n-Teilchenphasenraumes Φ_n gegeben ist als:

$$\Phi_n \propto (\sqrt{s} - \sqrt{s_0})^{(3n-5)/2},$$

wobei $\sqrt{s_0}$ die invariante Schwellenenergie ist. Da viele der hier adoptierten Wirkungsquerschnitte nicht dieses Schwellenverhalten zeigen, ist es durchaus fragwürdig, diese Wirkungsquerschnitte bei der Berücksichtigung von Potentialen bei $\sqrt{s}_{free} - U$ abzugreifen.

- **Relativistische Potentiale**
  In der vorliegenden Arbeit wurde ein impulsabhängiges effektives skalares Potential verwendet und kein Vektorpotential berücksichtigt. Für die Untersuchungen in [167] wurde das hier verwendete Modell bereits um ein relativistisches Vektorpotential erweitert, wobei allerdings im Kollisionsterm im Falle impulsabhängiger Potentiale die Energieerhaltung noch vernachlässigt wurde. Anstelle der Gleichung (3.4.3) wären hier 4 Gleichungen für die Komponenten des generalisierten Impulses p simultan numerisch zu lösen. Dies wäre deutlich aufwendiger als das bisherige Vorgehen. Auf der anderen Seite läßt sich das Nukleonenpotential bis zu einem Impuls von etwa 300 MeV bei Dichte ρ_0 sehr gut mit impulsunabhängigen relativistischen Potentialen beschreiben. Mit impulsunabhängigen Potentialen ist die Berücksichtigung der Potentiale im Kollisionsterm wesentlich einfacher, und insbesondere die Korrektur der Phasenraumfaktoren wäre mit Hilfe algebraischer Gleichungen möglich.

Anhang A

Wirkungsquerschnitte

A.1 Baryon-Baryon-Stöße

A.1.1 Elastische Nukleon-Nukleon-Streuung

Der elastische Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt wird als vom Isospin der einlaufenden Teilchen unabhängig angenommen, und es wird die Parametrisierung aus [168] übernommen:

$$\sigma_{NN\to NN} = \left(\frac{35}{1 + \frac{\sqrt{s}-2M_N}{100\,\mathrm{GeV}}} + 20 \right) \mathrm{mb}, \tag{A.1}$$

mit der folgenden Winkelverteilung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto exp\left[A(\sqrt{s})t/\mathrm{GeV}^2\right], \tag{A.2}$$

wobei t das Quadrat des Impulsübertrages bezeichnet und

$$A(\sqrt{s}) = 6\frac{\left[3.65(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 2M_N)\right]^6}{1 + \left[3.65(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 2M_N)\right]^6}. \tag{A.3}$$

A.1.2 Mesonenproduktion in Nukleon-Nukleon-Kollisionen

In unserem Modell wird der Prozeß $NN \to NN\pi$ in erster Linie über einen Zweistufenprozeß mit der intermediären Anregung einer Baryonenresonanz R beschrieben: $NN \to NR \to NN\pi$. Die größte Rolle spielt hierbei die $\Delta(1232)$-Resonanz. Für den Wirkungsquerschnitt zu $NN \to N\Delta(1232)$ übernehmen wir das One-Pion-Exchange-Modell aus [169]. Dieses Modell liefert eine sehr gute Beschreibung der experimentellen Daten zu massen- und winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitten. Aus Platzgründen verzichten wir hier auf eine ausführlichere Darstellung und verweisen auf [40].

Für die Resonanzen oberhalb der $\Delta(1232)$-Resonanz sind keine experimentellen massendifferentiellen Wirkungsquerschnitte verfügbar, so daß die Resonanzen nur an totale Wirkungsquerschnitte angepaßt werden können. Das Matrixelement zu $NN \to NR$ wird als unabhängig von $\sqrt{s}$, der Masse μ der Resonanz und des Streuwinkels

Resonanz	$\lvert\mathcal{M}_{NN\to NR}\rvert^2/16\pi$ [mb GeV^2]
$P_{11}(1440)$	14
$S_{11}(1535)$	8, 20, 40
$S_{11}(1650)$	4
$D_{13}(1520)$	4
$D_{15}(1675)$	68
$P_{13}(1720)$	4
$F_{15}(1680)$	4
$S_{31}(1620)$	7
$D_{33}(1700)$	7
$P_{31}(1910)$	68
$P_{33}(1600)$	68
$F_{35}(1905)$	7
$F_{37}(1950)$	14

Tabelle A.1: Verwendete Matrixelemente für $NN \to NR$.

angenommen. Der massendifferentielle Wirkungsquerschnitt ist damit:

$$\frac{d\sigma_{NN\to NR}}{d\mu} = C\frac{p_f}{p_i s}\frac{|\mathcal{M}_{NN\to NR}|^2}{16\pi}\mathcal{A}_R(\mu), \tag{A.4}$$

wobei p_i, p_f die Schwerpunktsimpulse der ein- beziehungsweise auslaufenden Teilchen bezeichnen und $\mathcal{A}_R$ die Spektralfunktion der Resonanz R gemäß Gleichung (2.63) ist. Der Isospinkoeffizient C ergibt sich aus der Annahme, daß das Matrixelement nicht vom totalen Isospin I abhängt, und einer inkohärenten Summation der Beiträge mit verschiedenen I. Wir erhalten den folgenden Ausdruck von Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$C = \sum_I |\langle i_1 i_2 m_1 m_2 | i_1 i_2 I M\rangle|^2 |\langle i_3 i_4 m_3 m_4 | i_3 i_4 I M\rangle|^2, \tag{A.5}$$

wobei i_k den totalen Isospin von Teilchen k und m_k seine z-Komponente bezeichnet. Die einlaufenden Teilchen wurden hier mit den Indizes 1 und 2 bezeichnet und die auslaufenden mit 3 und 4.

Aus Gleichung (A.4) ergeben sich die Wirkungsquerschnitte zu $NN \to NN\pi$ oder $NN \to NN\pi\pi$ für spezifische Isospinkanäle unter Berücksichtigung der Verzweigungsverhältnisse der Resonanzen in die verschiedenen Kanäle und der entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten (siehe zum Beispiel [40, 36]). Die Matrixelemente $|\mathcal{M}_{NN\to NR}|^2$ wurden in [36] so gewählt, daß eine gute Beschreibung der experimentellen Daten zur Ein- und Zweipionenproduktion sowie zur ρ^0- und η-Produktion gelang. Diese Matrixelemente werden auch hier verwendet und sind in Tabelle A.1 aufgeführt. Die Matrixelemente sind durch die verfügbaren experimentellen Daten nicht eindeutig festgelegt. Für jede Resonanz, abgesehen von der $S_{11}(1535)$-Resonanz wegen der η-Produktion, ließe sich – bei simultaner Anpassung der anderen Matrixelemente – das Matrixelement auf null setzen oder um einen Faktor 5 erhöhen, ohne die Beschreibung der totalen Wirkungsquerschnitte zu verschlechtern. Aus diesem Grunde haben wir darauf verzichtet, für den hier gegenüber [36] veränderten Satz von Resonanzen

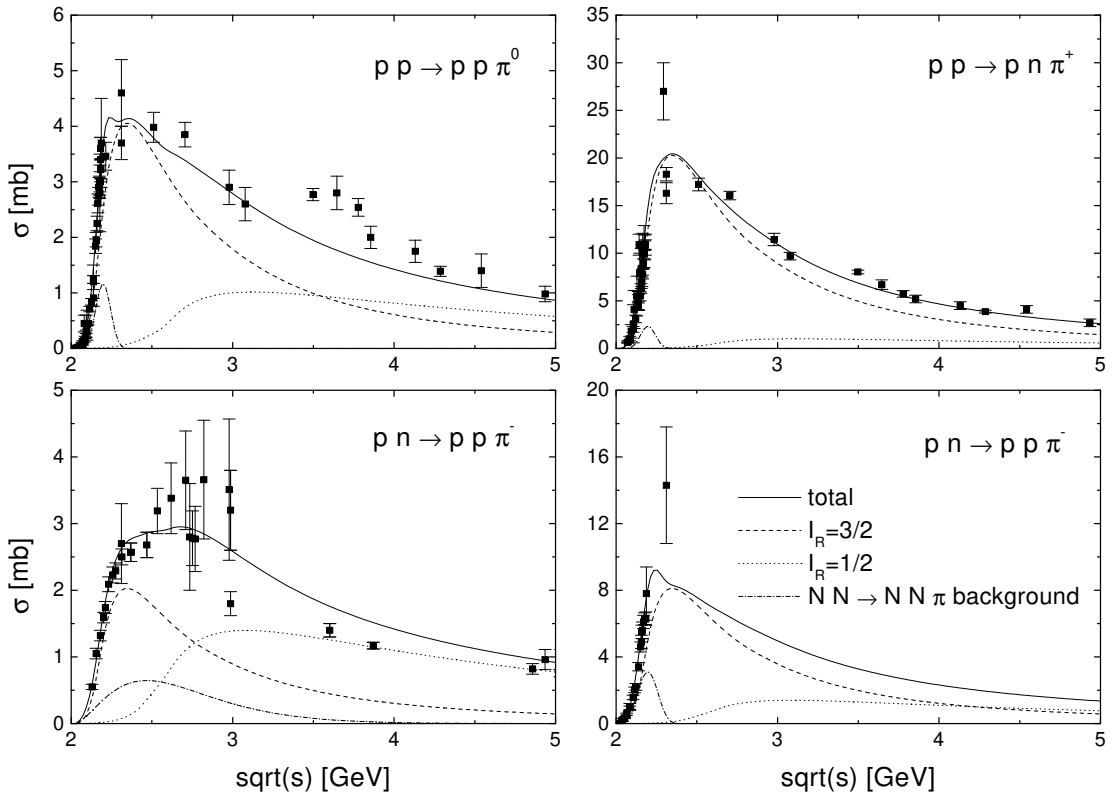

Abbildung A.1: Wirkungsquerschnitte zur Einpionenproduktion in Nukleon-Nukleon-Kollisionen. Die experimentellen Daten stammen aus [67].

Kanal	A [mb]	a	b	n_1	n_2
$p \quad p \to p \quad p \quad \pi^0$	61.3	1.52	2.50	6.18	3.48
$p \quad p \to p \quad n \quad \pi^+$	122.6	1.52	2.50	6.18	3.48
$p \quad n \to p \quad p \quad \pi^-$	24.9	3.30	0.85	1.93	0.002
$p \quad n \to p \quad n \quad \pi^0$	7.25	0.88	0	2.31	3.64

Tabelle A.2: Fitparameter für den nichtresonanten Beitrag zum $NN \to NN\pi$-Wirkungsquerschnitt (Gleichung(A.6)).

eine neue Anpassung der Matrixelemente vorzunehmen. Die Matrixelemente der neu hinzugekommenen und nicht in Tabelle A.1 aufgeführten Resonanzen setzen wir daher auf null.

In Abbildung A.1 sind die resultierenden Wirkungsquerschnitte zur Einpionenproduktion dargestellt. Man sieht, daß eine sehr gute Beschreibung der experimentellen Daten gelingt. Um die Wirkungsquerschnitte nahe an der Schwelle zu beschreiben, ist neben den Resonanzbeiträgen ein nicht-resonanter Untergrundterm zu $NN \to NN\pi$ notwendig [40]:

$$\sigma^{bg}_{N\,N\to N\,N\,\pi}(x) = A\,x^{n_1}\,e^{-(a\,x^{n_2}+b\,x)} \tag{A.6}$$

$$\text{mit} \quad x = \frac{\sqrt{s} - 2M_N - m_\pi}{5\,\text{GeV}},$$

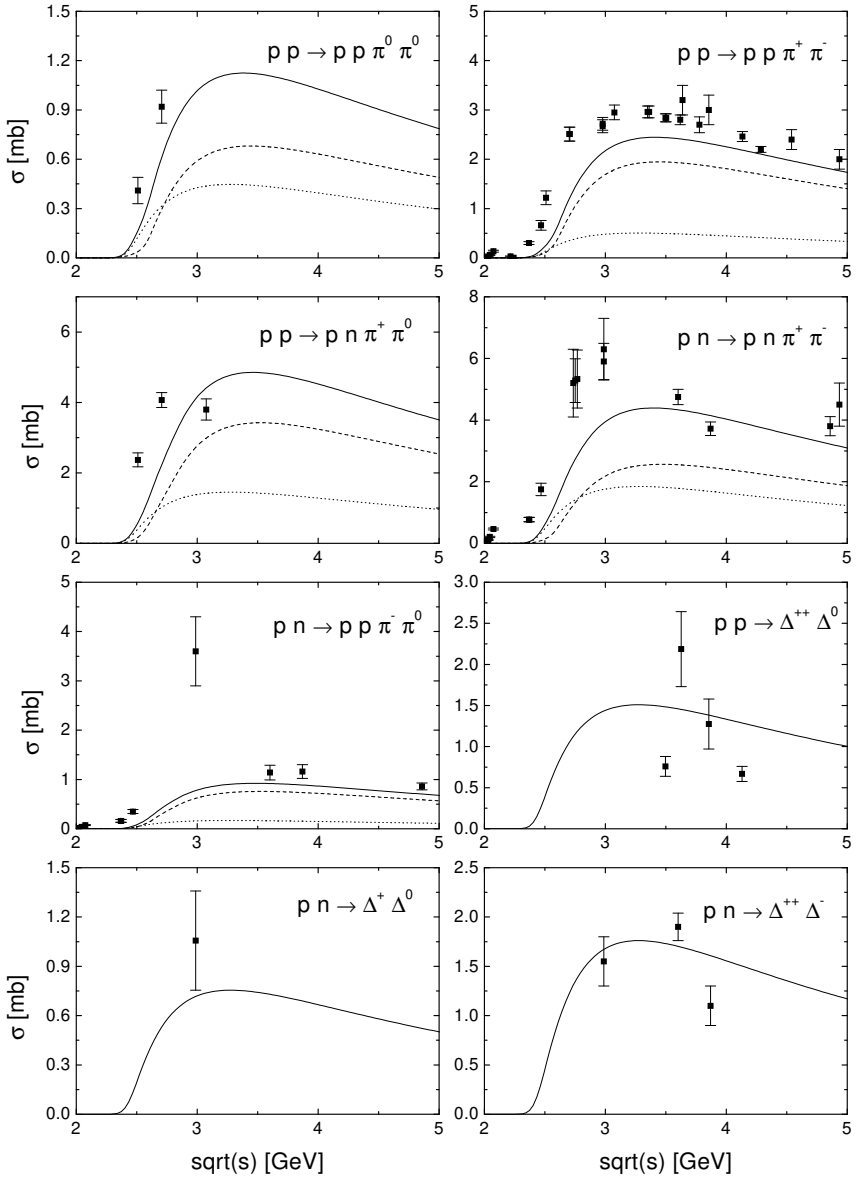

Abbildung A.2: Wirkungsquerschnitte zur Zweipionenproduktion in Nukleon-Nukleon-Kollisionen. In den Wirkungsquerschnitten zu $NN \to NN\pi\pi$ gibt die gestrichelte Linie den Beitrag aus $NN \to NR$ und die gepunktete den aus $NN \to \Delta\Delta$ an. Die experimentellen Daten stammen aus [67].

und den in Tabelle A.2 aufgeführten Parametern.

Die Wirkungsquerschnitte zur Zweipionenproduktion zeigen wir in Abbildung A.2. Neben den Beiträgen aus $NN \to NR$ berücksichtigen wir auch den Prozeß $NN \to \Delta(1232)\Delta(1232)$. Zu diesem Wirkungsquerschnitt gibt es experimentelle Daten, die auch in Abbildung A.2 dargestellt sind. Analog zu $NN \to NR$ haben wir diese Daten mit einem konstanten Matrixelement angepaßt:

$$\frac{d\sigma_{NN\to\Delta\Delta}}{d\mu_1 d\mu_2} = C\, S_{\Delta\Delta}\, \frac{p_f}{p_i s}\, \frac{|\mathcal{M}_{NN\to\Delta\Delta}|^2}{16\pi} \mathcal{A}_\Delta(\mu_1)\mathcal{A}_\Delta(\mu_2), \tag{A.7}$$

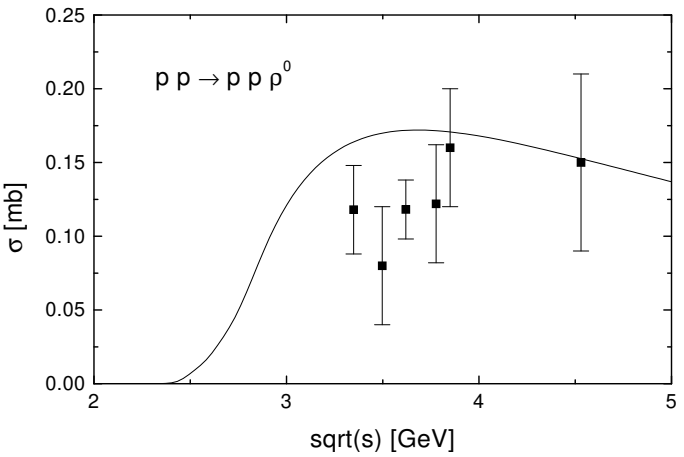

Abbildung A.3: Wirkungsquerschnitt zur ρ^0-Produktion in Proton-Proton-Kollisionen. Die experimentellen Daten stammen aus [67].

wobei hier der statistische Faktor $S_{\Delta\Delta}$ auftaucht, der 1/2 ist, wenn die beiden Δ-Resonanzen im gleichen Isospinzustand vorliegen, und ansonsten 1 ist. Für das Matrixelement verwenden wir:

$$\frac{|\mathcal{M}_{NN\to\Delta\Delta}|^2}{16\pi} = 90\,\mathrm{mb\,GeV}^2.$$

In Abbildung A.2 sieht man, daß die experimentellen Daten zur Zweipionenproduktion an der Schwelle über den aus unserem Modell resultierenden Wirkungsquerschnitten liegen. Dies ist darauf zurückzuführen, daß wir die Zweipionenproduktion nur über intermediäre Nukleonenresonanzen beschreiben und nicht-resonante Untergrundterme vernachlässigen.

In Abbildung A.3 ist der Wirkungsquerschnitt zu $pp \to pp\rho^0$ dargestellt. Die experimentell gemessenen Wirkungsquerschnitte liegen im Bereich 0.1 bis 0.15 mb und sind damit sehr klein (nur etwa 5% des $pp \to pp\pi^+\pi^-$-Wirkungsquerschnittes). Um die Reproduktion dieses Wirkungsquerschnittes zu erreichen, wurden in [36] die Matrixelemente zu $NN \to NR$ der Resonanzen mit großer $N\rho$-Kopplung auf sehr kleine Werte gesetzt. Wir sollten hier aber anmerken, daß unter Umständen eine Neuanpassung der Parameter erforderlich wird, sobald zuverlässigere Daten zur ρ^0-Produktion verfügbar werden.

Den Wirkungsquerschnitt zu $pp \to pp\eta$ zeigen wir in Abbildung A.4. Dieser Wirkungsquerschnitt wird in unserem Modell fast ausschließlich durch die intermediäre Anregung der $S_{11}(1535)$-Resonanz bestimmt. Mit den hier verwendeten Isospinkoeffizienten gemäß Gleichung (A.5) ergäbe sich: $\sigma_{pn\to pn\eta} = \sigma_{pp\to pp\eta}$. Experimentell beoachtet man jedoch [171], daß der Proton-Neutron-Wirkungsquerschnitt wesentlich größer ist. Daher verwenden wir für die Anregung der $S_{11}(1535)$-Resonanz abweichende Isospinkoeffizienten:

$$|\mathcal{M}_{pn\to nN^+(1535)}|^2 = |\mathcal{M}_{pp\to pN^+(1535)}|^2 \times \begin{cases} 5 & , \quad \sqrt{s} < 2.51724\,\mathrm{GeV} \\ 2.5 & , \quad \text{sonst} \end{cases} , \qquad \text{(A.8)}$$

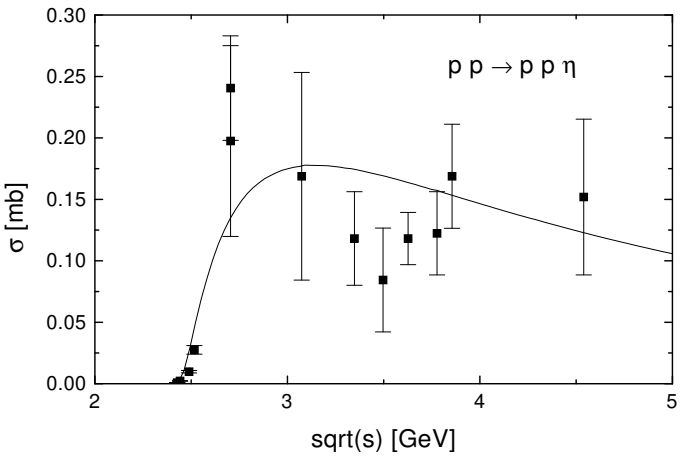

Abbildung A.4: Wirkungsquerschnitt zur η-Produktion in Proton-Proton-Kollisionen. Die experimentellen Daten stammen aus [170].

mit

$$|\mathcal{M}_{pp\to pN^+(1535)}|^2 = 8\,\mathrm{mb\,GeV}^2.$$

Für den totalen Wirkungsquerschnitt zu $NN \to NN\omega$ übernehmen wir die Parametrisierung aus [172]:

$$\sigma_{NN\to NN\omega} = 2.5\left(\frac{s}{s_0}-1\right)^{1.47}\left(\frac{s}{s_0}\right)^{-1.11}\mathrm{mb}, \tag{A.9}$$

mit $\sqrt{s_0} = 2M_N + m_\omega$. Diese Parametrisierung wird für alle Baryon-Baryon-Kollisionen verwendet.

In Abbildung A.5 ist der totale Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt, der sich mit den hier verwendeten Wirkungsquerschnitten ergibt, dargestellt. Man sieht, daß bis zu einer invarianten Energie von etwa 3.5 GeV die experimentellen Daten sehr gut beschrieben werden. Wir sollten hier aber bemerken, daß die hier verwendete Parametrisierung des elastischen Wirkungsquerschnittes nur für invariante Energien unterhalb von 2.5 GeV eine gute Beschreibung der experimentellen Daten liefert. Bei einer Schwerpunktsenergie von 5 GeV beträgt der experimentell gemessene elastische Wirkungsquerschnitt nur noch etwa 10 mb. Dies ist jedoch kein Problem, da wir normalerweise für Schwerpunktsenergien oberhalb von 2.6 GeV das FRITIOF-Modell mit den in Anhang A.4 aufgeführten Wirkungsquerschnitten verwenden.

A.1.3 Resonanz-Nukleon-Streuung

Aus Gleichung (A.4) erhalten wir unmittelbar den Wirkungsquerschnitt für $NR \to NN$:

$$\sigma_{NR\to NN} = C\,S_{NN}\frac{2}{2J_R+1}\frac{p_f}{p_i s}\frac{|\mathcal{M}_{NN\to NR}|^2}{16\pi}. \tag{A.10}$$

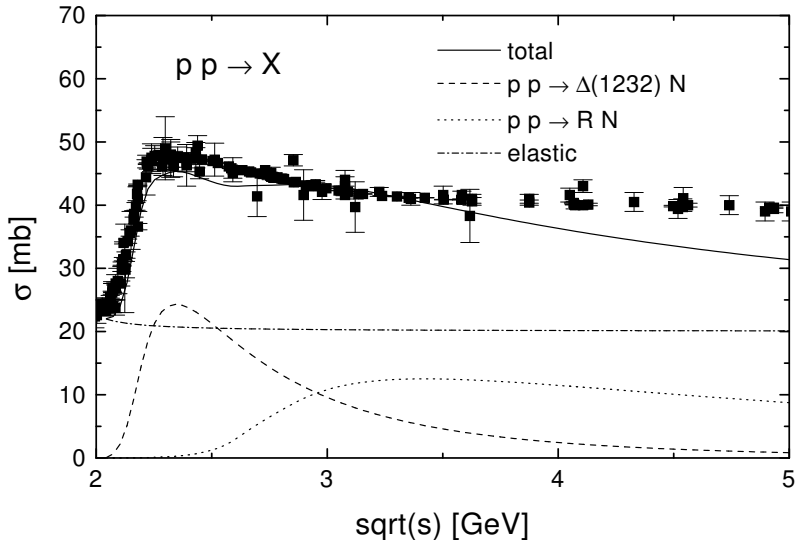

Abbildung A.5: Totaler Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt. Die experimentellen Daten stammen aus [67].

Für den Prozeß $NR \to NR$ (gleiche Resonanz im Eingangs- und Ausgangskanal) verwenden wir:

$$\frac{d\sigma_{NR\to NR}}{d\mu} = C\frac{p_f}{p_i s}\frac{|\mathcal{M}_{NN\to NN}|^2}{16\pi}\mathcal{A}_R(\mu), \tag{A.11}$$

wobei wir das Matrixelement $|\mathcal{M}_{NN\to NN}|^2$ aus der Parametrisierung des elastischen Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnittes (Gleichung (A.1)) unter Annahme einer isotropen Winkelabhängigkeit gewinnen:

$$|\mathcal{M}_{NN\to NN}|^2 = 16\pi s\sigma_{NN\to NN}. \tag{A.12}$$

Für den Wirkungsquerschnitt der Streuung einer Resonanz R an einem Nukleon in eine andere Resonanz R' benutzen wir die Matrixelemente aus $NN \to NR$:

$$\frac{d\sigma_{NR\to NR'}}{d\mu} = C\frac{2}{2J_R+1}\frac{p_f}{p_i s}\frac{|\mathcal{M}_{NN\to NR}|^2| + \mathcal{M}_{NN\to NR'}|^2}{32\pi}\mathcal{A}_{R'}(\mu). \tag{A.13}$$

Der Vollständigkeit halber geben wir noch den Wirkungsquerschnitt für $\Delta(1232)\Delta(1232) \to NN$ an:

$$\sigma_{\Delta\Delta\to NN} = C\,S_{NN}\,\frac{p_f}{p_i s}\frac{1}{4}\frac{|\mathcal{M}_{NN\to\Delta\Delta}|^2}{16\pi}. \tag{A.14}$$

A.1.4 Strangenessproduktion

Den Wirkungsquerschnitt zu $BB \to NYK$ parametrisieren wir in der folgenden Form:

$$\sigma_{BB\to NYK} = C_Y\frac{1}{p_i\sqrt{s}}|\mathcal{M}_Y|^2 16(2\pi)^7\Phi_3, \tag{A.15}$$

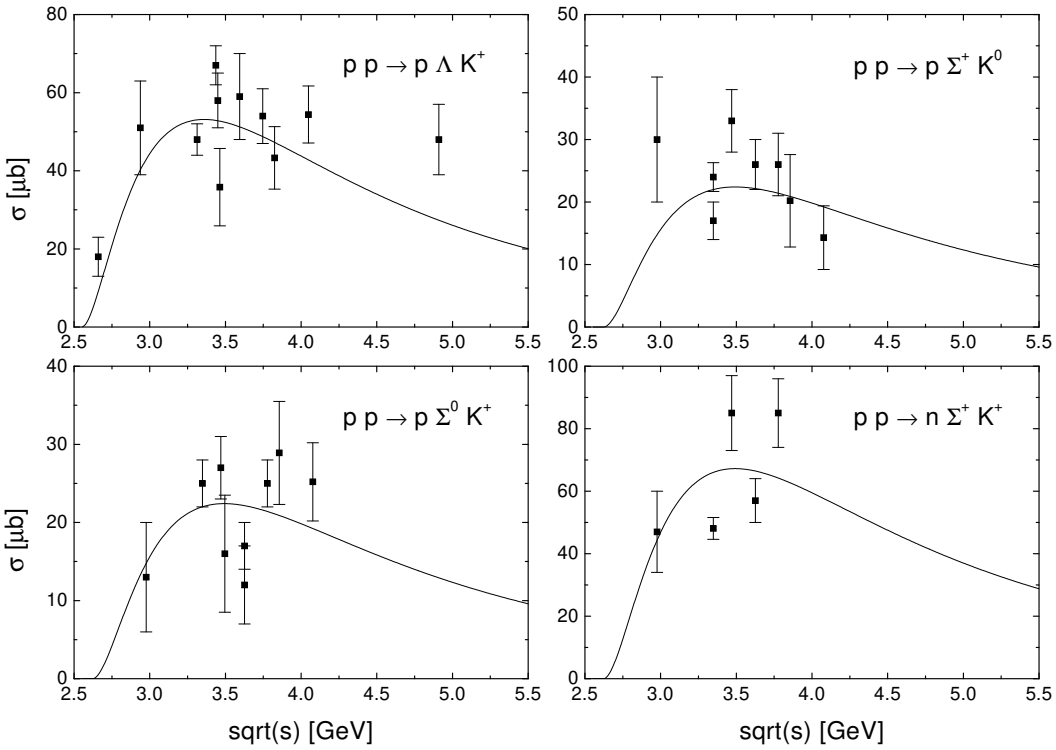

Abbildung A.6: Wirkungsquerschnitte zu $pp \to NYK$ Die experimentellen Daten stammen aus [67].

wobei Φ_3 den Dreikörperphasenraum gemäß Gleichung (2.44) bezeichnet. Für die Isospinkoeffizienten C_Y übernehmen wir das One-Pion-Exchange-Modell aus [173] und erhalten den folgenden Ausdruck von Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$\begin{aligned} C_Y = &|\langle i_3 1 m_3 m_\pi | i_3 1 i_1 m_1\rangle|^2 \times \\ &\times \sum_I g_Y^I |\langle i_2 1 m_2 m_\pi | i_2 1 I M\rangle|^2 |\langle i_Y \frac{1}{2} m_Y m_K | i_Y \frac{1}{2} I M\rangle|^2 + (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \tag{A.16}$$

mit der gleichen Notation wie in Gleichung (A.5); die Indizes 1 und 2 bezeichnen die einlaufenden Baryonen und der Index 3 das auslaufende Nukleon. Die z-Komponente des Isospins des ausgetauschten Pions ist $m_\pi = m_1 - m_3$ (beziehungsweise $m_\pi = m_2 - m_3$ für den Austauschterm). Der Isospin des YK-Systems ist mit (I, M) bezeichnet, und g_Y^I sind relative Gewichte. Im Falle von ΛK trägt nur $I = 1/2$ bei, und deshalb ist $g_\Lambda^{1/2} = 1$. Für ΣK verwenden wir $g_\Sigma^{1/2} = 2g_\Sigma^{3/2} = \frac{2}{3}$, um eine gute Beschreibung der experimentellen Daten zu erhalten. Das Matrixelement $|\mathcal{M}_Y|^2$ wird folgendermaßen parametrisiert:

$$|\mathcal{M}_Y|^2 = a_Y \left(\frac{1}{s/\mathrm{GeV}^2 - 3.94} \right)^{1.781}, \tag{A.17}$$

mit $a_\Lambda = 59.3$ mb und $a_\Sigma = 44.5$ mb. In Abbildung A.6 ist dargestellt, daß hiermit eine gute Beschreibung der experimentellen Daten in Proton-Proton-Kollisionen gelingt.

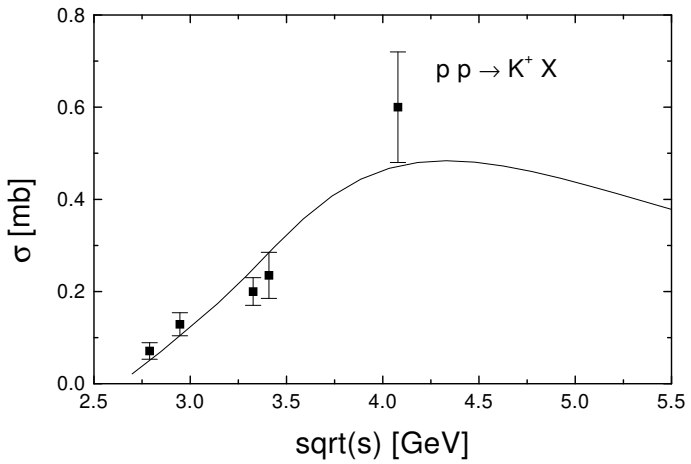

Abbildung A.7: Wirkungsquerschnitte zu $pp \to K^+X$ Die experimentellen Daten stammen aus [67].

Leider sind derzeit keine experimentellen Daten zur Strangenessproduktion in Proton-Neutron-Kollisionen verfügbar. Wir sollten bemerken, daß das One-Pion-Exchange-Modell

$$\sigma_{pn\to N\Lambda K} = 5\sigma_{pp\to p\Lambda K^+}$$

liefert. Dies ist möglicherweise nicht realistisch. Deshalb wurde alternativ ein Modell für die Isospinkoeffizienten C_Y implementiert, in das – analog zu $NN \to NR$ – die Annahme eingeht, daß das Matrixelement nicht vom totalen Isospin I_{tot} abhängt. Durch inkohärente Summation erhalten wir:

$$\begin{aligned} C_Y = &\sum_{I_{tot}} |\langle i_1 i_2 m_1 m_2 | i_1 i_2 I_{tot} M_{tot}\rangle|^2 \times \\ &\times \sum_I h_Y^I |\langle i_3 I m_3 M | i_3 I I_{tot} M_{tot}\rangle|^2 |\langle i_Y \frac{1}{2} m_Y m_K | i_Y \frac{1}{2} I M\rangle|^2, \end{aligned}$$

mit $h_\Lambda^{1/2} = \frac{2}{9}$ und $h_\Sigma^{3/2} = 4h_\Sigma^{1/2} = \frac{16}{27}$, so daß sich für $pp \to NYK$ die gleichen Isospinkoeffizienten wie nach Gleichung (A.16) ergeben. Mit diesem Modell ergibt sich zum Beispiel $\sigma_{pn\to N\Lambda K} = \sigma_{pp\to p\Lambda K^+}$, also ein um einen Faktor 5 kleinerer Wirkungsquerschnitt als in dem One-Pion-Exchange-Modell. Für die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit wurde stets der Isospinkoeffizient gemäß Gleichung (A.16) verwendet.

Den Wirkungsquerschnitt zu $BB \to NY^\star K$ berechnen wir mit den gleichen Matrixelementen wie für $BB \to NYK$:

$$\frac{\sigma_{BB\to NY^\star K}}{d\mu_{Y^\star}} = C_Y \frac{1}{p_i\sqrt{s}} |\mathcal{M}_Y|^2 16(2\pi)^7 \Phi_3 \mathcal{A}_{Y^\star}(\mu_{Y^\star}). \tag{A.18}$$

In Abbildung A.7 ist dargestellt, daß damit eine sehr gute Beschreibung inklusiver Kaonenproduktion bis zu invarianten Energien von 4 GeV gelingt.

Wir sollten hier anmerken, daß wir bislang nur die Kanäle mit den Isospins der einlaufenden Teilchen $i_1 = i_2 = \frac{1}{2}$ und $i_1 = \frac{1}{2}$, $i_2 = \frac{3}{2}$ in der Strangenessproduktion berücksichtigen.

Für den Wirkungsquerschnitt $BB \to NN\bar{K}K$ verwenden wir die Parametrisierung aus [156]:

$$\sigma_{BB\to NNK\bar{K}} = 1.5\left(1-\frac{s_0}{s}\right)^{3.17}\left(\frac{s_0}{s}\right)^{1.96}\,\text{mb}, \tag{A.19}$$

wobei $\sqrt{s_0} = 2M_N + 2m_K$. Die aus dem Zweistufenprozeß $BB \to NKY^\star \to NNK\bar{K}$ stammenden Beiträge werden von diesem Wirkungsquerschnitt abgezogen. Wir verwenden den gleichen Wirkungsquerschnitt für alle Baryon-Baryon-Stöße.

A.2 Meson-Baryon-Stöße

In der Meson-Baryon-Streuung spielt die intermediäre Anregung von Resonanzen eine große Rolle. Die korrespondierenden Wirkungsquerschnitte ergeben sich als inkohärente Summe von Breit-Wigner-Beiträgen gemäß Gleichung (2.52) (siehe auch Kapitel 2.5.2). Im folgenden beschreiben wir die Parametrisierungen der zusätzlich berücksichtigten nicht-resonanten Prozesse. Wir verwenden die nicht-resonanten Wirkungsquerschnitte der Meson-Nukleon-Streuung (mit totaler Strangeness $S = 0$) auch für die Nukleonenresonanzen mit Isospin 1/2 und die der Meson-Delta-Streuung für die höheren Δ-Resonanzen.

In der numerischen Realisierung wird für alle Prozesse eine isotrope Winkelverteilung angenommen. Für Endzustände mit mehr als zwei Teilchen werden die Impulse gemäß eines isotropen Phasenraumes verteilt.

A.2.1 Prozesse ohne Strangeness

Die Parametrisierungen der folgenden Wirkungsquerschnitte für die Produktion der Vektormesonen ω und ϕ sowie deren Absorption sind [71] entnommen.

ω-Produktion und Absorption

Der Wirkungsquerschnitt für $\pi N \to N\omega$ wird folgendermaßen parametrisiert:

$$\sigma_{\pi N\to\omega N} = |\langle\frac{1}{2}1 m_{N_1} m_\pi|\frac{1}{2}1\frac{1}{2}m_{N_2}\rangle|^2\, 20.64\frac{p_\pi/\text{GeV} - p_\pi^0}{(p_\pi/\text{GeV})^{3.33} - 1.07}\,\text{mb}, \tag{A.20}$$

wobei p_π der Impuls des Pions im Ruhesystem des Nukleons ist und p_π^0 der Schwellenimpuls des Pions für die Produktion eines ω-Mesons. Der Wirkungsquerschnitt der Rückreaktion $\omega N \to N\pi$ ist unmittelbar gegeben als:

$$\sigma_{\omega N\to N\pi} = \frac{1}{3}\frac{p_f^2}{p_i^2}\sigma_{\pi N\to\omega N}, \tag{A.21}$$

wobei p_f, p_i den Schwerpunktsimpuls der aus- beziehungsweise einlaufenen Teilchen bezeichnen. Für $\pi N \to N\omega\pi$ verwenden wir:

$$\sigma_{\pi^- p\to N\omega\pi} = \max[4.8\,\text{mb}\left(\frac{s}{s_0}-1\right)^{1.47}\left(\frac{s}{s_0}\right)^{-1.26} - \sigma_{\pi^- p\to n\omega}, 0], \tag{A.22}$$

mit $\sqrt{s_0} = M_N + m_\omega$. Wir verwenden diesen Wirkungsquerschnitt für alle einlaufenden Isospinzustände des Pions und des Nukleons.

Der elastische ωN-Wirkungsquerschnitt ist:

$$\sigma_{\omega N \to \omega N} = \frac{20\,\mathrm{mb}}{1 + p_\omega/\mathrm{GeV}}, \tag{A.23}$$

wobei p_ω den Impuls des ω-Mesons im Ruhesystem des Nukleons bezeichnet, und der totale Wirkungsquerschnitt ist gegeben als:

$$\sigma^{tot}_{\omega N} = (11 + \frac{9\,\mathrm{GeV}}{p_\omega})\,\mathrm{mb}. \tag{A.24}$$

Hieraus erhalten wir den Wirkungsquerschnitt für $\omega N \to N\pi\pi$:

$$\sigma_{\omega N \to \pi\pi N} = \sigma^{tot}_{\omega N} - \sigma_{\omega N \to \omega N} - \sigma_{\omega N \to N\pi}. \tag{A.25}$$

Die Beiträge der Resonanzen, die an den $N\omega$-Kanal koppeln, werden natürlich jeweils abgezogen.

ϕ-Produktion und Absorption

Die Wirkungsquerschnitte für das ϕ-Meson sind:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\pi N \to \phi N} &= |\langle \frac{1}{2} 1 m_{N_1} m_\pi | \frac{1}{2} 1 \frac{1}{2} m_{N_2} \rangle|^2\, 0.00882\,\mathrm{mbGeV}^3 \times & \text{(A.26)}\\
&\quad \times \frac{(0.99\,\mathrm{GeV})^2}{(\sqrt{s} - 1.8\,\mathrm{GeV})^2 + (0.99\,\mathrm{GeV})^2/4} \frac{\pi^2 p_f}{4 p_i s} & \text{(A.27)}\\
\sigma_{\phi N \to \pi N} &= \frac{1}{3}\frac{p_f^2}{p_i^2}\sigma_{\pi N \to \phi N} & \text{(A.28)}\\
\sigma_{\phi N \to \phi N} &= \frac{10\,\mathrm{mb}}{1 + p_\phi/\mathrm{GeV}} & \text{(A.29)}\\
\sigma^{tot}_{\phi N} &= (5 + \frac{4.5\,\mathrm{GeV}}{p_\phi})\,\mathrm{mb} & \text{(A.30)}\\
\sigma_{\phi N \to \pi\pi N} &= \sigma^{tot}_{\phi N} - \sigma_{\phi N \to \phi N} - \sigma_{\phi N \to N\pi}, & \text{(A.31)}
\end{aligned}$$

wobei wir die gleichen Bezeichnungen wie für die Wirkungsquerschnitte des ω-Mesons verwendet haben.

$\pi\mathbf{N} \leftrightarrow \Delta(\mathbf{1232})\eta$

Der Wirkungsquerschnitt für $\pi N \to \Delta(1232)\eta$ wird parametrisiert als:

$$\frac{d\sigma_{\pi N \to \Delta\eta}}{d\mu_\Delta} = |\langle \frac{1}{2} 1 m_N m_\pi | \frac{1}{2} 1 \frac{3}{2} m_\Delta \rangle|^2 \frac{p_f}{p_i s} |\mathcal{M}_{\pi N \to \Delta\eta}|^2 \mathcal{A}_\Delta(\mu_\Delta), \tag{A.32}$$

mit $|\mathcal{M}_{\pi N \to \Delta\eta}|^2 = 7$ mb GeV^2. In Abbildung A.8 zeigen wir den resultierenden Wirkungsquerschnitt zu $\pi^+ p \to \Delta^{++}\eta$ mit den experimentellen Daten. Die experimentellen Daten zu $\pi^+ p \to p\pi^+\eta$ sind auch dargestellt. Man sieht, daß bis zu einem Pionimpuls

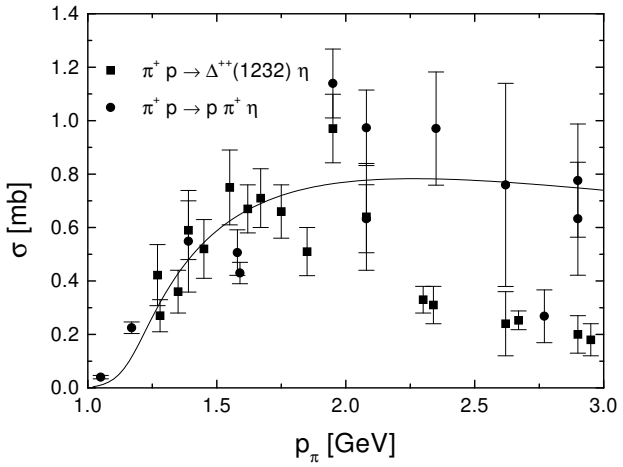

Abbildung A.8: Wirkungsquerschnitt zu $\pi p \to \Delta^{++}(1232)\eta$. Die experimentellen Daten stammen aus [67].

von etwa 2 GeV nahezu der gesamte experimentelle $\pi^+ p \to p\pi^+\eta$-Wirkungsquerschnitt über eine intermediäre Δ-Resonanz läuft. Unsere Parametrisierung gibt eine sehr gute Beschreibung des inklusiven Wirkungsquerschnittes. Der Wirkungsquerschnitt der Rückreaktion $\eta\Delta \to N\pi$ ist:

$$\sigma_{\eta\Delta\to N\pi} = |\langle \frac{1}{2} 1 m_N m_\pi | \frac{1}{2} 1 \frac{3}{2} m_\Delta \rangle|^2 \frac{1}{2} \frac{p_f}{p_i s} |\mathcal{M}_{\pi N\to\Delta\eta}|^2. \tag{A.33}$$

A.2.2 Strangenessproduktion

Die folgenden Wirkungsquerschnitte zur Strangenessproduktion wurden [174] entnommen:

$$\sigma_{\pi^- p\to\Lambda K^0} = \frac{0.007665(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.613)^{0.1341}}{(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.720)^2 + 0.007826}\,\mathrm{mb} \tag{A.34}$$

$$\sigma_{\pi^+ p\to\Sigma^+ K^+} = \left(\frac{0.03591(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.688)^{0.9541}}{(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.890)^2 + 0.01548} \right. \tag{A.35}$$

$$\left. + \frac{0.1594(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.688)^{0.01056}}{(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 3.000)^2 + 0.9412} \right)\,\mathrm{mb} \tag{A.36}$$

$$\sigma_{\pi^- p\to\Sigma^- K^+} = \left(\frac{0.009803(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.688)^{0.6021}}{(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.742)^2 + 0.006583} \right. \tag{A.37}$$

$$\left. + \frac{0.006521(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.688)^{1.4728}}{(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.940)^2 + 0.006248} \right)\,\mathrm{mb} \tag{A.38}$$

$$\sigma_{\pi^+ n\to\Sigma^0 K^+} = \sigma_{\pi^0 n\to\Sigma^- K^+} = \frac{0.05014(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.688)^{1.2878}}{(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.730)^2 + 0.006455}\,\mathrm{mb} \tag{A.39}$$

$$\sigma_{\pi^0 p\to\Sigma^0 K^+} = \left(\frac{0.003978(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.688)^{0.5848}}{(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.740)^2 + 0.006670} \right. \tag{A.40}$$

$$\left. + \frac{0.04709(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.688)^{2.1650}}{(\sqrt{s}/\mathrm{GeV} - 1.905)^2 + 0.006358} \right)\,\mathrm{mb} \tag{A.41}$$

channel	a_0[mb GeV^2]	a_1[GeV]	a_2
K^-p	150	0.35	2
$\bar{K}^0 n$	100	0.15	2
$\Lambda\pi^0$	130	0.25	3
$\Sigma^+\pi^-$	600	0.1	2
$\Sigma^-\pi^+$	5000	0.1	3
$\Sigma^+\pi^-$	2500	0.1	3

Tabelle A.3: Parameter für Wirkungsquerschnitte der K^-p-Streuung.

$$\sigma_{\pi^-\Delta^{++}\to\Lambda K^+} = \frac{0.006545(\sqrt{s}/\text{GeV} - 1.613)^{0.7866}}{(\sqrt{s}/\text{GeV} - 1.720)^2 + 0.004852}\,\text{mb} \tag{A.42}$$

$$\sigma_{\pi^-\Delta^{++}\to\Sigma^0 K^+} = \frac{0.004959(\sqrt{s}/\text{GeV} - 1.688)^{0.7785}}{(\sqrt{s}/\text{GeV} - 1.725)^2 + 0.008147}\,\text{mb}. \tag{A.43}$$

Die anderen Isospinkanäle ergeben sich aus Isospinsymmetrie. Im Falle von $\pi\Delta \to \Sigma K$ wird angenommen, daß nur Zustände mit totalem Isospin 1/2 beitragen. Die Rückreaktionen ergeben sich unmittelbar aus Zeitumkehrinvarianz.

Den Wirkungsquerschnitt zu $\pi B \to NK\bar{K}$ beschreiben wir, indem wir die Parametrisierung für $\pi N \to NK\bar{K}$ aus [175] übernehmen:

$$\sigma_{\pi B\to NK\bar{K}} = C\,1.121\left(1 - \frac{s_0}{s}\right)^{1.86}\left(\frac{s_0}{s}\right)^2\,\text{mb}, \tag{A.44}$$

mit $\sqrt{s_0} = M_N + 2m_K$, und der Isospinkoeffizient C ist über das verwendete Feynman-Diagramm in [175] als folgender Ausdruck von Clebsch-Gordan-Koeffizienten gegeben:

$$\begin{aligned} C =& g_{i_B}|\langle\frac{1}{2}\frac{1}{2}m_K m_{K^\star,ex}|\frac{1}{2}\frac{1}{2}1m_\pi\rangle|^2|\langle\frac{1}{2}1m_{\bar{K}}m_{\pi,ex}|\frac{1}{2}1\frac{1}{2}m_{K^\star,ex}\rangle|^2 \times \\ &\times|\langle i_B 1 m_B m_{\pi,ex}|i_B 1\frac{1}{2}m_N\rangle|^2 + (K \leftrightarrow \bar{K}). \end{aligned} \tag{A.45}$$

Hier sind das einlaufende Baryon mit dem Index B und das auslaufende Nukleon mit N bezeichnet. Die z-Komponenten des Isospins des ausgetauschten $K^\star$-Mesons und des ausgetauschten Pions sind $m_{K^\star,ex}$ und $m_{\pi,ex}$. Wir verwenden $g_{1/2} = \frac{9}{2}$ und $g_{3/2} = 9$. Damit ergibt sich für $\pi\Delta$ der gleiche isospingemittelte Wirkungsquerschnitt wie für πN.

A.2.3 Strangeness S = −1

In Kapitel 2.3 hatten wir die berücksichtigten Hyperonresonanzen vorgestellt, deren Beiträge zur Meson-Baryon-Streuung im Strangeness $S = -1$-Kanal – analog zur Pion-Nukleon-Streuung – durch eine inkohärente Summe von Breit-Wigner-Wirkungsquerschnitten gemäß Gleichung (2.52) berechnet werden. In Abbildung A.9 sind diese Beiträge für die verschiedenen experimentell gemessenen Reaktionskanäle der K^-p-Streuung als gestrichelte Linien dargestellt. Man sieht, daß die Resonanzbeiträge allein nicht ausreichen, um die experimentellen Daten zu beschreiben. Dies liegt, wie bereits in Kapitel 2.5.2 angesprochen, zum Teil an der Präsenz der $\Lambda(1405)$-Resonanz. Wir

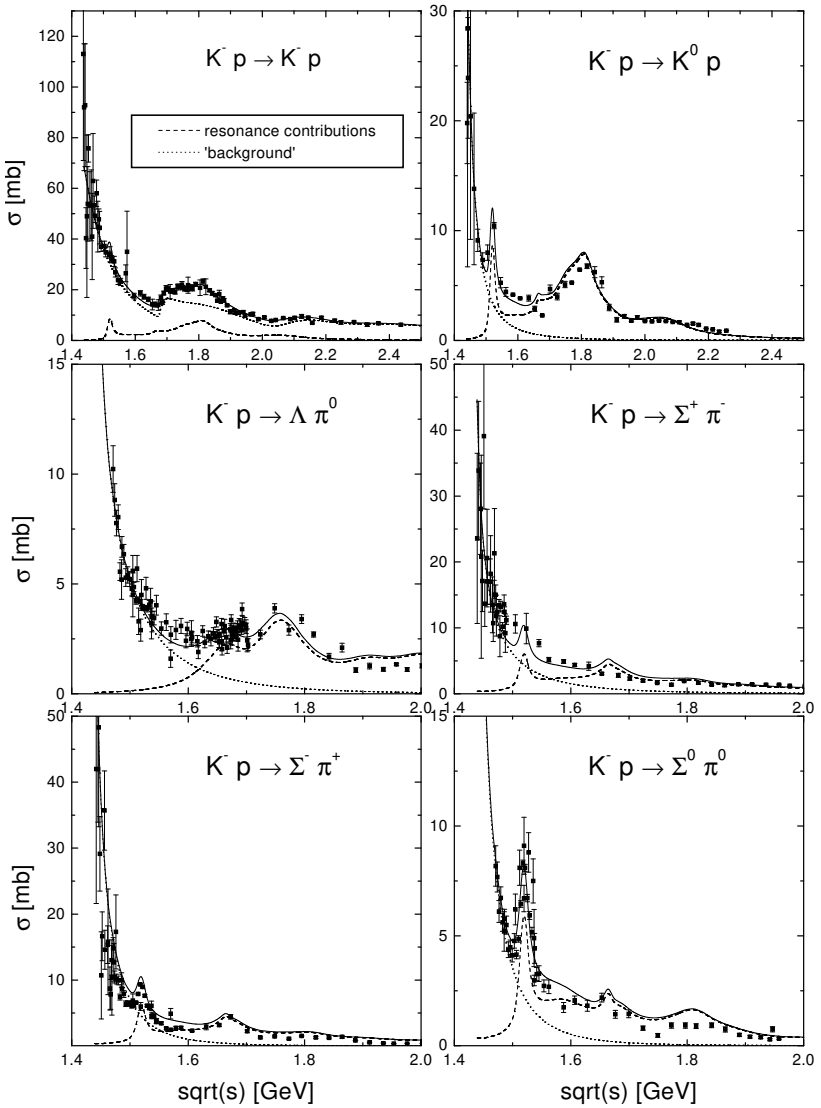

Abbildung A.9: Wirkungsquerschnitte zur elastischen Streuung, zum Ladungsaustausch und zur Hyperonproduktion in K^-p-Kollisionen. Die durchgezogenen Linien stellen die totalen Wirkungsquerschnitte dar, die gestrichelten die Resonanzbeiträge und die gepunkteten den nichtresonanten Untergrund. Die experimentellen Daten stammen aus [67].

berücksichtigen hier keine explizite Kopplung dieser Resonanz an den $N\bar{K}$-Kanal und führen daher die folgenden nicht-resonanten Untergrundwirkungsquerschnitte für die verschiedenen Kanäle i ein:

$$\sigma^{bg}_{K^-p\to i} = a_0 \frac{p_f}{p_i s} \left(\frac{a_1^2}{a_1^2 + p_f^2} \right)^{a_2} \quad , \tag{A.46}$$

wobei p_i den Schwerpunktsimpuls der einlaufenden und p_f den der auslaufenden Teilchen bezeichnet. Die Parameter a_j sind in Tabelle A.3 aufgeführt. Im Falle von $K^-p \to$

K^-p verwenden wir diese Parametrisierung nur für invariante Energien unterhalb von 1.7 GeV. Für höhere Energien wird eine Splineinterpolation durch ausgewählte experimentelle Datenpunkte benutzt, da die Struktur im Wirkungsquerschnitt um 1.8 GeV nur sehr schwer durch eine einfache Fitfunktion beschrieben werden kann. Aus Abbildung A.9 sieht man, daß unsere Parametrisierungen eine gute Beschreibung der experimentellen Daten für $K^-p \to K^-p, K^0n, \Lambda\pi^0, \Sigma^+\pi^-, \Sigma^-\pi^+, \Sigma^0\pi^0$ liefern.

Um den totalen K^-p-Wirkungsquerschnitt bis zu Energien von 2.2 GeV zu beschreiben, ist es notwendig, Kanäle mit mehr als zwei Teilchen im Endzustand zu berücksichtigen. Zu diesem Zweck haben wir den Prozeß $\bar{K}N \to Y^\star\pi$ mit einem konstanten Matrixelement für alle Hyperonresonanzen implementiert:

$$\sigma_{\bar{K}N\to Y^*\pi} = C\frac{|\mathcal{M}|^2}{p_i s}\int^{\sqrt{s}-m_\pi} d\mu p_f \mathcal{A}_{Y^*}(\mu) \quad , \tag{A.47}$$

wobei der Isospinfaktor C über Gleichung (A.5) gegeben ist. Für das quadrierte Matrixelement wird $|\mathcal{M}|^2 = 22$ mb GeV^2 verwendet, und es werden nur die Hyperonresonanzen mit einer invarianten Masse oberhalb von 1.6 GeV berücksichtigt. In Abbildung 2.15 wurde gezeigt, daß damit eine sehr gute Beschreibung des totalen K^-p-Wirkungsquerschnittes gelingt. Gegenüber einem direkten Dreiteilchenendzustand hat die verwendete Parametrisierung den Vorteil, daß Zeitumkehrinvarianz über die Reaktion $\pi Y^\star \to N\bar{K}$ leicht sichergestellt werden kann:

$$\sigma_{\pi Y^\star\to N\bar{K}} = C\frac{2}{2J_{Y^\star}+1}\frac{p_f}{p_i s}\left|\mathcal{M}\right|^2 . \tag{A.48}$$

Für den Fall, daß die Hyperonresonanzen „abgeschaltet“ werden, teilen wir den Mehrteilchenwirkungsquerschnitt auf die Kanäle $\Lambda\pi\pi$, $\Sigma\pi\pi$, $N\bar{K}\pi$ gemäß ihrer Spin- und Isospinmultiplizitäten auf:

$$\Lambda\pi\pi : \Sigma\pi\pi : N\bar{K}\pi = 18 : 54 : 24$$

In der K^-n-Streuung kann der elastische Wirkungsquerschnitt durch die Resonanzbeiträge und einen kleinen konstanten Untergrundwirkungsquerschnitt beschrieben werden:

$$\sigma^{bg}_{K^-n\to K^-n} = 4 \text{ mb}.$$

Der Wirkungsquerschnitt zu $K^-n \to \Lambda\pi^-$ folgt aus Isospinsymmetrie aus $K^-p \to \Lambda\pi^0$, und für den $\Sigma\pi$-Kanal machen wir die Annahme:

$$\sigma^{bg}_{K^-n\to\Sigma^-\pi^0} = \sigma^{bg}_{K^-n\to\Sigma^0\pi^-} = \frac{1}{2}\left(\sigma^{bg}_{K^-p\to\Sigma^-\pi^+} + \sigma^{bg}_{K^-p\to\Sigma^+\pi^-}\right)$$

Das Resultat für den totalen K^-n-Wirkungsquerschnitt wurde in Abbildung 2.15 gezeigt, und wir hatten gesehen, daß die verfügbaren experimentellen Daten zufriedenstellend beschrieben werden. Die Wirkungsquerschnitte für $\bar{K}^0N$-Streuung ergeben sich aus einfachen Isospinspiegelungen:

$$\sigma_{\bar{K}^0p} = \sigma_{K^-n}, \quad \sigma_{\bar{K}^0n} = \sigma_{K^-p}.$$

Die Wirkungsquerschnitte zu $\pi Y \to N\bar{K}$ resultieren unmittelbar aus Zeitumkehrinvarianz. In Abbildung A.10 sind die isospingemittelten Wirkungsquerschnitte für $\pi\Lambda \to N\bar{K}$ und $\pi\Sigma \to N\bar{K}$ dargestellt.

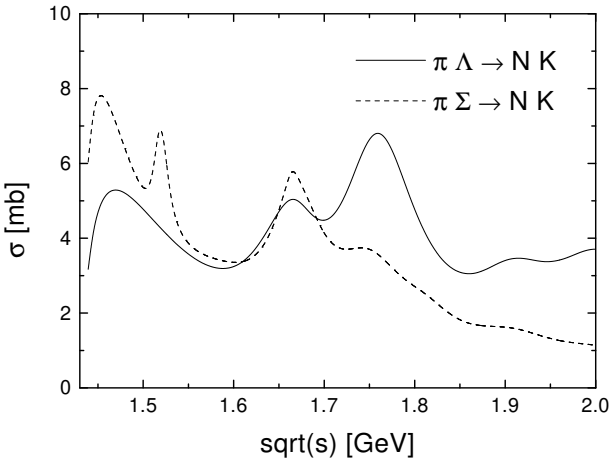

Abbildung A.10: Isospingemittelte Wirkungsquerschnitte zur Antikaonproduktion in Pion-Hyperon-Kollisionen.

A.2.4 Strangeness S = 1

Der elastische Wirkungsquerschnitt $K^+p \to K^+p$ wird durch folgenden Ausdruck parametrisiert:

$$\sigma_{K^+p\to K^+p} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + a_3 p + a_4 p^2}, \tag{A.49}$$

wobei p der Impuls des Kaons im Ruhesystem des Nukleons ist und die Parameter a_i gegeben sind als: $a_0 = 10.508$ mb, $a_1 = -3.716$ mb/GeV, $a_2 = 1.845$ mb/GeV^2, $a_3 = -0.764$/GeV, $a_4 = 0.508$/GeV^2. Im oberen Teil von Abbildung A.11 wird gezeigt, daß diese Parametriserung eine gute Beschreibung der experimentellen Daten liefert. Für die Streuung am Neutron nehmen wir den gleichen totalen elastischen Wirkungsquerschnitt (einschließlich des Ladungsaustausches) an:

$$\sigma_{K^+n\to K^+n} = \sigma_{K^+n\to K^0p} = \frac{1}{2}\sigma_{K^+p\to K^+p}.$$

Den inelastischen Kaon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt erhalten wir durch eine Splineinterpolation durch ausgewählte experimentelle Datenpunkte des totalen Wirkungsquerschnittes nach Subtraktion des elastischen Beitrages. Die resultierenden Wirkungsquerschnitte sind in Abbildung A.11 (mittlerer Teil für K^+p, unterer Teil für K^+n) dargestellt. Wir nehmen an, daß der inelastische Wirkungsquerschnitt nur aus $K\pi N$-Endzuständen besteht. Da diese Wirkungsquerschnitte nur unterhalb der Stringschwelle von 2.2 GeV verwendet werden, ist dies eine gute Näherung. Die Wirkungsquerschnitte für Streuung von K^0-Mesonen an Nukleonen folgen unmittelbar aus Isospinsymmetrie:

$$\sigma_{K^0p} = \sigma_{K^+n}, \quad \sigma_{K^0n} = \sigma_{K^+p}.$$

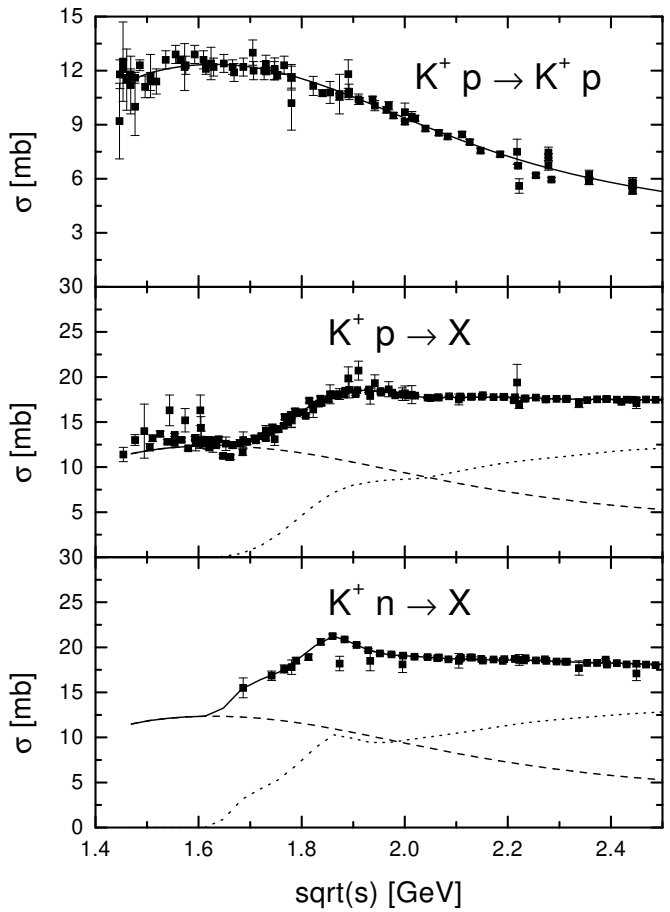

Abbildung A.11: Parametrisierungen des elastischen K^+p-Wirkungsquerschnittes (obere Abbildung), des totalen K^+p-Wirkungsquerschnittes (mittlere Abbildung) und des totalen K^+n-Wirkungsquerschnittes (untere Abbildung). In den Abbildungen der totalen Wirkungsquerschnitte stellen die gestrichelte Linie den elastischen und die gepunktete Linie den inelastischen Beitrag dar. Die experimentellen Daten stammen aus [67].

A.3 Meson-Meson-Stöße

Für den Wirkungsquerschnitt zu $\pi\pi \to K\bar{K}$ verwenden wir die Parametrisierung aus [156]:

$$\sigma_{\pi\pi\to K\bar{K}} = C\, 6.075\,\mathrm{mb} \left(1 - \frac{s_0}{s}\right)^{0.76}, \tag{A.50}$$

mit $\sqrt{s_0} = 2m_K$, und der Isospinkoeffizient C ist über Gleichung (A.5) gegeben. Die Rückreaktion ist ebenfalls implementiert.

Kanal	A	B	n	C	D
σ_{pp}^{tot}	48.0	0	-	0.522	-4.51
σ_{pp}^{el}	11.9	26.9	-1.12	0.169	-1.85
$\sigma_{\pi^+p}^{tot}$	16.4	19.3	-0.42	0.19	0
$\sigma_{\pi^-p}^{tot}$	33.0	14.0	-1.36	0.456	-4.03
$\sigma_{\bar{p}p}^{tot}$	38.4	77.6	-0.64	0.26	-1.2
$\sigma_{\bar{p}p}^{el}$	10.2	52.7	-1.16	0.125	-1.28

Tabelle A.4: Parameter aus [91] für elementare Wirkungsquerschnitte gemäß Gleichung (A.51).

A.4 FRITIOF

Im folgenden geben wir die totalen Wirkungsquerschnitte an, die zur Verwendung des Stringmodells FRITIOF benötigt werden. Aus [91] übernehmen wir die folgende Parametrisierung:

$$\sigma = \left[A + B(p/\mathrm{GeV})^n + C\ln^2(p/\mathrm{GeV}) + D\ln(p/\mathrm{GeV})\right]\mathrm{mb}, \tag{A.51}$$

wobei p den entsprechenden Laborimpuls bezeichnet. In Tabelle A.4 sind die Parameter A, B, n, C und D aus [91] für verschiedene Kanäle aufgeführt. Wir verwenden für alle Baryon-Baryon-Stöße die Wirkungsquerschnitte der Proton-Proton-Streuung als Funktion von $\sqrt{s}$. Der elastische Beitrag wird nicht mit Hilfe des FRITIOF-Modells simuliert, sondern – wie im Falle der Niederenergiekollisionen – mit der in Gleichung (A.2) gegebenen Winkelverteilung.

Für Kollisionen der Mesonen π, η, ρ, σ und ω mit Baryonen wird der Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitt für den entsprechenden Ladungszustand benutzt. Der $\pi^0 p$-Wirkungsquerschnitt ergibt sich aus Isospinsymmetrie:

$$\sigma_{\pi^0 p} = \frac{1}{2}(\sigma_{\pi^- p} + \sigma_{\pi^+ p}).$$

Die Wirkungsquerschnitte am Neutron erhalten wir aus einfachen Isospinspiegelungen. Der Wirkungsquerschnitt der anderen Mesonen mit Baryonen wird mit 25.4 mb als konstant angenommen.

Die Baryon-Antibaryon-Annihilation wird mit dem in [73] beschriebenen Verfahren durchgeführt. Anstelle des Baryons und des Antibaryons werden für die Stringfragmentation zwei Quark-Antiquark-Jets initialisiert. Der Wirkungsquerschnitt für diesen Prozeß ist gegeben als Differenz von totalem und elastischem Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{B\bar{B}}^{anni} = \sigma_{B\bar{B}}^{tot} - \sigma_{B\bar{B}}^{el}.$$

Wir verwenden für die Baryon-Antibaryon-Wirkungsquerschnitte den Proton-Antiproton-Wirkungsquerschnitt, falls die Teilchen keine s-Quarks enthalten. Ansonsten wird der Wirkungsquerschnitt gemäß eines einfachen Valenzquark-Bildes reduziert:

$$\sigma_{N\bar{Y}} = \sigma_{Y\bar{N}} = \frac{2}{3}\sigma_{p\bar{p}}.$$

Der elastische Beitrag der Baryon-Antibaryon-Streuung wird derzeit nicht simuliert.

A.5 Photon-Nukleon-Reaktionen

Im folgenden stellen wir die technischen Details der Parametrisierungen der Photon-Nukleon-Wechselwirkung für invariante Energien unterhalb der Stringschwelle von 2.1 GeV vor. Für eine ausführlichere Darstellung verweisen wir auf [40].

A.5.1 Einpionenproduktion

Eine inkohärente Zerlegung der Wirkungsquerschnitte zur Einpionenproduktion in Resonanzbeiträge und Untergrund ist nicht sinnvoll, da – insbesondere im Energiebereich der $\Delta(1232)$-Resonanz – Interferenzen zwischen Resonanz- und Untergrundbeiträgen von Bedeutung sind. Deshalb wurden die Resonanzen nicht an die totalen Wirkungsquerschnitte angepaßt, sondern an die Amplituden aus der Partialwellenanalyse von Arndt et al. [82].

Partialwellenzerlegung

Aus den Partialwellenamplituden $A_{l\pm}$ und $B_{l\pm}$ ($j = l \pm \frac{1}{2}$, l =Drehimpuls des π-N-Systems) kann man die folgenden Helizitätsamplituden konstruieren [176]:

$$H_N(\theta) = \sqrt{2}\cos\frac{1}{2}\theta \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_{l+} - A_{(l+1)-}\right)\left(P'_l - P'_{l+1}\right) \tag{A.52}$$

$$H_{SP}(\theta) = \sqrt{\frac{1}{2}}\cos\frac{1}{2}\theta\sin\theta \sum_{l=1}^{\infty} \left(B_{l+} - B_{(l+1)-}\right)\left(P''_l - P''_{l+1}\right) \tag{A.53}$$

$$H_{SA}(\theta) = \sqrt{2}\sin\frac{1}{2}\theta \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_{l+} + A_{(l+1)-}\right)\left(P'_l + P'_{l+1}\right) \tag{A.54}$$

$$H_D(\theta) = \sqrt{\frac{1}{2}}\sin\frac{1}{2}\theta\sin\theta \sum_{l=1}^{\infty} \left(B_{l+} + B_{(l+1)-}\right)\left(P''_l + P''_{l+1}\right), \tag{A.55}$$

wobei der Winkel zwischen ein- und auslaufendem Nukleonenimpuls im Schwerpunktsystem mit θ bezeichnet ist. Die P_l sind die Legendre-Polynome als Funktion von $\cos\theta$, die Striche bedeuten Ableitungen nach $\cos\theta$.

Die vier möglichen Reaktionskanäle lassen sich durch drei Isospinamplituden ausdrücken:

$$H^{\pi^0 p} = {}_pH^{1/2} + \frac{2}{3}H^{3/2} \tag{A.56}$$

$$H^{\pi^+ n} = \sqrt{2}\left({}_pH^{1/2} - \frac{1}{3}H^{3/2}\right) \tag{A.57}$$

$$H^{\pi^- p} = \sqrt{2}\left({}_nH^{1/2} + \frac{1}{3}H^{3/2}\right) \tag{A.58}$$

$$H^{\pi^0 n} = -{}_nH^{1/2} + \frac{2}{3}H^{3/2}. \tag{A.59}$$

Aus den Helizitätsamplituden lassen sich alle Observablen konstruieren, wobei hier nur der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für die Einpionenproduktion von Interesse

Resonanz	j_1	j_2	$A_{1/2}$ [GeV$^{-1/2}$]		$A_{3/2}$ [GeV$^{-1/2}$]	
			p	n	p	n
$P_{33}(1232)$	2	1	-0.141	-0.141	-0.260	-0.260
$D_{13}(1520)$	2	1	-0.022	-0.062	0.163	-0.137
$S_{11}(1535)$	1	0	0.109	-0.089	0	0
$F_{15}(1680)$	4	2	-0.014	0.027	0.135	-0.035

Tabelle A.5: Resonanzparameter für die Photon-Nukleon-Wechselwirkung.

ist:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{q}{2k}\left[|H_N(\theta)|^2 + |H_D(\theta)|^2 + |H_{SP}(\theta)|^2 + |H_{SA}(\theta)|^2\right]. \tag{A.60}$$

Dabei sind der Pionenimpuls im Schwerpunktsystem mit q und der Photonimpuls im Schwerpunktsystem mit k bezeichnet.

Resonanzbeiträge

Als Resonanzbeiträge zur Einpionenproduktion werden Breit-Wigner-Parametrisierungen der Amplituden angesetzt [176]:

$$\left\{ \begin{array}{c} A_R(\sqrt{s}) \\ B_R(\sqrt{s}) \end{array} \right\} = \left(\frac{k_0\, q_0}{k\, q}\right)^{1/2} \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma_\pi(M_R)}\right)^{1/2} \frac{\sqrt{s}\,\Gamma_\pi^{1/2}\,\Gamma_\gamma^{1/2}}{M_R^2 - s - \mathrm{i}\,\sqrt{s}\,\Gamma_{tot}} \left\{ \begin{array}{c} A_{l\pm}(M_R) \\ B_{l\pm}(M_R) \end{array} \right\}, \tag{A.61}$$

wobei

$$\Gamma_\gamma = \Gamma_0 \left(\frac{k}{k_0}\right)^{j_1} \left(\frac{k_0^2 + X^2}{k^2 + X^2}\right)^{j_2} \tag{A.62}$$

und

$$A_{l\pm}(M_R) = \mp\alpha\, C_{N\pi}\, A_{1/2} \tag{A.63}$$

$$B_{l\pm}(M_R) = \pm 4\alpha\left[(2J-1)(2J+3)\right]^{-1/2} C_{N\pi}\, A_{3/2} \tag{A.64}$$

$$\alpha \equiv \left[\frac{1}{\pi}\,\frac{k_0}{q_0}\,\frac{1}{2J+1}\,\frac{M_N}{M_R}\,\frac{\Gamma_\pi(M_R)}{\Gamma_0^2}\right]^{1/2}. \tag{A.65}$$

$C_{N\pi}$ ist der Clebsch-Gordan-Koeffizient für die Kopplung der Isospins von Nukleon und Pion zum jeweiligen Resonanzisospin, Γ_π die Einpionenzerfallsbreite, Γ_0 die totale Zerfallsbreite auf der Resonanz, k_0 der Schwerpunktsimpuls des Photons auf der Resonanz und q_0 der des Pions. Die Helizitätsamplituden $A_{1/2}$ und $A_{3/2}$ wurden [91] entnommen. Für den Parameter X wird

$$X = 0.3\,\mathrm{GeV}$$

für alle Resonanzen verwendet. Die Parameter j_1 und j_2 stammen, abgesehen vom $N(1535)$, aus [176]. In Tabelle A.5 sind die berücksichtigten Resonanzen mit den für

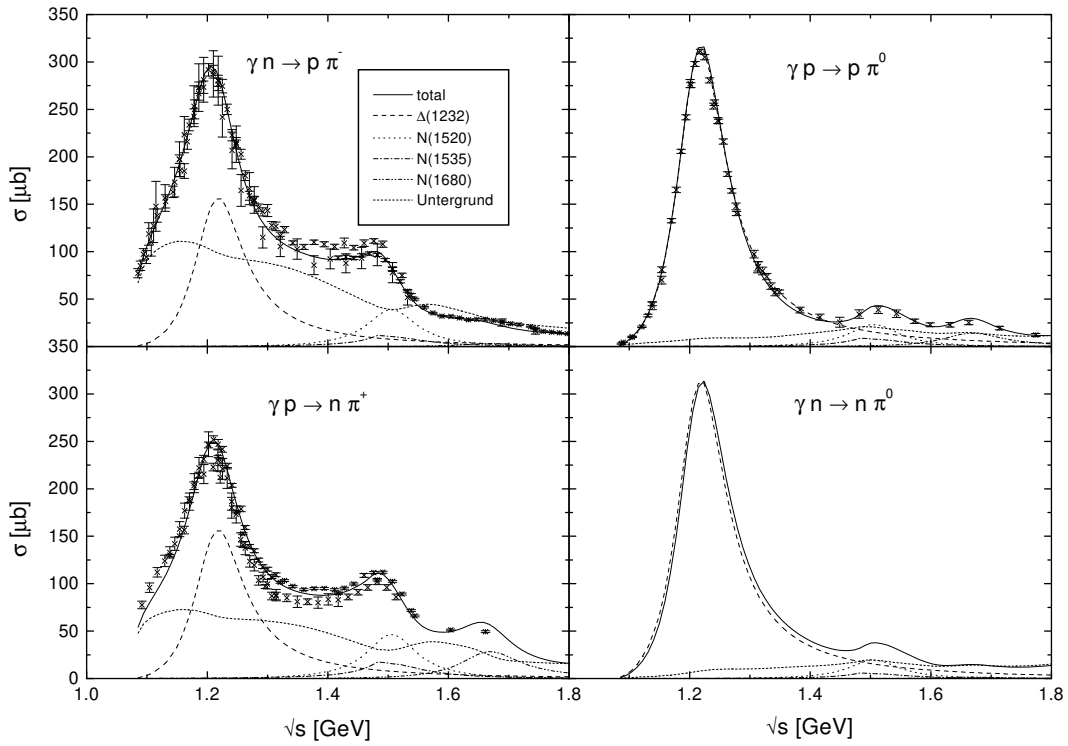

Abbildung A.12: Wirkungsquerschnitte der Einpionenproduktion in Photon-Nukleon-Kollisionen. Die experimentellen Daten stammen aus [177].

sie verwendeten Parametern aufgeführt. Der zu Gleichung (A.61) korrespondierende Wirkungsquerschnitt ergibt sich mit Gleichung (A.60) als:

$$\sigma_{\gamma N\to R\to N\pi} = \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\,\Gamma_\gamma\,\Gamma_{R\to N\pi}}{\left(s-M_R^2\right)^2 + s\,\Gamma_{tot}^2} \frac{2M_N}{M_R\,\Gamma_0} \left(\left|A_{1/2}\right|^2 + \left|A_{3/2}\right|^2\right). \tag{A.66}$$

In Abbildung A.12 sind die Wirkungsquerschnitte zur Einpionenproduktion in Photon-Nukleon-Reaktionen dargestellt. Als Untergrund ist dabei der Wirkungsquerschnitt bezeichnet, der sich aus den Partialwellenamplituden nach Subtraktion der Resonanzbeiträge ergibt.

Da in unserem Modell die Nukleonenresonanzen explizit propagiert werden, ist es notwendig, den kohärent aufaddierten Wirkungsquerschnitt zur Einpionenproduktion durch eine skalierte Summe von inkohärenten Wirkungsquerschnitten für die verschiedenen Kanäle zu ersetzen. Dies liefert einen effektiven Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion einer Resonanz R:

$$\sigma^{eff}_{\gamma N\to R} = \int \frac{\frac{d\sigma_{\gamma N\to R\to N\pi}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma^{bg}_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega} + \sum_{R'} \frac{d\sigma_{\gamma N\to R'\to N\pi}}{d\Omega}} \frac{d\sigma_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega}\,d\Omega + \sigma_{\gamma N\to R\to X(X\neq N\pi)} \quad , \tag{A.67}$$

wobei mit $\sigma_{\gamma N\to R\to N\pi}$ und $\sigma^{bg}_{\gamma N\to N\pi}$ die Wirkungsquerschnitte bezeichnet sind, die sich ohne Interferenzen ergeben. Analog dazu ist der Wirkungsquerschnitt für die direkte

Produktion eines $N\pi$-Paares gegeben durch:

$$\frac{d\sigma^{bg,eff}_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega} = \frac{\frac{d\sigma^{bg}_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma^{bg}_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega} + \sum_R \frac{d\sigma_{\gamma N\to R\to N\pi}}{d\Omega}} \frac{d\sigma_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega}. \tag{A.68}$$

Die Summe dieser Wirkungsquerschnitte entspricht somit dem kohärent aufaddierten Wirkungsquerschnitt.

Die $S_{11}(1535)$-Resonanz wird von dem beschriebenen Verfahren ausgenommen. Ansonsten enthielte der effektive Wirkungsquerschnitt zur Produktion der $S_{11}(1535)$-Resonanz Beiträge aus den Interferenzen dieser Resonanz mit dem Untergrund zur Einpionenproduktion, wodurch sich auch eine effektive Modifikation des Wirkungsquerschnittes der Photoproduktion von η-Mesonen ergäbe. Für den totalen Wirkungsquerschnitt der Produktion dieser Resonanz wird daher immer der Ausdruck ohne Interferenzen verwendet:

$$\sigma_{\gamma N\to R} = \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\,\Gamma_\gamma\,\Gamma_R}{\left(s-M_R^2\right)^2 + s\,\Gamma_{tot}^2} \frac{2M_N}{M_R\,\Gamma_0} \left(\left|A_{1/2}\right|^2 + \left|A_{3/2}\right|^2\right). \tag{A.69}$$

Der effektive Beitrag zur Einpionenproduktion ist dann über Gleichung (A.66) gegeben und wird von den totalen $\gamma N\to N\pi$-Wirkungsquerschnitten abgezogen, bevor mit dem oben beschriebenen Verfahren die Wirkungsquerschnitte der Produktion der anderen Kanäle festgelegt werden.

Wir sollten hier noch anmerken, daß die Resonanzen im BUU-Modell, da der Spinfreiheitsgrad nicht explizit berücksichtigt wird, immer isotrop zerfallen und daher eine korrekte Implementierung der winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte nicht ohne weiteres möglich ist. Es wäre auch nicht sinnvoll, den Zerfallswinkel bereits in der Produktion festzulegen, da es vorkommen kann, daß eine Resonanz nach ihrer Produktion in einen Bereich höherer Dichte läuft, wo der Zerfall pauli-geblockt ist. Diese Resonanz würde dann sehr lange leben.

A.5.2 Zweipionenproduktion

Die Resonanzbeiträge zur Zweipionenproduktion ergeben sich aus dem totalen Wirkungsquerschnitt zu $\gamma N\to R$ aus Gleichung (A.69) unter Berücksichtigung der Verzweigungsverhältnisse:

$$\sigma_{\gamma N\to R\to N\pi\pi} = \sigma_{\gamma N\to R}\frac{\Gamma_{R\to N\pi\pi}}{\Gamma_{tot}}. \tag{A.70}$$

Die Zerlegung in die verschiedenen Isospinkanäle erhält man aus der Kopplung der jeweiligen Isospins (siehe [40]). In Abbildung A.13 sind die experimentellen Daten zur Zweipionenproduktion und die Resonanzbeiträge der $D_{13}(1520)$-Resonanz, die im hier betrachteten Energiebereich als einzige Resonanz nennenswerte Beiträge liefert, dargestellt. Man sieht, daß die Resonanzbeiträge weder die Größe noch die Struktur der Daten erklären können. Die Differenz von totalem Wirkungsquerschnitt (Splineinterpolation durch ausgewählte Datenpunkte) und Resonanzbeiträgen behandeln wir als $\gamma N\to N\pi\pi$-Untergrund. In der BUU-Simulation werden die Impulse der auslaufenden Teilchen gemäß eines isotropen Dreikörperphasenraumes verteilt.

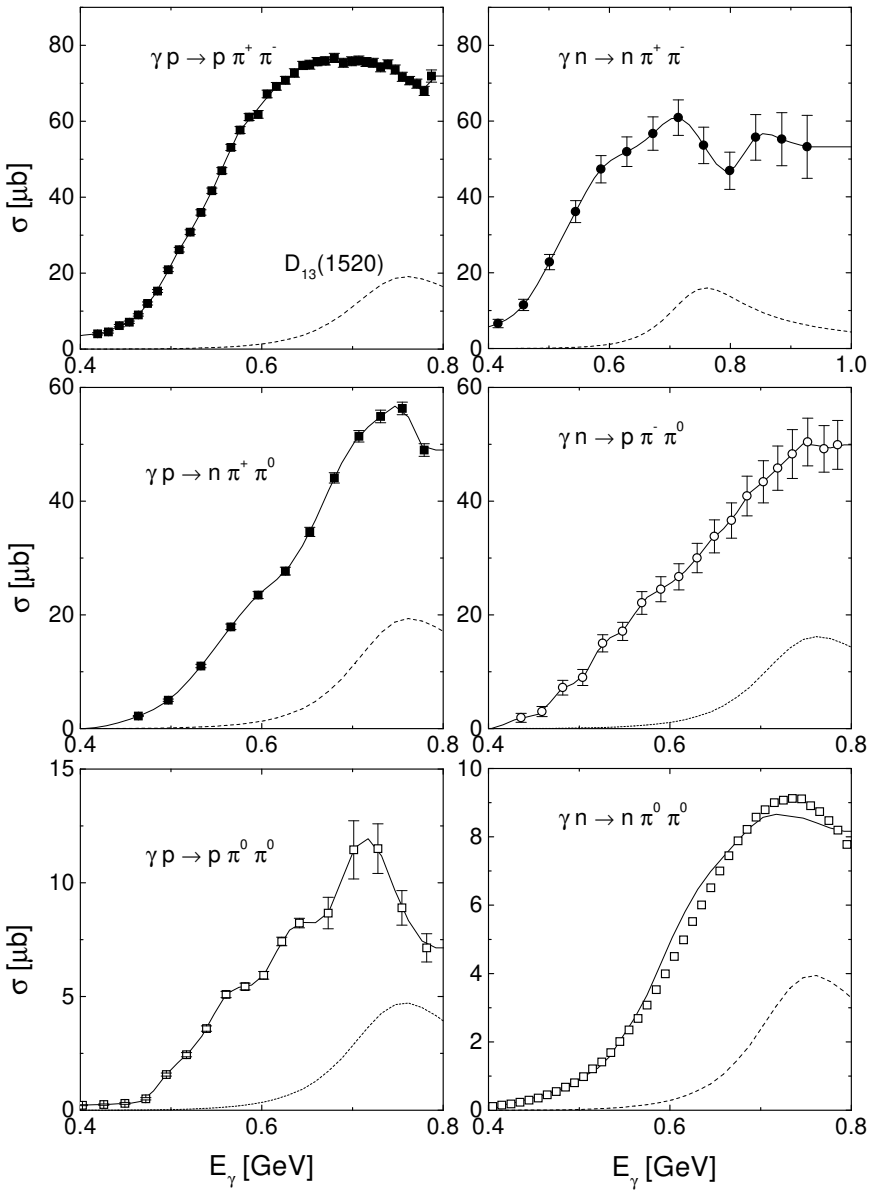

Abbildung A.13: Wirkungsquerschnitte der Zweipionenproduktion in Photon-Nukleon-Kollisionen. Die gestrichelten Linien sind die Beiträge der $D_{13}(1520)$-Resonanz. Die experimentellen Daten stammen aus [178] (gefüllte Quadrate), [179] (offene Quadrate) [67] (gefüllte Kreise) und [180] (offene Kreise).

A.5.3 Etaproduktion

In Abbildung A.14 ist der Wirkungsquerschnitt der η-Produktion dargestellt. Hier trägt nur die $S_{11}(1535)$-Resonanz bei, deren Beitrag sich analog zu Gleichung (A.70) aus Gleichung (A.69) ergibt. Für den Wirkungsquerschnitt am Neutron verwenden wir

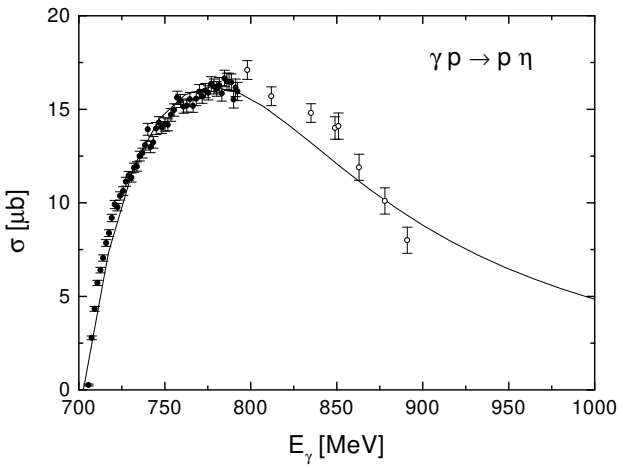

Abbildung A.14: Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion von η-Mesonen an Protonen Die experimentellen Daten stammen aus [85] (volle Symbole) und [181] (offene Symbole), wobei die letzteren aus der Elektroproduktion mit einem Impulsübertrag von $q^2 = -0.056$ GeV^2 stammen.

aufgrund der experimentellen Daten aus [182]:

$$\sigma_{\gamma n \to n\eta} = \frac{2}{3}\sigma_{\gamma p \to p\eta}.$$

A.6 Parametrisierung des Spreading-Potentials der Δ-Resonanz

Der Imaginärteil des Spreading-Potentials der Δ-Resonanz wurde in [121] für die verschiedene Kanäle k als Funktion der kinetischen Energie T_π des einfallenden Pions folgendermaßen parametrisiert ($x = T_\pi/m_\pi$):

$$-\mathrm{Im}V_{sp}^k = (a_k x^2 + b_k x + c_k)\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{d_k x^2 + e_k x + f_k}, \tag{A.71}$$

wobei ρ die Kerndichte bezeichnet und die Parameter a_k, b_k, c_k, d_k, e_k und f_k für die berücksichtigten Beiträge aus Zweikörperabsorption, Dreikörperabsorption und quasielastischer Streuung in Tabelle A.6 gegeben sind.

Das Spreading-Potential aus Gleichung (A.71) hängt von der Pionenergie ab und wurde in [121] durch Integration über den Fermi-Impuls des Nukleons in $\pi N \to \Delta$ erhalten. Damit enthält das Spreading-Potential auch eine Mittelung über die Masse und den Impuls der Δ-Resonanz. In unserem Modell benötigen wir jedoch das Potential als Funktion von Masse und Impuls. Wir machen daher zunächst die Annahme, daß das Potential nicht vom Impuls abhängt. Für eine Pionenergie E_π ist die mittlere Masse der Δ-Resonanz gegeben über:

$$\begin{aligned} <\mu_\Delta^2> &= <(E_\pi + E_N)^2 - (\vec{p}_\pi + \vec{p}_N)^2> \\ &= M_N^2 + m_\pi^2 + 2E_\pi\left(\frac{3}{5}\frac{p_F^2}{2M_N} + M_N\right), \end{aligned}$$

Kanal	a_k [MeV]	$b_k[MeV]$	c_k [MeV]	d_k	e_k	f_k
Zweikörperabsorption	1.06	-6.64	22.66	-0.038	0.204	0.613
Dreikörperabsorption	-13.46	46.17	-20.34	-0.076	0.408	1.226
quasi-elastisch	-5.19	15.35	2.06	0.382	-1.322	1.466

Tabelle A.6: Parameter für den Imaginärteil des Spreading-Potentials der Δ-Resonanz (Gleichung (A.71)) aus [121].

wobei p_F der Fermi-Impuls aus Gleichung (2.29) ist. Die Abhängigkeit des Potentials von μ_Δ erhalten wir, indem wir $< \mu_\Delta^2 >$ durch μ_Δ^2 ersetzen, und dann E_π als Funktion von μ_Δ erhalten.

Anhang B

Das Kollisionskriterium

Falls zwei Testteilchen einen Stoßparameter haben, der kleiner ist als der für einen Stoß dieser beiden Teilchen zulässige maximale Stoßparameter, muß entschieden werden, in welchem Zeitschritt diese beiden Teilchen möglicherweise stoßen. Wir verwenden den Algorithmus von Kodama et al. [111], wobei allerdings zu beachten ist, daß in unserem Falle die Impulsabhängigkeit der Potentiale die Geschwindigkeiten der Teilchen beeinflußt. Daher können wir nicht die geschlossenen Ausdrücke aus [111] zur Berechnung verwenden.

Die Koordinaten der beiden Teilchen seien im Rechensystem zu einer Zeit t durch $\vec{x}_1,\ \vec{x}_2$, ihre Viererimpulse durch $(E_1,\vec{p}_1)$, $(E_2,\vec{p}_2)$ und ihre Vierergeschwindigkeiten durch $(\gamma_1,\gamma_1\vec{\beta}_1)$, $(\gamma_2,\gamma_2\vec{\beta}_2)$ gegeben, wobei $\gamma_i = 1/\sqrt{1-\vec{\beta}_i^2}$ und $\vec{\beta} = \dot{\vec{r}}$ die gemäß Gleichung (3.2) aus der Einteilchen-Hamiltonfunktion berechnete Geschwindigkeit bezeichnet. Eine Lorentz-Transformation in das Schwerpunktsystem der beiden Teilchen $(\vec{p}_1^{\,cm}+\vec{p}_2^{\,cm}=\vec{0})$ liefert die Raumzeitkoordinaten $(t_1^{cm},\vec{x}_1^{\,cm})$, $(t_2^{cm},\vec{x}_2^{\,cm})$ und die Vierergeschwindigkeiten $(\gamma_1^{cm},\gamma_1^{cm}\vec{\beta}_1^{cm})$, $(\gamma_2^{cm},\gamma_2^{cm}\vec{\beta}_2^{cm})$. Unter der Annahme zeitlich konstanter Vierergeschwindigkeiten sind die Ortskoordinaten der beiden Teilchen im Schwerpunktsystem als Funktion des Zeitparameters t^{cm} gegeben durch:

$$\vec{x}_i^{\,cm}(t^{cm}) = \vec{x}_i^{\,cm}(t_i^{cm}) + \vec{\beta}_i^{cm}(t^{cm}-t_i^{cm}). \tag{B.1}$$

Der räumliche Abstand d der beiden Teilchen im Schwerpunktsystem zu einem Zeitpunkt t^{cm} ist somit:

$$d^2(t^{cm}) = \left(\vec{x}_{12}^{\,cm} + \vec{\beta}_{12}^{cm}t^{cm}\right)^2 \quad , \tag{B.2}$$

mit

$$\begin{aligned}\vec{x}_{12}^{\,cm} &= \vec{x}_1^{\,cm} - \vec{x}_2^{\,cm} - \vec{\beta}_1^{cm}\,t_1^{cm} + \vec{\beta}_2^{cm}\,t_2^{cm}\\ \vec{\beta}_{12}^{cm} &= \vec{\beta}_1^{cm} - \vec{\beta}_2^{cm}\end{aligned}$$

Dann ist der Stoßparameter b, also der minimale Abstand im Schwerpunktsystem, gegeben durch:

$$b^2 = (\vec{x}_{12}^{\,cm})^2 - \frac{\left(\vec{x}_{12}^{\,cm}\cdot\vec{\beta}_{12}^{cm}\right)^2}{\left(\vec{\beta}_{12}^{cm}\right)^2} \tag{B.3}$$

Der zugehörige Zeitpunkt ist:

$$t_{min}^{cm} = -\frac{\vec{x}_{12}^{cm} \cdot \vec{\beta}_{12}^{cm}}{\left(\vec{\beta}_{12}^{cm}\right)^2} \tag{B.4}$$

Die dargelegte Berechnung des Stoßparameters b ist lorentz-invariant und enthält noch keine Approximation.

Nun muß aber noch der Zeitpunkt der Kollision festgelegt werden. Eine natürliche Wahl dieses Zeitpunktes im Schwerpunktsystem ist t_{min}^{cm}. Dieser Zeitpunkt korrespondiert allerdings zu verschiedenen Kollisionszeitpunkten der beiden Teilchen im Rechensystem, was im Rahmen einer BUU-Simulation nicht realisierbar ist, da hier die Kollision zu gleichen Zeiten im Rechensystem erfolgen muß. Deshalb betrachten wir das Eigenzeitintervall $\Delta\tau_{12}$ für Teilchen 1 vom Ort $\vec{x}_1$ zum Kollisionspunkt mit Teilchen 2, wobei nun als Kollisionszeitpunkt im Schwerpunktsystem von Teilchen 1 der Zeitpunkt des kürzesten räumlichen Abstandes in diesem System angenommen ist. Für diesen Zeitpunkt gilt dann wieder Gleichung (B.4) unter der Voraussetzung, daß alle Größen im Schwerpunktsystem von Teilchen 1 und nicht im gemeinsamen Schwerpunktsystem beider Teilchen berechnet werden. Im Rechensystem ist dieses Zeitintervall:

$$\Delta t_{12} = \frac{E_1}{\sqrt{E_1^2 - \vec{p}_1^2}}\,\Delta\tau_{12} \tag{B.5}$$

Analog berechnet sich Δt_{21}.

Eine Kollision zum Zeitpunkt t im Rechensystem findet nun statt [183], falls:

$$|\Delta t_{12} + \Delta t_{21}| \leq \Delta t \quad , \tag{B.6}$$

wobei Δt die im Programm verwendete Zeitschrittweite ist.

Literaturverzeichnis

[1] M. Gell-Mann,
A schematic model of baryons and mesons,
Phys. Lett. **8**, 214 (1964).

[2] B. Friman and H.J. Pirner,
P-wave polarization of the rho meson and the dilepton spectrum in dense matter,
Nucl. Phys. A **617**, 496 (1997).

[3] R. Rapp, G. Chanfray, and J. Wambach,
Medium modifications of the rho meson at CERN SPS energies,
Phys. Rev. Lett. **76**, 368 (1996).

[4] W. Peters, M. Post, H. Lenske, S. Leupold, and U. Mosel,
The spectral function of the rho meson in nuclear matter,
Nucl. Phys. A **632**, 109 (1998).

[5] T. Ericson and W. Weise,
Pions and nuclei,
Clarendon Press, Oxford (1988).

[6] U. Mosel,
Subthreshold particle production in heavy ion collisions,
Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **41**, 29 (1991).

[7] C.M. Ko, V. Koch, and G.Q. Li,
Properties of hadrons in the nuclear medium,
Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **47**, 505 (1997).

[8] T. Hatsuda and S. Lee,
QCD sum rules for vector mesons in nuclear medium,
Phys. Rev. C **46**, R34 (1992).

[9] G.E. Brown and M. Rho,
Scaling effective Lagrangians in a dense medium,
Phys. Rev. Lett. **66**, 2720 (1991).

[10] G.E. Brown, G.Q. Li, R. Rapp, M. Rho, and J. Wambach,
Medium dependence of the vector meson mass: dynamical and/or Brown-Rho scaling?,
Acta Phys. Polon. B **29**, 2309 (1998).

[11] M.C. Birse,
Chiral symmetry in matter,
Acta Phys. Polon. B **29**, 2357 (1998).

[12] S. Leupold and U. Mosel,
On QCD sum rules for vector mesons in nuclear medium,
Phys. Rev. C **58**, 2939 (1998).

[13] G. Agakishiev et al.,
Enhanced production of low mass electron pairs in 200-GeV/u S-Au collisions at the CERN SPS,
Phys. Rev. Lett. **75**, 1272 (1995).

[14] M. Masera,
Dimuon production below mass 3.1 GeV/c^2 in p W and S W interactions at 200 A/GeV/c,
Nucl. Phys. A **590**, 93c (1995).

[15] G.Q. Li, C.M. Ko, G.E. Brown, and H. Sorge,
Dilepton production in proton-nucleus and nucleus-nucleus collisions at SPS energies,
Nucl. Phys. A **611**, 539 (1996).

[16] W. Cassing and E. L. Bratkovskaya,
Hadronic and electromagnetic probes of hot and dense nuclear matter,
Phys. Rep. **308**, 65 (1999).

[17] W. Cassing, E. L. Bratkovskaya, R. Rapp, and J. Wambach,
Probing the rho spectral function in hot and dense nuclear matter by dileptons,
Phys. Rev. C **57**, 916 (1998).

[18] N. Bianchi et al.,
Absolute measurement of the total photoabsorption cross sections on nuclei in the nucleon resonance region,
Phys. Lett. B **325**, 333 (1994).

[19] T. Frommhold et. al.,
Total photofission cross section for ^{238}U as a substitute for the photon absorption cross section in the energy range of the first baryon resonances,
Phys. Lett. B **295**, 28 (1992).

[20] L.A. Kondratyuk, M.I. Krivoruchenko, N. Bianchi, E. De Sanctis, and V. Muccifora,
Suppression of nucleon resonances in the total photoabsorption on nuclei,
Nucl. Phys. A **579**, 453 (1994).

[21] N. Bianchi et al.,
Total hadronic photoabsorption cross-section on nuclei in the nucleon resonance region,
Phys. Rev. C **54**, 1688 (1996).

[22] M. Effenberger, A. Hombach, S. Teis, and U. Mosel,
Photoabsorption on nuclei,
Nucl. Phys. A **613**, 353 (1997).

[23] R. Rapp, M. Urban, M. Buballa, and J. Wambach,
A microscopic calculation of photoabsorption cross-sections on protons and nuclei,
Phys. Lett. B **417**, 1 (1998).

[24] V. Muccifora et al.,
Photoabsorption on nuclei in the shadowing threshold region,
nucl-ex/9810015.

[25] N. Bianchi, E. De Sanctis, M. Mirazita, and V. Muccifora,
Shadowing in the nuclear photoabsorption above the resonance region,
nucl-th/9904033.

[26] R. Barth et al. (KaoS Collaboration),
Subthreshold production of kaons ant anti-kaons in nucleus-nucleus collisions at equivalent beam energies,
Phys. Rev. Lett. **78**, 4007 (1997).

[27] J. Schaffner-Bielich, I.N. Mishustin, and J. Bondorf,
In-medium production of kaons at the mean field level,
Nucl. Phys. A **625**, 325 (1997).

[28] G.F. Bertsch, H. Kruse and S. Das Gupta,
Boltzmann equation for heavy-ion collisions,
Phys. Rev. C **29**, 673 (1984).

[29] B. Blättel, V. Koch, and U. Mosel,
Transport theoretical analysis of relativistic heavy ion collisions,
Rept. Prog. Phys. **56**, 1 (1993).

[30] G. Wolf, W. Cassing, and U. Mosel,
Eta and dilepton production in heavy ion reactions,
Nucl. Phys. A **552**, 549 (1993).

[31] A. Engel, W. Cassing, U. Mosel, M. Schäfer and G. Wolf,
Pion-nucleus reactions in a microscopic transport model,
Nucl. Phys. A **572**, 657 (1994).

[32] A. Engel,
Untersuchung der Pion-Kern-Reaktion in einer erweiterten BUU-Simulation,
Dissertation 1993, Institut für Theoretische Physik, Gießen.

[33] A. Hombach, A. Engel, S. Teis and U. Mosel,
Pion and eta photoproduction in nuclei,
Z. Phys. A **352**, 223 (1995).

[34] A. Hombach,
Photoproduktion von Pionen und Eta-Mesonen an Kernen,
Diplomarbeit 1994, Institut für Theoretische Physik, Gießen.

[35] S. Teis, W. Cassing, M. Effenberger, A. Hombach, U. Mosel, and G. Wolf,
Pion-production in heavy-ion collisions at SIS energies,
Z. Phys. A **356**, 421 (1997).

[36] S. Teis,
Transporttheoretische Beschreibung von relativistischen Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien,
Dissertation 1996, Institut für Theoretische Physik, Gießen.

[37] A. Hombach, W. Cassing, S. Teis, and U. Mosel,
Analysis of flow effects in relativistic heavy ion collisions within the CBUU approach,
Eur. Phys. J. A **5**, 157 (1999).

[38] A. Hombach,
Kollektive Flußeffekte in relativistischen Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien,
Dissertation 1998, Institut für Theoretische Physik, Gießen.

[39] M. Effenberger, A. Hombach, S. Teis, and U. Mosel,
Photoproduction of pions and etas in nuclei,
Nucl. Phys. A **614**, 501 (1997).

[40] M. Effenberger,
Gammaabsorption an Kernen,
Diplomarbeit 1996, Institut für Theoretische Physik, Gießen.

[41] M.E. Röbig-Landau et al.,
Near threshold photoproduction of eta mesons from complex nuclei,
Phys. Lett. B **373** 45 (1996).

[42] B. Krusche (TAPS collaboration), private Mitteilung, vorläufige Daten.

[43] P. Bertin et al.,
Photoproduction of vector mesons off nuclei,
CEBAF proposal E94002.

[44] L.L. Salcedo, E. Oset, M.J. Vicente-Vacas, and C. Garcia-Recio,
Computer simulation of inclusive pion nuclear reactions,
Nucl. Phys. A **484**, 557 (1988).

[45] R.C. Carrasco, E. Oset, and L.L. Salcedo,
Inclusive (γ, π) reactions in nuclei,
Nucl. Phys. A **541**, 585 (1992).

[46] A.S. Ilionov, I.A. Pshenichnov, N. Bianchi, E. De Sanctis, V. Muccifora, M. Mirazita, and P. Rossi,
Extensiion of the intranuclear cascade model for photonuclear reactions at energies up to 10 GeV,
Nucl. Phys. A **616**, 575 (1997).

[47] The HADES collaboration,
Proposal for a High Acceptance Dielectron Spectrometer,
GSI 1994.

[48] L.W. Nordheim,
Proc. Roy. Soc. (London) A **119** 689 (1928).

[49] E.A. Uehling and G.E. Uhlenbeck,
Phys. Rev. **43**, 552 (1933).

[50] G.F. Bertsch and S. Das Gupta,
A guide to microscopic models for intermediate energy heavy ion collisions,
Phys. Rep. **160**, 189 (1988).

[51] W. Cassing, V. Metag, U. Mosel and K. Niita,
Production of energetic particles in heavy-ion collisions,
Phys. Rep. **188**, 363 (1990).

[52] S.A. Bass et al.,
Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions,
Prog. Part. Nucl. Phys. **41**, 225 (1998).

[53] L.P. Kadanoff and G. Baym,
Quantum statistical mechanics,
Benjamin, New York, 1962.

[54] P. Danielewicz,
Quantum theory of nonequilibrium processes. I.,
Ann. Phys. (N.Y.) **152**, 239 (1984).

[55] W. Botermans and R. Malfliet,
Quantum transport theory of nuclear matter,
Phys. Rep. **198**, 115 (1990).

[56] G.M. Welke, M. Prakash, T.T.S. Kuo, S. Das Gupta, and C. Gale,
Azimuthal distributions in heavy ion collisions and the nuclear equation of state,
Phys. Rev. C **38**, 2101 (1988).

[57] D.M. Manley and E.M. Saleski,
Multichannel parametrization of πN scattering amplitudes,
Phys. Rev. D **45**, 4002 (1992).

[58] Particle Data Group,
Review of particle physics,
Eur. Phys. J. C **3**, 1 (1998).

[59] B. Anderson, G. Gustafson and Hong Pi,
The FRITIOF model for very high energy hadronic collisions,
Z. Phys. C **57**, 485 (1993).

[60] J.M. Blatt and V.F. Weisskopf,
Theoretical Nuclear Physics,
Wiley, New York, 1952.

[61] R.A. Arndt et al.,
Pion-nucleon partial wave analysis to 2 GeV,
Phys. Rev. D **43**, 2131 (1991).

[62] S.D. Protopopescu et al.,
$\pi\pi$ partial-wave analysis from reactions $\pi^+p \to \pi^+\pi^-\Delta^{++}$ and $\pi^+p \to K^+K^-\Delta^{++}$ at 7.1 GeV/c,
Phys. Rev. D **7**, 1279 (1973).

[63] D.M. Manley, R.A. Arndt, Y. Goradia, and V.L. Teplitz,
Isobar-model partial-wave analysis of $\pi N \to \pi\pi N$ in the c.m. energy range 1320-1930 MeV,
Phys. Rev. D **30**, 904 (1984).

[64] P. Danielewicz and S. Pratt,
Delays associated with elementary processes in nuclear reaction simulations,
Phys. Rev. C **53**, 249 (1996).

[65] P. Danielewicz and S. Pratt,
Delays, unstable particles, and transport theory, in *QCD Phase Transitions*,
Hirschegg 1997, p. 404, Darmstadt, GSI (1997).

[66] C. David, C. Hartnack, and J. Aichelin,
On the flow of kaons produced in relativistic heavy ion collisions,
Nucl. Phys. A **650**, 358 (1999).

[67] A. Baldini et al.,
Landolt-Börnstein,
Band 12, Springer Verlag, Berlin, 1987.

[68] A.D. Brody et al.,
Experimental results on the reactions $\pi^-p \to \pi\pi N$ in the c.m. energy range 1400-2000 MeV,
Phys. Rev. D **4**, 2693 (1971).

[69] Y. Goradia and R.A. Arndt,
Interference of isobars in $\pi N \to \pi\pi N$,
Phys. Rev. D **19**, 2057 (1979).

[70] R.S. Longacre and J. Dolbeau,
K matrix fits to $N + \pi \to N + \pi$ and $N + \pi + \pi$ in the resonance region $\sqrt{s} =$ 1380 MeV to 1740 MeV,
Nucl. Phys. B **122**, 493 (1977).

[71] Ye.S. Golubeva, L.A. Kondratyuk and W. Cassing,
Medium effects in the production and decay of vector mesons in pion nucleus reactions,
Nucl. Phys. A **625**, 832 (1997).

[72] B. Anderson, G. Gustafson, G. Ingelmann, and T.Sjörtrand,
Parton fragmentation and string dynamics,
Phys. Rep. **97**, 31 (1983).

[73] J. Geiss,
Die Produktion von Strangeness und Charmonium in Kern-Kern-Kollisionen,
Dissertation 1998, Institut für Theoretische Physik, Gießen.

[74] J. Geiss, W. Cassing, and C. Greiner,
Strangeness production in the HSD transport approach from SIS to SPS energies,
Nucl. Phys. A **644**, 107 (1998).

[75] H. Sorge et al.,
String dynamics in hadronic matter,
Z. Phys. C **47**, 629 (1990).

[76] K. Geiger,
Space-time description of ultrarelativistic nuclear collisions in the QCD parton picture,
Phys. Rep. **258**, 237 (1995).

[77] X.N. Wang and M. Gyulassy,
HIJING: A Monte Carlo model for multiple jet production in p p, p A and A A collisions,
Phys. Rev. D **44**, 3501 (1991).

[78] A. Shor and R. Longacre,
Effects of secondary interactions in parton-nucleus and nucleus-nucleus collisions using the HIJET event generator,
Phys. Lett. B **218**, 100 (1989).

[79] C.T. Traxler, U. Mosel, and T.S. Biro,
Hadronization of a quark gluon plasma in the chromodielectric model,
Phys. Rev. C **59**, 1620 (1999).

[80] T. Alber et al.,
Charged particle production in proton, deuteron, oxygen and sulphur nucleus collisions at 200 GeV per nucleon,
Eur. Phys. J. C **2**, 643 (1998).

[81] S.V. Afanasiev et al.,
Hadron yields and hadron spectra from the NA49 experiment,
Nucl. Phys. A **610**, 188c (1996).

[82] R.A. Arndt, R.L. Workman, Z. Li and L.D. Roper,
Partial-wave analysis of pion photoproduction,
Phys. Rev. C **42**, 1853 (1990).

[83] L.Y. Murphy and J.-M. Laget,
Reaction mechanisms in two-pion photoproduction on the proton,
Preprint CEA/DAPNIA/SPhn **94 44**.

[84] J.A. Gomez Tejedor and E. Oset,
A model for the $\gamma p \to \pi^+\pi^- p$ reaction,
Nucl. Phys. A **571**, 667 (1994).

[85] B. Krusche et al.,
Near threshold photoproduction of η-mesons off the proton,
Phys. Rev. Lett. **74**, 3736 (1995).

[86] T.A. Armstrong et al.,
Total hadronic cross section of γ rays in hydrogen in the energy range 0.265-4.215 GeV,
Phys. Rev. D **5**, 1640 (1972).

[87] T.A. Armstrong et al.,
The total photon deuteron hadronic cross section in the energy range 0.265-5.215 GeV,
Nucl. Phys. B **41**, 445 (1972).

[88] ABBHHM collaboration,
Photoproduction of meson and baryon resonances at energies up to 5.8 GeV,
Phys. Rev. **175**, 1669 (1968).

[89] J. Hannappel,
Erste Messung der Reaktion $\gamma p \to \omega p$ bis zu Werten von $|t| = 1$ Gev^2 mit dem SAPHIR-Detektor,
Dissertation, Bonn, 1996.

[90] M.Q. Tran et al.,
Measurement of $\gamma p \to K^+\Lambda$ and $\gamma p \to K^+\Sigma^0$ at photon energies up to 2 GeV,
Phys. Lett. B **445**, 20 (1998).

[91] Particle Data Group,
Review of particle properties,
Phys. Rev. D **50**, 1173 (1994).

[92] A. Donnachie and P.V. Landshoff,
Total cross sections,
Phys. Lett. B **296**, 227 (1992).

[93] W. Struczinski et al.,
Study of photoproduction on hydrogen in a streamer chamber with tagged photons for 1.6 GeV $< E_\gamma <$ 6.3 GeV: Topological and reaction cross sections,
Nucl. Phys. B **108**, 45 (1976).

[94] T.H. Bauer, R.D. Spital, D.R. Yennie, and F.M. Pipkin,
Hadronic properties of the photon,
Rev. Mod. Phys. **50**, 261 (1978), Erratum **51**, 407 (1979).

[95] W. Weise,
Hadronic aspects of photon-nucleus interactions,
Phys. Rep. **13**, 53 (1974).

[96] S. Boffi, Ye. Golubeva, L.A. Kondratyuk, and M.I. Krivoruchenko,
Generalized photonuclear sum rule, resonance broadening and shadowing effects,
Nucl. Phys. A **606**, 421 (1996).

[97] D.O. Caldwell, V.B. Elings, W.P. Hesse, R.J. Morrison, and F.V. Murphy,
Total hadronic photoabsorption cross sections on hydrogen and complex nuclei from 4 to 18 GeV,
Phys. Rev. D **7**, 1362 (1973).

[98] V. Heynen, H. Meyer, B. Naroska, and D. Notz,
Total photoproduction cross section of hadrons on nuclei,
Phys. Lett. B **34**, 651 (1971).

[99] G.R. Brookes et al.,
Total hadronic photoabsorption cross sections of nuclei for photons in the GeV energy range,
Phys. Rev. D **8**, 2826 (1973).

[100] C.J. Joachain,
Quantum collision theory,
Universite Libre de Bruxelles, Belgium, 1975, North Holland Publishing Company.

[101] J.J Sakurai,
Currents and Mesons,
University of Chicago Press, Chicago, 1969.

[102] H.B. O'Connell, B.C. Pearce, A.W. Thomas, and A.G. Williams,
Rho-omega mixing, vector meson dominance and the pion form-factor,
Prog. Part. Nucl. Phys. **39**, 201 (1997).

[103] F. Klingl, N. Kaiser, and W. Weise,
Current correlation functions, QCD sum rules and vector mesons in baryonic matter,
Nucl. Phys. A **624**, 527 (1997).

[104] A. Quenzer et al.,
Pion form-factor from 480 MeV to 1100 MeV,
Phys. Lett. B **76**, 512 (1978).

[105] L.M. Barkov et al.,
Electromagnetic pion form-factor in the timelike region,
Nucl. Phys. B **256**, 365 (1985).

[106] G. Wolf, G. Batko, W. Cassing, U. Mosel, K. Niita, and M. Schäfer,
Dilepton production in heavy ion collisions,
Nucl. Phys. A **517**, 615 (1990).

[107] L.G. Landsberg,
Electromagnetic decays of light mesons,
Phys. Rep. **128**, 301 (1985).

[108] E.L. Bratkovskaya and W. Cassing,
Dilepton production from AGS to SPS energies within a relativistic transport approach,
Nucl. Phys. A **619**, 413 (1997).

[109] H. Lenske, private Mitteilung.

[110] T. Mayer-Kuckuk,
Kernphysik,
Teubner Studienbücher, Stuttgart (1984).

[111] T. Kodama et al.,
Causality and relativistic effekts in intranuclear cascade calculations,
Phys. Rev. C **29**, 2146 (1984).

[112] E.L. Bratkovskaya, W. Cassing, R. Rapp, and J. Wambach,
Dilepton production and m_T scaling at BEVALAC/SIS energies,
Nucl. Phys. A **634**, 168 (1998).

[113] T. Weidmann, E.L. Bratkovskaya, W. Cassing, and U. Mosel,
e^+e^- pairs from π^-A reactions,
Phys. Rev. **C 59**, 919 (1999).

[114] E. Oset, H. Toki, and W. Weise,
Pionic modes of excitation in nuclei,
Phys. Rep. **83**, 281 (1982).

[115] M. Hirata, J.H. Koch, F. Lenz, and E.J. Moniz,
Isobar hole doorway states and π ^{16}O scattering,
Ann. Phys. **120**, 205 (1979).

[116] T. Takaki, T. Suzuki, and J.H. Koch,
Photoproduction of neutral pions to discrete nuclear states,
Nucl. Phys. A **443**, 570 (1985).

[117] L. Xiong, C.M. Ko, and V. Koch,
Transport model with quasipions,
Phys. Rev. C **47**, 788 (1993).

[118] W. Ehehalt, W.Cassing, A. Engel, U. Mosel, and G. Wolf,
Effects of pion and delta selfenergies in nucleus-nucleus collisions,
Phys. Lett. B **298**, 31 (1993).

[119] J. Helgesson and J. Randrup,
Transport simulations with π and Δ in-medium properties,
Phys. Lett. B **439**, 243 (1998).

[120] J. Helgesson and J. Randrup,
Spin-isospin modes in heavy-ion collisions. II: Transport simulations,
Ann. Phys. **274**, 1 (1999).

[121] E. Oset and L.L. Salcedo,
Delta self-energy in nuclear matter,
Nucl. Phys. A **468**, 631 (1987).

[122] D. Ashery et al.,
True absorption and scattering of pions on nuclei,
Phys. Rev. C **23**, 2173 (1981).

[123] W. Ehehalt, W.Cassing, A. Engel, U. Mosel, and G. Wolf,
Resonance properties in nuclear matter,
Phys. Rev. C **47**, 2467 (1993).

[124] V. Metag,
Recent results on heavy-ion reactions in the SIS-energy regime,
Nucl. Phys. A **638**, 45 (1998).

[125] R.C. Carrasco and E. Oset,
Interaction of real photons with nuclei from 100 to 500 MeV
Nucl. Phys. A **536**, 445 (1992).

[126] M. Post,
Vektormesonen in Kernmaterie: Eigenschaften und Observable,
Diplomarbeit 1998, Institut für Theoretische Physik, Gießen.

[127] M. Hirata, K. Ochi, and T. Takaki,
Cooperative damping mechanism of the resonance in the nuclear photoabsorption,
Phys. Rev. Lett. **80**, 5068 (1998).

[128] K. Ochi, M. Hirata, and T. Takaki,
Photoabsorption on a nucleon in the D_{13} resonance energy region,
Phys. Rev. C **56**, 1472 (1997).

[129] J.A. Gomez Tejedor, M.J. Vicente-Vacas, and E. Oset,
Double pion photoproduction in nuclei
Nucl. Phys. A **588**, 819 (1995).

[130] V. Koch and C. Song,
Dilepton production at SPS energy heavy ion collisions,
Phys. Rev. C **54**, 1903 (1996).

[131] M. Effenberger, E.L. Bratkovskaya, and U. Mosel,
e^+e^- pair production from γA reactions,
Phys. Rev. C **60**, 44614 (1999).

[132] M. Effenberger, E.L. Bratkovskaya, W. Cassing and U. Mosel,
e^+e^- pairs from π^-A reactions,
Phys. Rev. C **60**, 27601 (1999).

[133] J. Knoll,
Transport dynamics of broad resonances,
Prog. Part. Nucl. Phys. **42**, 177 (1999).

[134] K.G. Boreskov, L.A. Kondratyuk, M.I. Krivoruchenko, and J.H. Koch,
Resonance production on nuclei at high-energies: Nuclear medium effects and space-time picture,
Nucl. Phys. A **619**, 295 (1997).

[135] Y.S. Tsai,
Pair production and bremsstrahlung of charged leptons,
Rev. Mod. Phys. **46**, 815 (1974).

[136] L. A. Kondratyuk, A. Sibirtsev, W. Cassing, Ye. S. Golubeva, and M. Effenberger,
Rho meson properties at finite nuclear density,
Phys. Rev. C **58**, 1078 (1998).

[137] T. Weidmann,
Teilchenproduktion bei pioninduzierten Kernrekationen,
Diplomarbeit 1997, Institut für Theoretische Physik, Gießen.

[138] R.J. Miller, S. Lichtman, and R.B Willmann,
Four-charged-particle final states from the interaction of 2.7 GeV/c π^+ on Deuterium,
Phys. Rev. **178**, 2061 (1969).

[139] J.S. Danburg et al.,
Produktion and decay of η and ω mesons in the reaction $\pi^+d \to (p)p\pi^+\pi^-\pi^0$ between 1.1 and 2.4 GeV/c,
Phys. Rev. D **2**, 2564 (1970).

[140] L.E. Holloway et al.,
Investigation of the reaction $\pi^-p \to \omega^0 n$ at 3.65, 4.50, and 5.50 GeV/c,
Phys. Rev. D **8**, 2814 (1973).

[141] M. Effenberger and U. Mosel,
Photoproduction of mesons at GeV energies,
nucl-th/9908078.

[142] A.M. Boyarski et al.,
Single π^+ and K^+ photoproduction from complex nuclei at 8 GeV and 16 GeV,
Phys. Rev. Lett. **23**, 1343 (1969).

[143] W.T. Meyer et al.,
π^0 photoproduction from complex nuclei,
Phys. Rev. Lett. **28**, 1344 (1972).

[144] G. McClellan et al.,
Incoherent photoproduction of ρ^0 mesons from complex nuclei and comparison with vector-dominance predictions,
Phys. Rev. Lett. **23**, 554 (1969).

[145] M.A. Kagarlis et al.,
Subthreshold ρ^0 photoproduction on ^3He,
Phys. Rev. C **60**, 25203 (1999).

[146] G.J. Lolos et al.,
Evidence for ρ^0 mass modification in the $^3He(\gamma, \rho^0)ppn$ reaction,
Phys. Rev. Lett. **80**, 241 (1998).

[147] G.F. Bertsch and P. Danielewicz,
Off-shell effects in heavy particle production,
Phys. Lett. B **367**, 55 (1996).

[148] P. Bozek,
Particle production in quantum transport theories,
Phys. Rev. C **56**, 1452 (1997).

[149] A. Lang, B. Blättel, W. Cassing, V. Koch, U. Mosel, and K. Weber,
Dynamical and thermal aspects of relativistic heavy ion collisions,
Z. Phys. A **340**, 287 (1991).

[150] W. Cassing and S. Juchem,
Semiclassical transport of particles with dynamical spectral functions,
nucl-th/9903070.

[151] Yu.B. Ivanov, J. Knoll, and D.N. Voskresensky,
Resonance transport and kinetic entropy,
nucl-th/9905028.

[152] M. Effenberger and U. Mosel,
Off-shell effects on particle production,
Phys. Rev. C **60**, 51901 (1999).

[153] S. Leupold,
Towards a test particle description of transport processes for states with continuous mass spectra,
nucl-th/9909080.

[154] G.Q. Li, C.H. Lee, and G.E. Brown,
Kaon production in heavy ion collisions and maximum mass of neutron stars,
Phys. Rev. Lett. **79**, 5214 (1997).

[155] G.Q. Li, C.H. Lee, and G.E. Brown,
Kaons in dense matter, kaon production in heavy-ion collisions, and kaon condensation in neutron stars,
Nucl. Phys. A **625**, 372 (1997).

[156] W. Cassing, E.L. Bratkovskaya, U. Mosel, S. Teis, and A. Sibirtsev,
Kaons versus antikaon production at SIS energies,
Nucl. Phys. A **614**, 415 (1997).

[157] G.Q. Li and G.E. Brown,
K^-/K^+ ratios in relativistic heavy-ion collisions,
Phys. Rev. C **58**, 1698 (1998).

[158] J. Schaffner-Bielich, V. Koch, and M. Effenberger,
Medium modified cross sections, temperature and finite momentum effects for antikaon production in heavy-ion collisions,
nucl-th/9907095.

[159] V. Koch,
K^--proton scattering and the $\Lambda(1405)$ in dense matter,
Phys. Lett. B **337**, 7 (1994).

[160] T. Waas and W. Weise,
S-wave interactions of $\bar{K}$ and eta mesons in nuclear matter,
Nucl. Phys. A **625**, 287 (1997).

[161] M. Lutz,
Nuclear kaon dynamics,
Phys. Lett. B **426**, 12 (1998).

[162] N. Herrmann,
Strangeness production and propagation in relativistic heavy ion collisions at SIS energies,
Prog. Part. Nucl. Phys. **42**, 187 (1999).

[163] J. Lehr, M. Effenberger, and U. Mosel,
Electron and photon induced reactions on nuclei in the nucleon resonance region,
nucl-th/9907091.

[164] A.B. Larionov, W. Cassing, M. Effenberger, and U. Mosel,
$(p, \pi^{\pm})$ correlations in central heavy-ion collisions at 1-2 AGeV,
Preprint, Institut für Theoretische Physik, Gießen.

[165] J. Lehr, private Mitteilung.

[166] H. Sorge,
Flavor production in Pb (160 AGeV) on Pb collisions: Effect of color ropes and hadronic rescattering,
Phys. Rev. C **52**, 3291 (1995).

[167] P.K. Sahu, A. Hombach, W. Cassing, M.Effenberger, and U. Mosel,
Baryon flow at SIS energies and beyond,
Nucl. Phys. A **640**, 493 (1998).

[168] J. Cugnon, T. Mizutani and J. Vandermeulen,
Equilibration in relativistic nuclear collisions. A monte carlo calculation,
Nucl. Phys. A **352**, 505 (1981).

[169] V. Dmitriev and O. Sushkov,
Δ-formation in the $^1H(^3He,^3H)\Delta^{++}$-reaction at intermediate energies,
Nucl. Phys. A **459**, 503 (1986).

[170] A.M. Bergdolt et al.,
Total cross section of the $pp \to pp\eta$ reaction near threshold,
Phys. Rev. D **48**, R2969 (1993).

[171] E. Chiavassa et al.,
Eta meson production in p d and p p collisions,
Phys. Lett. B **337**, 192 (1994).

[172] A. Sibirtsev, W. Cassing, and U. Mosel,
Heavy meson production in proton-nucleus reactions with empirical spectral functions,
Z. Phys. A **358**, 357 (1997).

[173] J. Randrup and C.M. Ko,
Kaon production in relativistic nuclear collisions,
Nucl. Phys. A **343**, 519 (1980).

[174] K. Tsushima, S.W. Huang, and A. Faessler,
A study of the $\pi B \to YK$ reactions for kaon production in heavy ion collisions,
Austral. J. Phys. **50**, 35 (1997).

[175] A. Sibirtsev, W. Cassing, and C.M Ko,
Antikaon production in nucleon-nucleon reactions near threshold,
Z. Phys. A **358**, 101 (1997).

[176] R. L. Walker,
Phenomenological analysis of single-pion photoproduction,
Phys. Rev. **182**, 1729 (1969).

[177] D. Menze, W.Pfeil and R. Wilcke,
ZAED Compilation of pion photoproduction data,
Universität Bonn, 1977.

[178] A. Braghieri et al.,
Total cross-section measurement for the three double pion production channels on the proton,
Phys. Lett. **363**, 46 (1995).

[179] B. Krusche, private Mitteilung, vorläufige Daten.

[180] A. Zabrodin et al.,
Total cross section measurement of the $\gamma n \to p\pi^-\pi^0$ reaction,
Phys. Rev. C **55**, 1617 (1997).

[181] B. Schoch,
Recent results from ELSA,
Prog. Part. Nucl. Phys. **34**, 43 (1995).

[182] B. Krusche et al.,
Near threshold photoproduction of η-mesons from the deuteron,
Phys. Lett. **B358**, 40 (1995).

[183] G. Wolf,
Particle production at SIS energies,
GSI-93-55 preprint, Juli 1993.

Danksagung

Mein Dank gilt vor allem Herrn Prof. Dr. Ulrich Mosel für die Aufnahme an sein Institut und die engagierte Betreuung. Seine Hinweise und Anregungen sowie unzählige Diskussionen waren für das Gelingen dieser Arbeit von entscheidender Bedeutung. Die wohlwollende Förderung ließ mir immer genügend Freiraum, eigenen Ideen nachzugehen, und ermöglichte es mir, die Ergebnisse meiner Arbeit auf zahlreichen internationalen Konferenzen vorzustellen.

Herrn Prof. Dr. Dr. Wolfgang Cassing danke ich für die Kritik, die für mich stets Motivation war, mein Modell zu verbessern. Die Implementierung der perturbativen Teilchen, ohne die viele Untersuchungen dieser Arbeit nicht möglich gewesen wären, geht auf seine Anregung zurück.

Dem im Laufe der Jahre wechselnden Team von BUU-Mitstreitern danke ich für die stimulierende und produktive Zusammenarbeit. Insbesondere möchte ich mich bei Dr. Stefan Teis für die Überlassung seines BUU-Programms zu Beginn meiner Promotion, bei Dr. Elena Bratkovskaya für die gemeinsamen Rechnungen zur Dileptonenproduktion, bei Dr. Jochen Geiss für die Hilfe bei der Implementierung des FRITIOF-Modells und bei Jürgen Lehr für die sorgfältige Korrektur des Manuskriptes bedanken.

Prof. Dr. Volker Koch danke ich für die Gastfreundschaft während eines vierwöchigen Aufenthaltes im März 1998 am Lawrence Berkeley National Laboratory und die dort begonnene Zusammenarbeit in der Antikaonenproduktion. Seine Hinweise und Ideen waren auch von großer Bedeutung bei der Verbesserung der Δ-Absorption.

Prof. Dr. Bernd Krusche stellte mir seine experimentellen Daten zur Photoproduktion von π^0-Mesonen lange vor ihrer Veröffentlichung zur Verfügung. Ohne diese Daten wäre ein wichtiger Teil dieser Arbeit, die Untersuchungen zur π-Δ-Dynamik, nicht in der vorliegenden Form möglich gewesen.

Dr. Carsten Greiner und Dr. Stefan Leupold erinnerten mich immer wieder daran, daß es auch eine Physik jenseits der Phänomenologie gibt. Hierfür und für die Diskussionen im Zusammenhang mit der Behandlung von Off-Shell-Teilchen möchte ich ihnen danken.

Allen Mitgliedern des Institutes danke ich für die angenehme Arbeitsatmospäre. Insbesondere danke ich meinem Zimmergenossen Marcus Post für zahlreiche Diskussionen und dafür, daß er es so lange mit mir ausgehalten hat.

Da im Rahmen dieser Arbeit aufwendige numerische Rechnungen durchgeführt wurden, danke ich dem Team, das dafür sorgte, die Computer lauffähig zu halten, vor allem Herrn Prof. Dr. Horst Lenske, Dr. Klaus Schertler und Frank Hofmann.

Elke Jung stand mir in allen administrativen Angelegenheiten, insbesondere bei Reisekostenabrechnungen, stets hilfreich zur Seite.