

7. Resonante Anregung der Oberflächenoszillation

Im folgenden Kapitel wird gezeigt, daß die Ursache der beobachteten Oberflächenoszillationen eine resonatorische Anregung durch die ebenfalls beobachteten hydrodynamischen Instabilitäten im Meniskusbereich an der kalten Thermode ist. Dazu werden die Daten aus Kapitel 4 und Kapitel 5 miteinander verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei zeigt sich ein für Resonanzeffekte typischer Zusammenhang.

In Kap. 4.5 wurde gezeigt, daß die Form des Meniskus an der kalten Wand neben der angelegten Temperaturdifferenz der entscheidende Faktor für das Auftreten der beobachteten Oberflächenoszillationen ist.

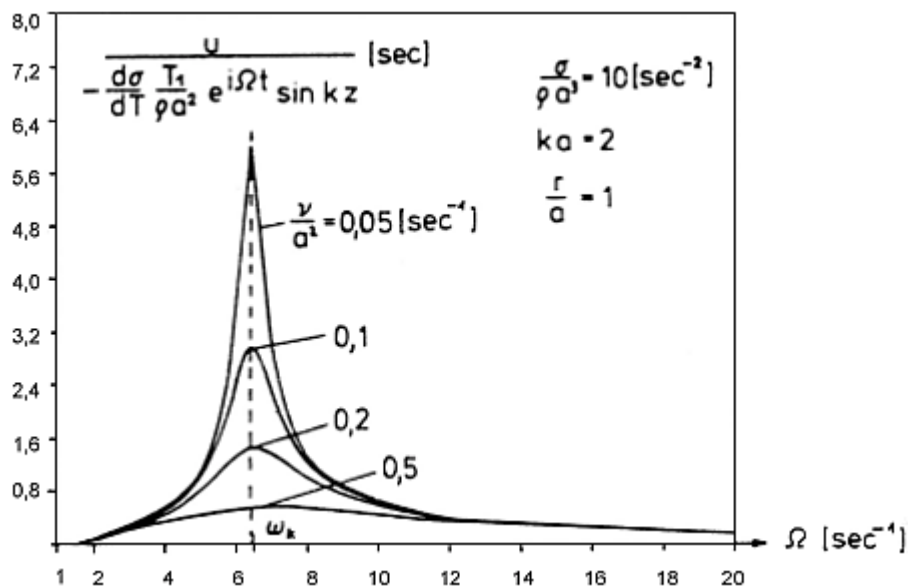


Abb. 7.1 Verstärkungsfunktion bei der resonanten Anregung der Oberfläche eines Flüssigkeitszylinders durch oszillatorische Konvektion. Die Kurve zeigt das Bild einer klassischen dynamischen Erregung, bei der die Resonanzfrequenz mit zunehmender Dämpfung steigt. Entsprechend ist die Asymmetrie der Kurve so, daß bei Erregungsfrequenzen oberhalb der Resonanzfrequenz die Amplitude größer als bei Erregungsfrequenzen unterhalb der Resonanzfrequenz ist.
Nach [Bauer84].

Unter der Voraussetzung, daß die Resonanzfrequenz der freien Oberfläche mit der Oszillationsfrequenz eines durch Marangonikonvektion hervorgerufenen Temperaturfeldes entspricht, kann es zu einer resonanten Anregung der Oberfläche kommen [Bauer84]. Abbildung 7.1 zeigt eine dafür typische Resonanzkurve.

Die Frequenz der im Meniskusbereich durch zeitabhängige Instabilitäten auftretenden Temperaturoszillationen liegen - im Gegensatz zu bisher beobachteten Instabilitäten im Volumen der Küvette [Metzger86, Metzger94]- in der Größenordnung der Resonanzfrequenz der Oberflächenoszillationen. Es ist daher zu untersuchen, ob die zeitabhängige Strömung im Meniskus eine Ursache der Oberflächenoszillationen darstellt.

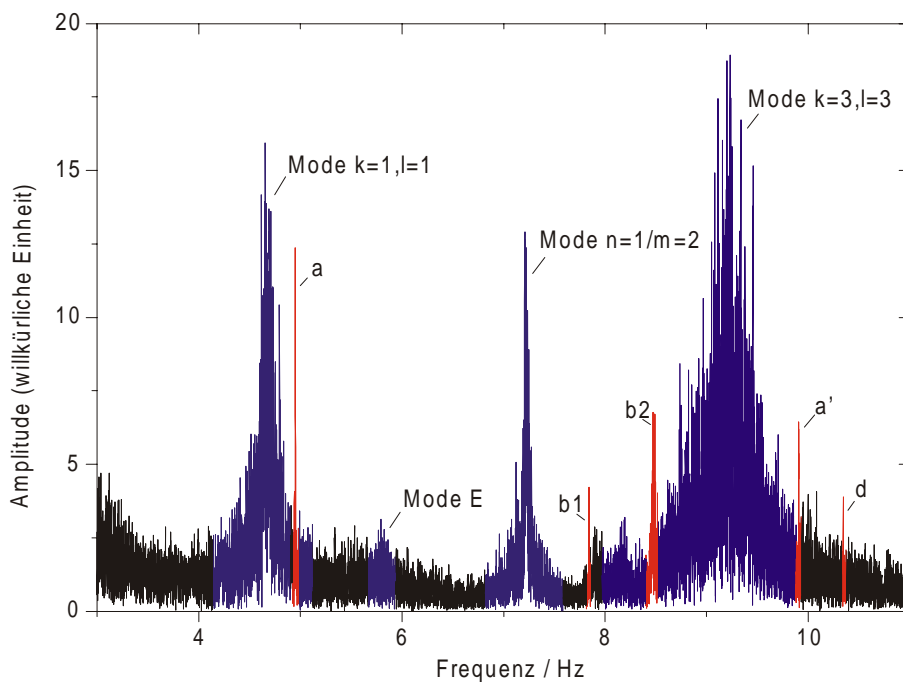


Abb. 7.2 *Fourierspektrum der Temperatursignale im Meniskus, überlagert von Oberflächenoszillationen. Oberflächenoszillationen sind blau eingezeichnet, hydrodynamische Instabilitäten rot.*

$\Delta T = 25 \text{ K}$, $T_M = 20 \text{ °C}$, $h = 1,5 \text{ mm}$, $L = 20 \text{ mm}$, $B = 41 \text{ mm}$.

Datensatz auf CD.

Betrachtet man das schon in Kapitel 4.2 gezeigte Spektrum der Temperatursignale im Meniskus, fällt auf, daß die thermische Welle a (Signal a) und die Oberflächenoszillation $k=1, l=1$ einen nur geringen Frequenzabstand von $\Delta \nu = 0,2 \text{ Hz}$ zueinander besitzen. Die Halbwertsbreite der Mode $k=1, l=1$ beträgt ungefähr $0,2\text{--}0,3 \text{ Hz}$, d. h. Signal a liegt innerhalb der doppelten Halbwertsbreite

und damit innerhalb des Signals der Mode $k=1, l=1$.

Abb. 7.3 vergleicht die Veränderung der Amplitude der Oberflächenoszillation und der durch die thermischen Welle a hervorgerufene Deformation der freien Oberfläche bei steigender Temperaturdifferenz. Die Amplitude der Oberflächenoszillation wurde nach den Überlegungen in Kap. 4.4 kalibriert, die Amplitude der Deformation der freien Oberfläche durch die thermischen Welle a durch Vergleich der Signalamplitude von Signal a mit den in Kap. 5.5 bestimmten Werten. Die Kalibrierung soll lediglich einen Anhaltspunkt für die Größenordnung der Amplituden geben. Der Fehler bei der Bestimmung der Kalibrierwerte liegt bei über 100%.

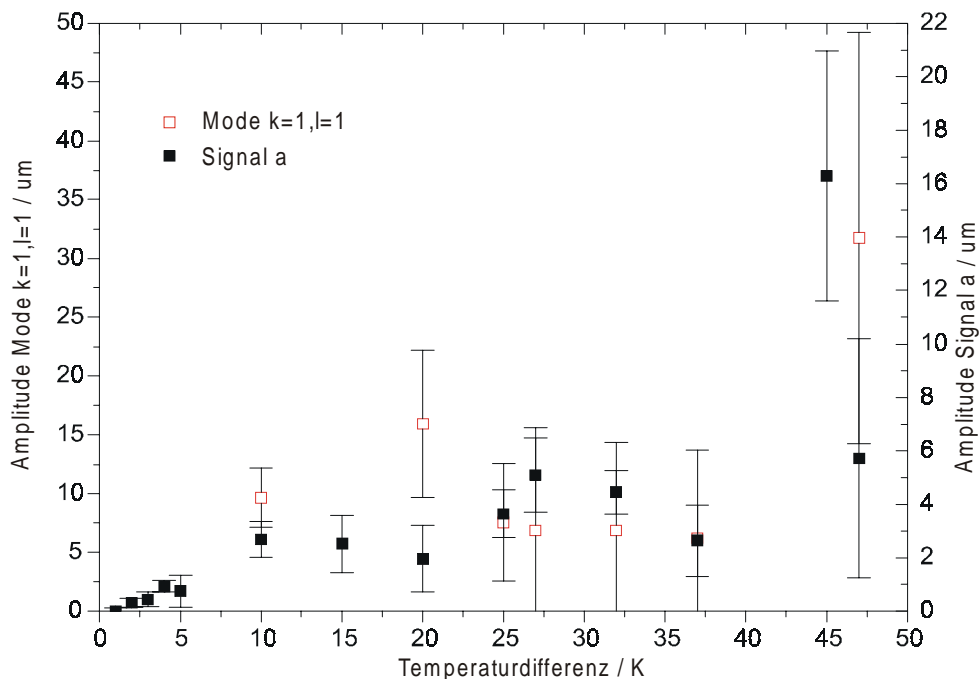


Abb. 7.3 Vergleich des Amplitudenverlaufs des Signals der Oberflächenoszillation Mode $k=1, l=1$ und des Temperatursignals der thermischen Welle a bei Veränderung der angelegten Temperaturdifferenz T .

$T_M = 20\text{ }^\circ\text{C}$, $h = 1,5\text{ mm}$, $L = 12\text{ mm}$, $B = 41\text{ mm}$.

Datensatz auf CD.

Die Amplitude der Oberflächenoszillation ist etwa doppelt so groß wie die Deformation der freien Oberfläche durch Temperaturoszillationen. Die Übereinstimmung des Amplitudenverlaufs ist innerhalb des Meßfehlers gut. Auffällig ist dabei, daß im Bereich unterhalb von $\Delta T = 30\text{ K}$ Mode $k=1, l=1$ relativ zu Signal a größer ist als bei höheren Temperaturdifferenzen. Beachtet man die mit zunehmender Temperaturdifferenz sinkende Frequenz von Mode $k=1, l=1$ (die

Frequenz von Signal a steigt gering mit der Temperaturdifferenz), so kommt der zunehmende Frequenzabstand als Erklärung in Frage.

In Abb. 7.4 werden die relativen Amplituden von Mode $k=1, l=1$ und der durch die thermische Welle a hervorgerufene Deformation der freien Oberfläche mit dem Frequenzabstand beider Signale verglichen. Dabei erhält man eine für Resonanzanregungen typische Abnahme der relativen Amplitude mit zunehmendem Frequenzabstand.

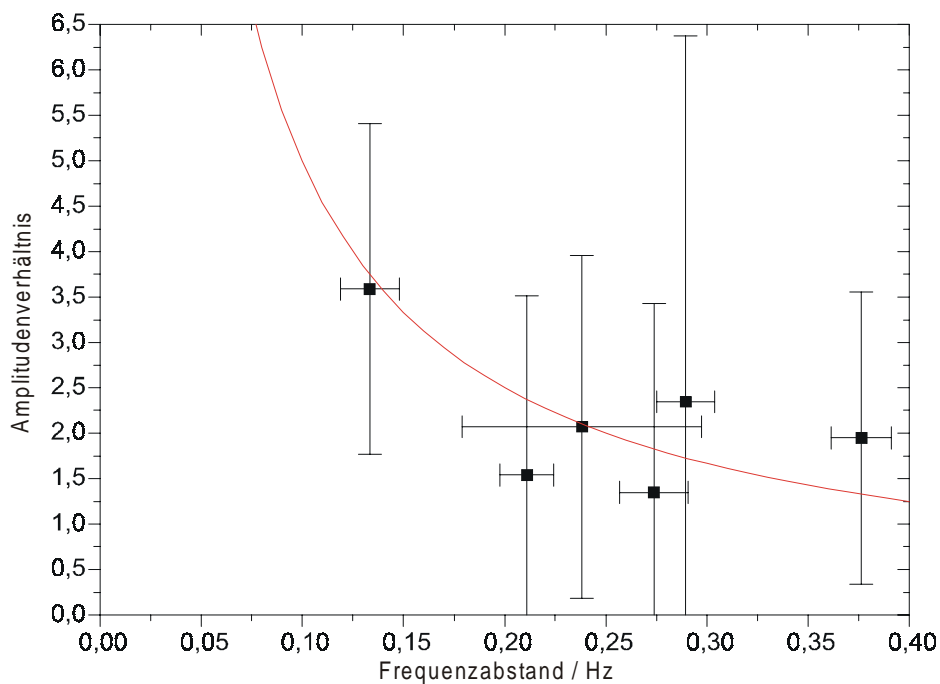


Abb. 7.4 Verhältnis der Amplituden von Mode $k=1, l=1$ und der durch die thermischen Welle a hervorgerufene Deformation der freien Oberfläche $A_{k=1, l=1}/A_a$ aufgetragen gegen den Frequenzabstand $\Delta v = v_a - v_{k=1, l=1}$. Die durchgezogene Linie ist der Graph einer angepaßten Resonanzfunktion.

$T_M = 20\text{ °C}$, $h = 1,5\text{ mm}$, $L = 12\text{ mm}$, $B = 41\text{ mm}$.

Auch in Abhängigkeit von der Unterfüllung h der Küvette stimmt der Amplitudenverlauf der Oberflächenoszillation und der von der thermischen Welle a hervorgerufenen Deformation der freien Oberfläche gut überein (Abb. 7.5). Abb. 7.6 zeigt die daraus gewonnene Zuordnung von Amplitudenverhältnis und Frequenzabstand. Trotz des wahrscheinlich großen systematischen Fehlers durch die Kalibrierung ist die Übereinstimmung der gewonnenen Kurve mit einer Resonanzkurve sehr gut.

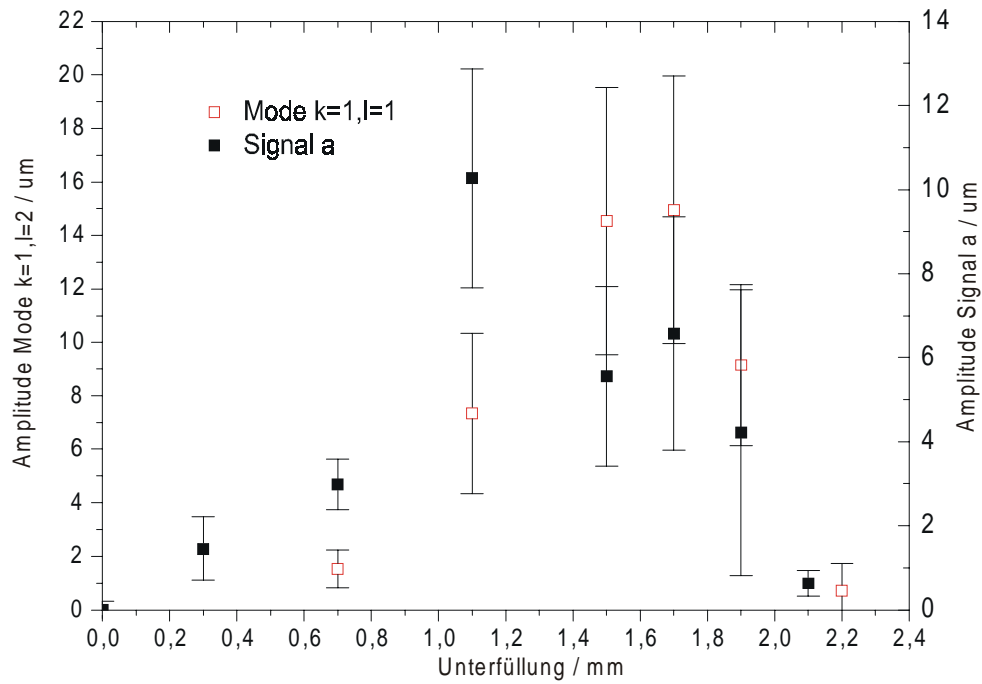


Abb. 7.5 Amplitudenverlauf von Mode $k=1, l=1$ und thermischer Welle a in Abhängigkeit der Unterfüllung h .

$\Delta T=25$ K, $T_M=20$ °C, $L=12$ mm, $B=41$ mm.

Datensatz auf CD.

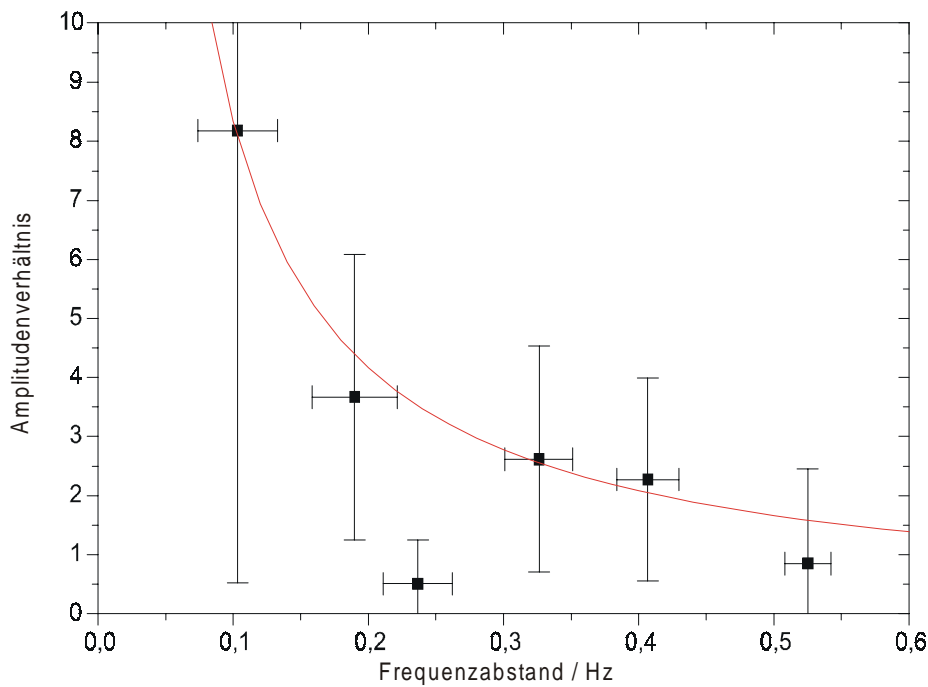


Abb. 7.6 Verhältnis der Amplituden von Mode $k=1, l=1$ und der thermischen Welle a $A_{k=1, l=1}/A_a$ aufgetragen gegen den Frequenzabstand $\Delta \nu = \nu_a - \nu_{k=1, l=1}$. Als durchgezogene rote Linie ist eine angepaßte Resonanzkurve eingezeichnet.

$\Delta T=25$ K, $T_M=20$ °C, $L=12$ mm, $B=41$ mm.

Die Amplituden der Oberflächenoszillation Mode $k=1, l=1$ und die durch die thermischen Welle a hervorgerufene Temperaturoszillation im Meniskusbereich korrelieren sowohl bezüglich der angelegten Temperaturdifferenz ΔT als auch der Unterfüllung h . Das Verhältnis aus Oszillationsamplitude der freien Oberfläche und der Temperaturoszillation von thermischen Welle verhält sich typisch für eine resonante Anregung. Die Amplitude der Oberflächenoszillation liegt bei ca. $10\text{ }\mu\text{m}$. Die Deformation der freien Oberfläche durch die hydrothermale Welle a erreicht etwa $5\text{ }\mu\text{m}$. In Anbetracht des geringen Frequenzabstandes von etwa $0,2\text{ Hz}$ (4%) ist das gemessene Amplitudenverhältnis zwischen 1 und 8 realistisch für einen Resonanzfall. Es kann also davon ausgegangen werden, daß die von der thermische Welle verursachten Deformationen der freien Oberfläche die Oberflächenoszillation durch Resonanz anregen.

Die Frequenz der thermischen Welle b liegt $0,8\text{ Hz}$ von dem Signal der Mode $k=3, l=3$ entfernt. Bei einer Halbwertsbreite der Mode $k=3, l=3$ von $0,8\text{ Hz}$ liegt Signal b innerhalb der doppelten Halbwertsbreite. Abb. 7.7 vergleicht die Amplitude beider Signale bei steigender Temperaturdifferenz; Abb. 7.8 bei steigender Unterfüllung.

In beiden Fällen zeigt sich eine gute Übereinstimmung. Besonders ist die sehr gute Übereinstimmung in der Nähe des Einsatzpunktes unterhalb $\Delta T=15\text{ K}$ zu beachten (das Auftreten von Mode $k=3, l=3$ unterhalb von $\Delta T=4\text{ K}$ läßt sich durch externe Rauschanregung erklären). Für Mode $k=3, l=3$ wurde ein Einsatzpunkt von $\Delta T_{\text{krit.}}^{k=3, l=3}=4\text{ K}$, für Signal b von $\Delta T_{\text{krit.}}^b=3,4\text{ K}$ bestimmt (Kap. 4.4 und Kap. 5.5).

Wie bereits bei Mode $k=1, l=1$ findet sich ein für Resonanzeffekte typischer Kurvenverlauf mit Abnahme des Amplitudenverhältnis $A_{k=3, l=3}/A_b$ mit zunehmendem Frequenzabstand $\nu_b - \nu_{k=3, l=3}$. Im Gegensatz zu Mode $k=1, l=1$ ist die Frequenz der thermischen Welle b niedriger als die Frequenz der Oberflächenoszillation. Da die Frequenz der Oberflächenoszillation mit zunehmender Temperaturdifferenz und Unterfüllung sinkt, sinkt dabei ebenfalls der Frequenzabstand. Bei Mode $k=1, l=1$ lag der umgekehrte Fall vor: Der Frequenzabstand wurde mit zunehmender Temperaturdifferenz oder Unterfüllung vergrößert. Entsprechend findet man bei Mode $k=3, l=3$ in Abb. 7.7 bei höheren Temperaturdifferenzen relativ größere Amplituden der Oberflächenoszillation als bei niedrigem ΔT . Das heißt, sowohl bei Mode $k=1, l=1$ als auch bei Mode $k=3, l=3$ nimmt trotz bezüglich ΔT gegenläufigem Frequenzabstand das Amplitudenverhältnis mit dem Frequenzabstand ab. Das Amplitudenverhältnis korreliert mit dem Frequenzabstand, nicht mit der angelegten Temperaturdifferenz. Dies zeigt, daß es sich dabei nicht um einen indirekten Effekt der Temperaturdifferenz oder Unterfüllung sondern um den direkten Einfluß des Frequenzabstandes handelt.

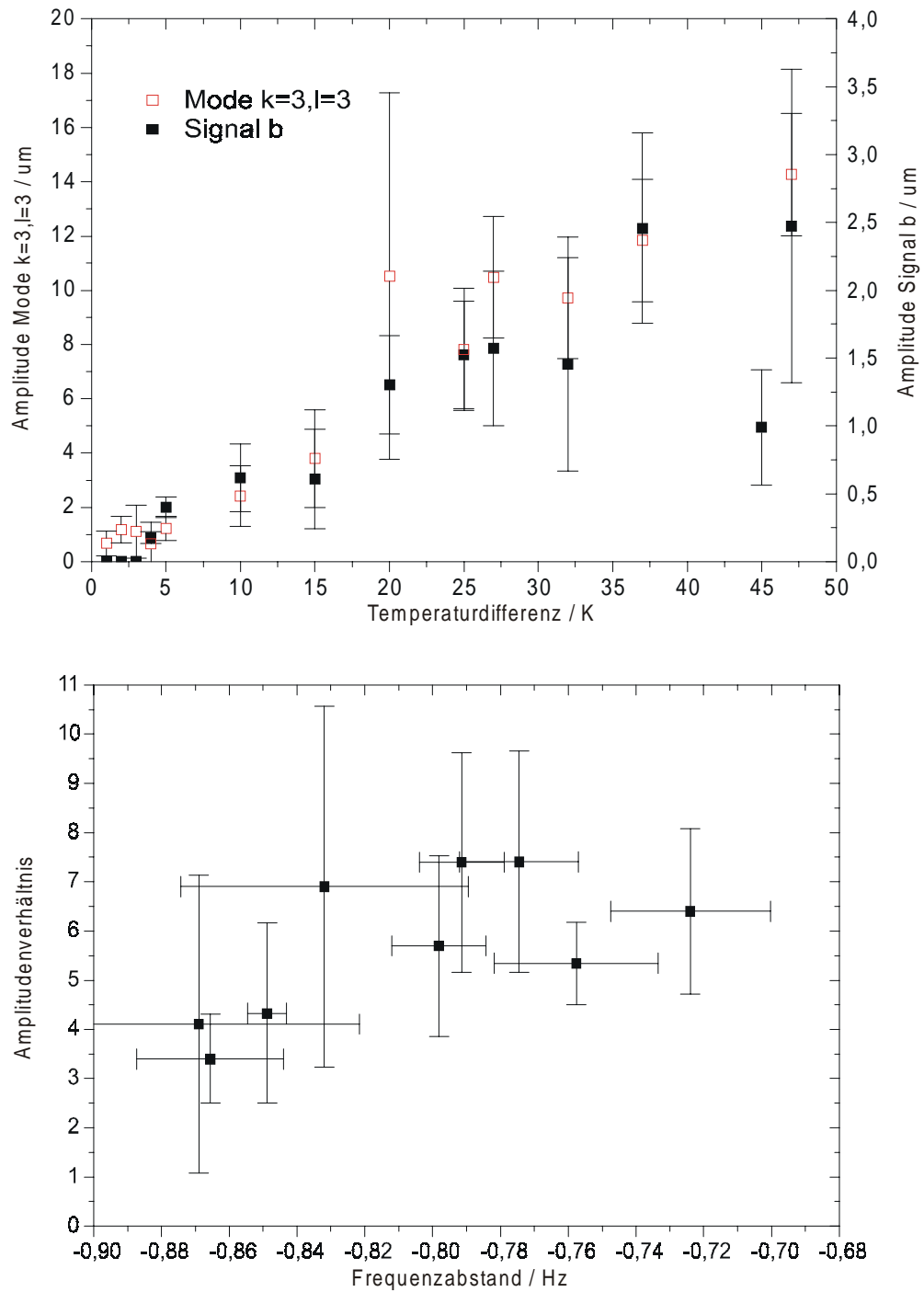




Abb. 7.7 Vergleich des Amplitudenverlaufs des Signals der Oberflächenoszillation Mode $k=3, l=3$ und der thermischen Welle b (Signal b_1+b_2) bei Veränderung der angelegten Temperaturdifferenz ΔT .

$T_M=20^\circ\text{C}$, $h=1,5\text{ mm}$, $L=12\text{ mm}$, $B=41\text{ mm}$.

 Signal b_2 auf CD.

 Datensatz auf CD.

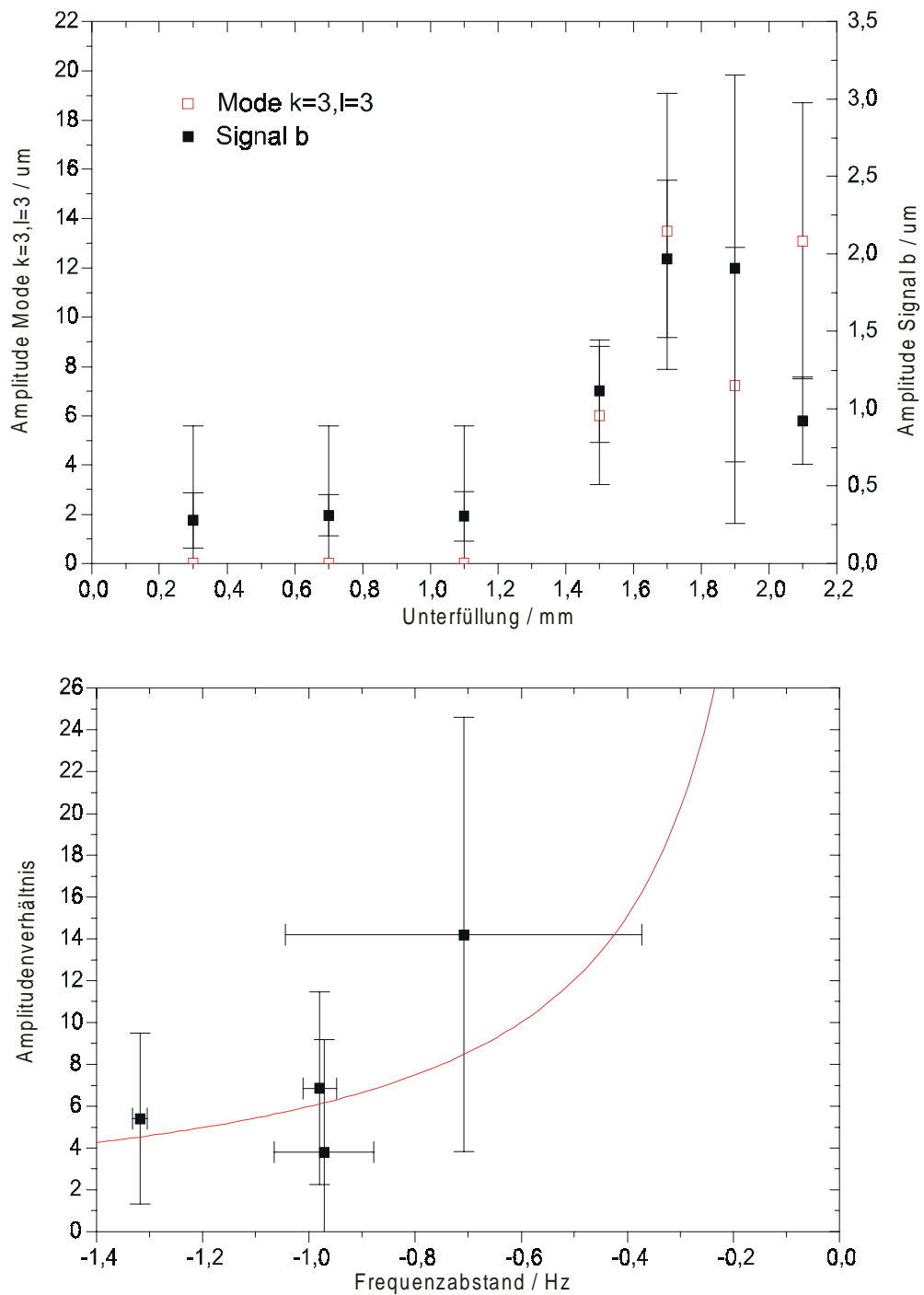




Abb. 7.8 Amplitudenverlauf von Mode $k=3, l=3$ und der thermischen Welle b (Signal b_1+b_2) in Abhängigkeit der Unterfüllung h . Eine angepasste Resonanzkurve ist als rot durchgezogene Linie eingezeichnet.

$T_M=20\text{ }^\circ\text{C}$, $h=1,5\text{ mm}$, $L=12\text{ mm}$, $B=41\text{ mm}$.

 Signal b_2 auf CD.

 Datensatz auf CD.

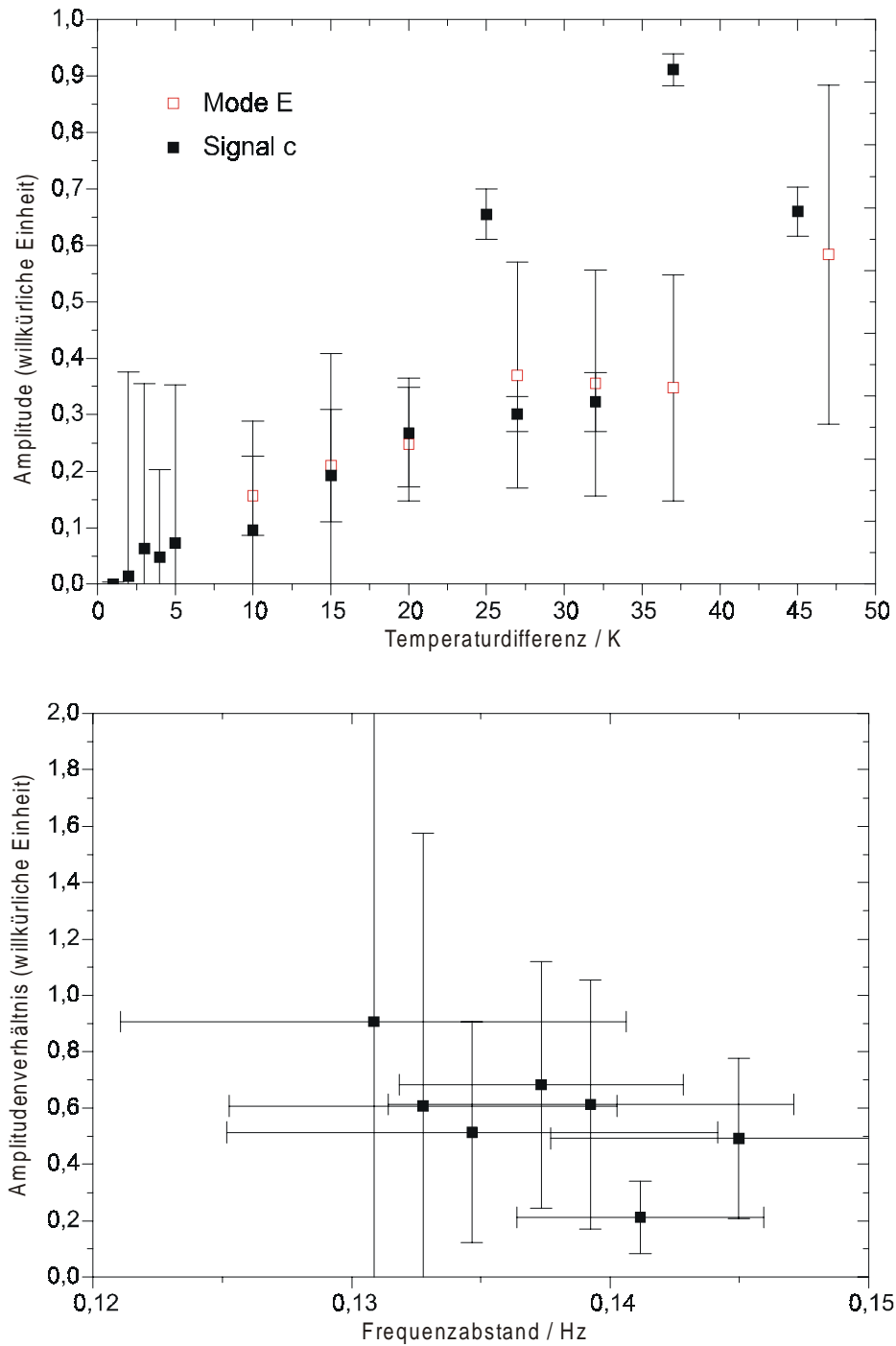


Abb. 7.9 Vergleich des Amplitudenverlaufs des Signals der Oberflächenoszillation Mode E und dem Temperatursignal der hydrothermalen Welle c (Summe der Signal c_1 , c_2 und c_3) bei Veränderung der angelegten Temperaturdifferenz ΔT . Die Signalamplituden sind gegenseitig normiert.

$T_M = 20^\circ \text{C}$, $h = 1,5 \text{ mm}$, $L = 12 \text{ mm}$, $B = 41 \text{ mm}$.

Datensatz auf CD.

Die Amplitude von Mode $k=3, l=3$ wird ebenfalls auf $10\text{ }\mu\text{m}$ geschätzt; die Amplitude der Oberflächendeformation durch die thermische Welle b liegt bei ca. $1,4\text{ }\mu\text{m}$ und erreicht bis zu $3\text{ }\mu\text{m}$. Das Verhältnis der Amplituden der Oberflächenoszillation und der durch die thermischen Welle b hervorgerufenen Deformationen der freien Oberfläche zwischen 3 bis 14 ist größer als bei Mode $k=1, l=1$ /thermische Welle a , liegt aber in der gleichen Größenordnung. Der Unterschied liegt innerhalb des Fehlers von etwa 100% für die Kalibrierung. Das Amplitudenverhältnis ist für einen Resonanzfall plausibel, so daß davon ausgegangen werden kann, daß die von der hydrothermale Welle b hervorgerufenen Oberflächendeformationen die Oberflächenoszillation $k=3, l=3$ resonatorisch anregt.

Betrachtet man Mode E, findet sich kein passendes Temperatursignal in geringem Abstand. Die Frequenz des Temperatursignals der thermischen Welle c entspricht aber ungefähr der doppelten Frequenz von Mode E. Der Frequenzabstand von Mode E zur halben Frequenz von Signal c beträgt $0,5 \cdot \nu_c - \nu_E \sim 0,14\text{ Hz}$. Die Halbwertsbreite von Mode E beträgt ca. $0,2\text{ Hz}$, d. h. $0,5 \nu_c$ liegt innerhalb der doppelten Halbwertsbreite von Mode E.

Abb. 7.9 vergleicht beide Signale in Abhängigkeit von ΔT . Eine Kalibrierung für die Deformation der freien Oberfläche durch die thermische Welle c ist nicht möglich. Es wurden daher in beiden Graphen willkürliche lineare Einheiten verwendet. Die Übereinstimmung ist gut. Trotz der geringen Variation des Frequenzabstandes von $0,015\text{ Hz}$ beobachtet man ein Abfallen des Amplitudenverhältnisses A_E/A_c mit zunehmendem Frequenzabstand $\nu_c - \nu_E$. Die Amplitude der Oberflächenoszillation Mode E ist mit ca. $3\text{ }\mu\text{m}$ deutlich geringer als bei den Moden $k=1, l=1$ und Mode $k=3, l=3$. Wahrscheinlich regen auch in diesem Fall die Oberflächendeformationen der thermischen Welle die Oberflächenoszillation an.

Wenn die thermische Welle c eine Oberflächenoszillation mit der halben Frequenz anregt, stellt sich die Frage, weshalb keine Oberflächenoszillation mit der gleichen Frequenz wie Signal c beobachtet wird. Diese sollte leichter durch Signal c angeregt werden, als Mode E. Wie bereits in Kap. 2.9 gezeigt, führt die Dispersion der Oberflächenoszillation dazu, daß die erste Oberschwingung von Mode E nicht bei der doppelten Frequenz, sondern etwas niedriger liegt. Damit ist eine direkte Anregung der Oberschwingung von Mode E durch die thermische Welle c ausgeschlossen. Die Anregung der Oberflächenoszillation durch eine harmonische Frequenz ist durch das nichtlineare Verhalten der Oberflächenoszillation möglich.

Auch für die Oszillationsmoden $n=1$ und $m=2$ findet man kein Signal im Frequenzspektrum, das einen genügend geringen Frequenzabstand hat, um als Anregung in Frage zu kommen. Die Frequenz der Moden $n=1$ und $m=2$ stimmen weitgehend überein und sind bei den meisten

Messungen nicht voneinander zu trennen. Bei den folgenden Überlegungen ist daher immer die Summe beider Amplituden $A_{n=1/m=2} = A_{n=1} + A_{m=2}$ betrachtet. Die Frequenz der Oberflächenwelle d' besitzt mit großer Genauigkeit die dreifache Frequenz von Mode $n=1/m=2$. Für gewisse Temperaturdifferenzen und Unterfüllungen ist $1/3\nu_{d'}$ exakt gleich $\nu_{n=1/m=2}$.

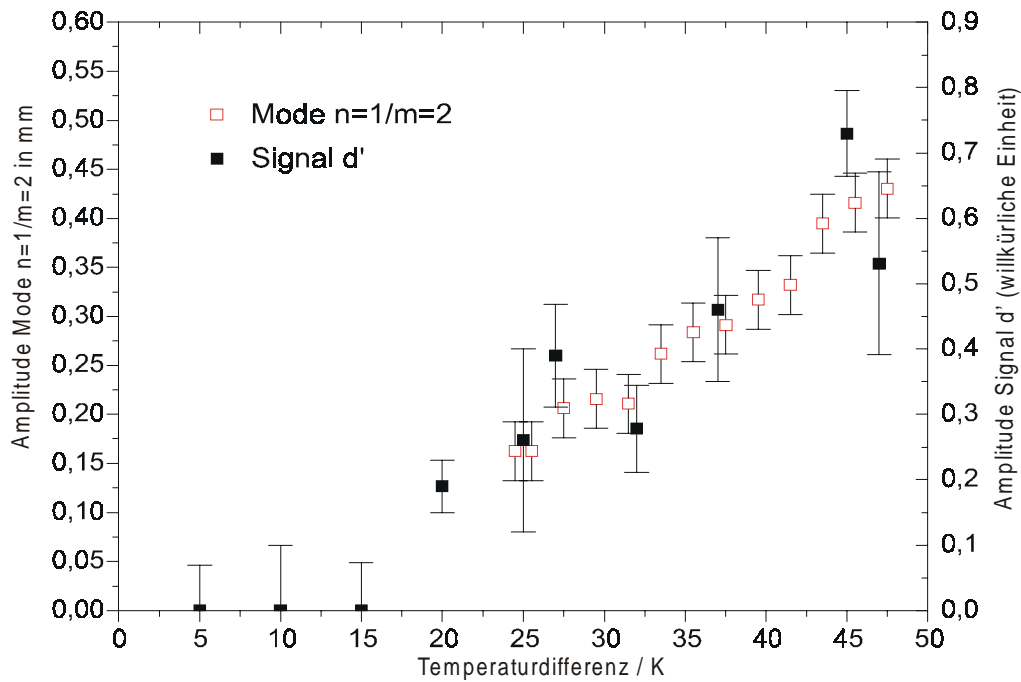


Abb. 7.10 Vergleich des Amplitudenverlaufs des Signals der Oberflächenoszillationen Mode $n=1/m=2$ und dem Temperatursignal der Oberflächenwelle d' (Signal d') bei Veränderung der angelegten Temperaturdifferenz ΔT . Die Signalamplitude der Mode $n=1/m=2$ wurde durch Lichtzeigermessung gewonnen, bei Signal d' wurde eine Thermoelementmessung eingesetzt. Die Amplitude $A_{d'}$ wurde an $A_{n=1/m=2}$ angepaßt. $T_M = 20^\circ\text{C}$, $h \sim 1,5\text{ mm}$, $L = 12\text{ mm}$, $B = 41\text{ mm}$.

Datensatz auf CD.

In Abb. 7.10 sind der Amplitudenverlauf der Mode $n=1/m=2$ und der Oberflächenwelle d' gegen die angelegte Temperaturdifferenz ΔT aufgetragen. Eine Kalibrierung der Oberflächen-deformationen durch die Oberflächenwelle d' ist nicht möglich. Es wurden daher in Abb. 7.10 und in den folgenden Abbildungen willkürliche lineare Einheiten verwendet.

Die Übereinstimmung des Verlaufs beider Signale ist sehr gut. Auch die Einsatzpunkte stimmen sehr gut überein: Für Mode $n=1/m=2$ wurde ein Einsatzpunkt von $\Delta T_{\text{krit.}}^A = 15,2 \pm 3,8\text{ K}$ bestimmt; für Signal d' ergibt sich $\Delta T_{\text{krit.}}^{d'} = 15,7 \pm 1,8\text{ K}$ (vgl. Kap. 4.4 und Kap. 5.5).

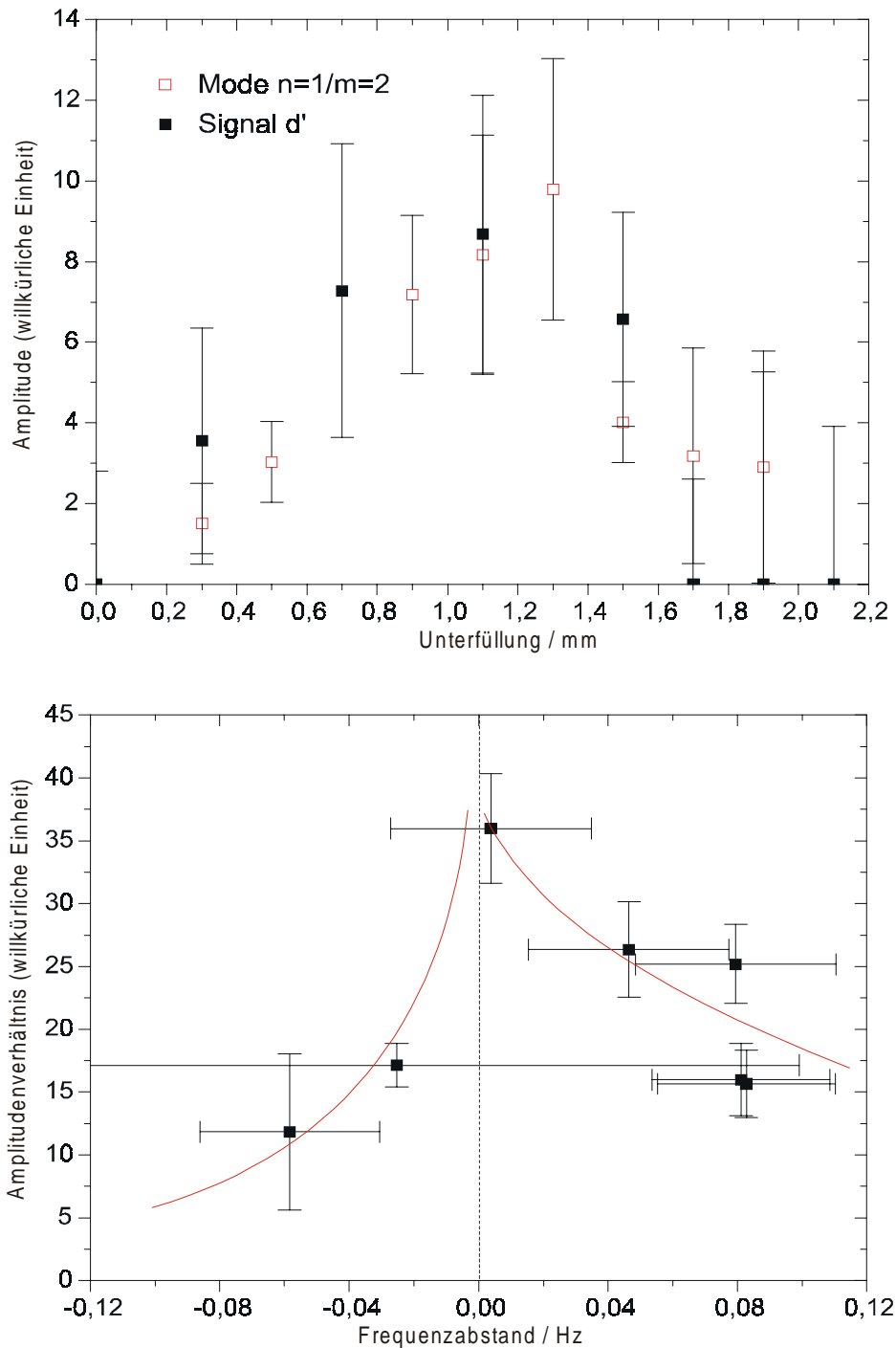


Abb. 7.11 Amplitudenverlauf der Moden $n=1/m=2$ und der Oberflächenwelle d' (Signal d') in Abhängigkeit der Unterfüllung h . Beide Amplituden wurden über Thermoelementmessungen bestimmt. Die Signalamplituden sind gegenseitig normiert.

$\Delta T=25$ K, $T_M=20$ °C, $h=1,5$ mm, $L=12$ mm, $B=41$ mm.

Lichtzeigermessung auf CD.

Datensatz auf CD.

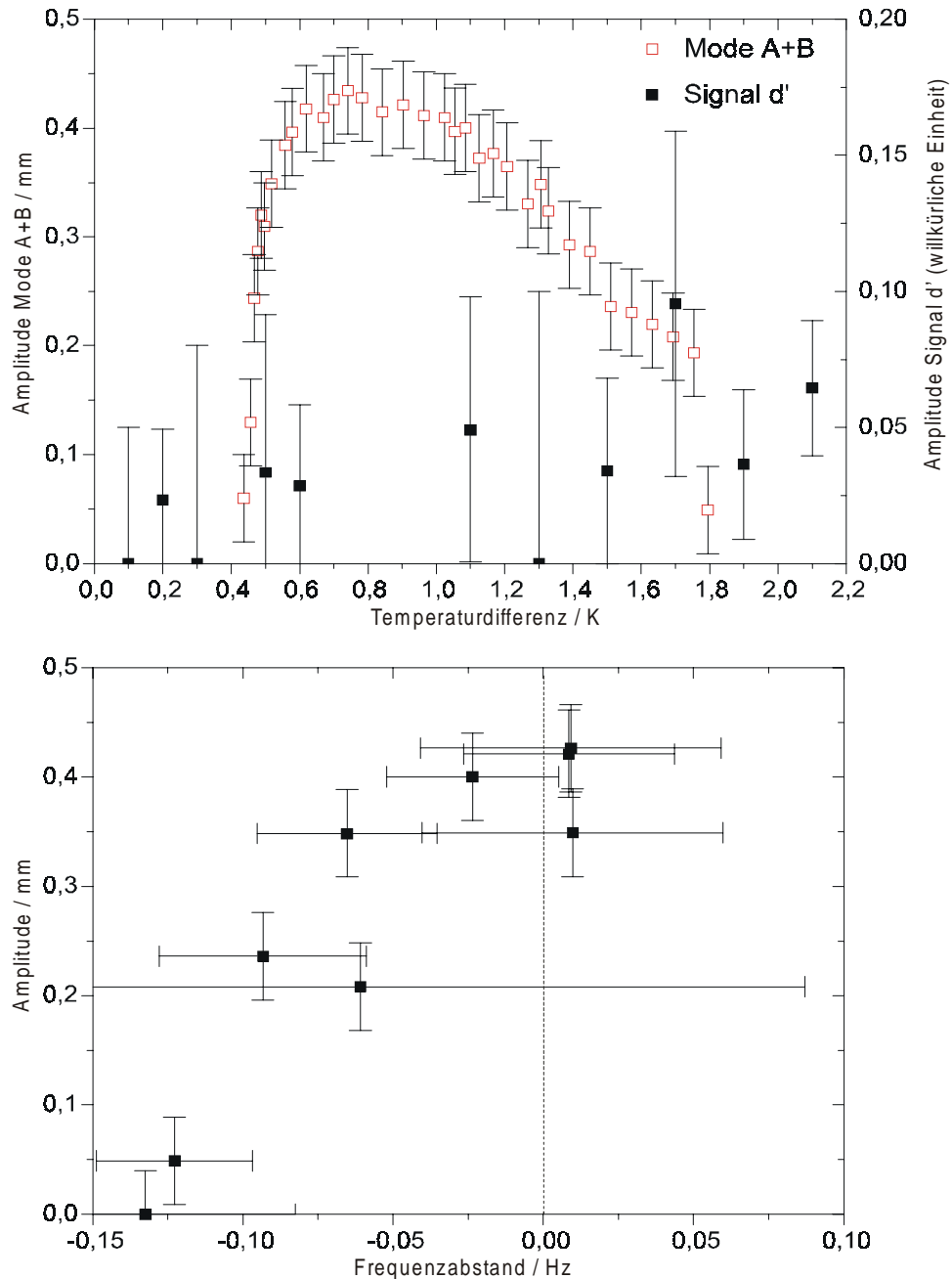


Abb. 7.12 Amplitudenverlauf der Mode $n=1/m=2$ und der Oberflächenwelle d' (Signal d') in Abhängigkeit der Unterfüllung h . Die Amplitude der Mode $n=1/m=2$ wurde mit Lichtzeigermessung, die Amplitude des Signals d' mit Thermoelementmessung bestimmt. In der rechten Graphik wurde die Amplitude der Moden $n=1/m=2$ statt des Amplitudenverhältnisses $A_{n=1/m=2}/A_{d'}$ gegenüber dem Frequenzabstand $\Delta \nu / 3\nu_{d'} - \nu_{n=1/m=2}$ aufgetragen, da $A_{d'}$ als weitgehend konstant angenommen werden kann, die Meßwerte aber einen großen Fehler aufweisen.

$\Delta T = 45,0$ K, $T_M = 20$ °C, $L = 12$, $B = 41$.

Frequenzverlauf (auch Kap. 4.5) und Amplitudenverhältnis auf CD.

Datensatz auf CD.

Auch bei Veränderung der Unterfüllung stimmen die Amplituden der Mode $n=1/m=2$ sehr gut mit Signal d' überein. Das Amplitudenverhältnis $A_{n=1/m=2}/A_{d'}$ zwischen den Moden $n=1/m=2$ und Signal d' zeigt einen für Resonanzeffekte typischen Abfall mit zunehmendem Abstand der Frequenzen von Signal d' und den Moden $n=1/m=2$ $\Delta\nu=1/3\nu_{d'}-\nu_{n=1/m=2}$. Wichtig ist, daß die Abnahme des Amplitudenverhältnisses sowohl für $\Delta\nu>0$ als auch für $\Delta\nu<0$ beobachtet wird.

Bei einer angelegten Temperaturdifferenz von $\Delta T=45,0$ K hat die Signalamplitude d' gegenüber $\Delta T=25,0$ K einen flacheren Verlauf bezüglich der Unterfüllung h. Nach Einsetzen von Signal d' bei $h=0,4 \dots 0,5$ mm kann die Amplitude weitgehend als konstant angesehen werden. Die Moden $n=1/m=2$ zeigen im Gegensatz dazu eine deutliche Abhängigkeit von der Unterfüllung bei einem stark asymmetrischen Verlauf.

Dieser Verlauf stimmt gut mit dem Frequenzverlauf der Moden $n=1/m=2$ überein (vgl. Kap. 4.5). Trägt man die Signalamplitude $A_{n=1/m=2}$ gegen den Frequenzabstand $1/3\nu_{d'}-\nu_{n=1/m=2}$ auf, findet man mit zunehmendem Frequenzabstand einen deutlichen Abfall der Amplitude. Da die Amplitude der Oberflächenwelle d' im betrachteten Bereich nahezu konstant ist, erhält man das qualitativ gleiche Ergebnis - jedoch aufgrund des großen Meßfehlers für $A_{d'}$ mit größerem Fehler -, wenn man $A_{n=1/m=2}/A_{d'}$ gegen $1/3\nu_{d'}-\nu_{A/B}$ aufträgt.

Die Amplitude der Mode $n=1$ ist bei $\Delta T=25,0$ K mit $A_{n=1}=0,16\pm 0,03$ mm gut 15x größer als $A_{k=1,l=1}$ oder $A_{k=3,l=3}$. Die von Oberflächenwellen erzeugten Deformationen der freien Oberfläche liegen über denen von hydrothermalen Wellen. Erwartet werden 5-15 μm . Hinzu kommt, daß die Frequenz der Oberflächenoszillation und der Oberflächenwelle beim Erreichen der Maximalamplitude exakt übereinstimmen.

Trotz des 3:1-Verhältnisses beider Frequenzen kann davon ausgegangen werden, daß die von der Oberflächenwelle d' hervorgerufenen Deformationen der Flüssigkeitsoberfläche durch einen Resonanzeffekt die Oberflächenoszillationen mit den Moden $n=1$ und $m=2$ erzeugt. Auch hier ist aufgrund des nichtlinearen Verhaltens der Oberflächenoszillationen eine solche Anregung durch eine Harmonische möglich.

Beim Vergleich der Oberflächenoszillationen und der hydrodynamischen Instabilitäten kann also jeder Oberflächenoszillation eine spezifische Instabilität im Meniskus zugeordnet werden:

hydrodynamische Instabilität	Mode der Oberflächenoszillation	Frequenzverhältnis
thermische Welle der Konvektionsrolle a	$k=1, l=1$	1:1
thermische Welle der Konvektionsrolle b	$k=3, l=3$	1:1
thermische Welle der Konvektionsrolle c	$k=2, l=1$ (Mode E)	2:1
Oberflächenwelle	$n=1$ und $m=2$	3:1

Für jedes zugeordnete Paar findet sich sowohl bei der Variation der angelegten Temperaturdifferenz ΔT als auch der Unterfüllung h eine für Resonanzeffekte typische Abhängigkeit der Oberflächenoszillation von der Amplitude der hydrodynamischen Instabilität und des Frequenzabstandes.

Soweit für die hydrodynamischen Instabilitäten absolute Werte der Oberflächenauslenkungen vorliegen, ergeben sich für Resonanzsysteme gut passende Amplitudenverhältnisse. In allen Fällen sind auch die geschätzten Amplituden für Resonanzeffekte plausibel.

Aufgrund der nichtlinearen Eigenschaften der Oberflächenoszillationen finden sich dabei Anregungen mit den Frequenzverhältnissen 1:1, 2:1 und 3:1.