

# **Messungen zur Photorekombination hochgeladener lithiumähnlicher Ionen**

**Inaugural-Dissertation  
zur  
Erlangung des Doktorgrades  
der Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Justus-Liebig-Universität Gießen**

**Fachbereich  
Mathematik und Informatik,  
Physik, Geographie**

**vorgelegt von  
Carsten Brandau  
aus Göttingen**

**Institut für Kernphysik  
Strahlencentrum der Justus-Liebig-Universität Gießen  
2000**

---

Dekan: Prof. Dr. A. Beutelspacher  
I. Berichterstatter: Prof. Dr. A. Müller  
II. Berichterstatter: Prof. Dr. W. Scheid  
Tag der mündlichen Prüfung: 22. Dezember 2000

---

# Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Photorekombination der lithiumähnlichen Ladungszustände von Gold ( $^{197}\text{Au}^{76+}$ ), Blei ( $^{208}\text{Pb}^{79+}$ ) und Uran ( $^{238}\text{U}^{89+}$ ) mit freien Elektronen untersucht. Dabei konnten detaillierte spektroskopische Informationen über die autoionisierenden Zustände  $1s^2 2p_{1/2} n\ell_j$  mit  $n \geq 20$  und  $1s^2 2p_{3/2} n\ell_j$  mit  $n = 6$  bei  $\text{Au}^{76+}$  und  $\text{Pb}^{79+}$  bzw.  $n = 5$  bei  $\text{U}^{89+}$  gewonnen werden. Diese werden im ersten Schritt der zweistufigen dielektronischen Rekombination (DR), dem dielektronischen Einfang, bevölkert. Dabei wird das  $2s_{1/2}$ -Elektron der lithiumähnlichen Ionen innerhalb der  $n = 2$  - Schale nach  $2p_{1/2}$  oder  $2p_{3/2}$  angeregt ( $\Delta n = 0$ ), und das freie Elektron wird in einen Rydberg-Zustand eingefangen.

Die Experimente wurden am Schwerionenspeicherring ESR der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt durchgeführt. Die lithiumähnlichen Ionen wurden bei einer Energie von 97,3 MeV/u ( $\text{Au}^{76+}$ ), 97,5 MeV/u ( $\text{Pb}^{79+}$ ) sowie 92,3 MeV/u und 107,1 MeV/u ( $\text{U}^{89+}$ ) gespeichert und durch den kollinear überlagerten Elektronenstrahl des Elektronenkühlers gekühlt. Der Elektronenstrahl dient dabei, neben seiner eigentlichen Funktion zur Verbesserung der Qualität des Ionenstrahl, als Target energiescharfer, freier Elektronen. Die Messung der Photorekombination erfolgt über den Einzelteilchennachweis der umgeladenen Rekombinationsprodukte in Abhängigkeit von der Relativenergie zwischen Elektronen und Ionen. Diese kann mit Hilfe eines präzisen, schnellen Netzteils geändert werden, durch das man einen Bereich von 0-400 eV im Schwerpunktssystem überdecken kann. Durch Normierung auf die im Experiment bestimmten Teilchendichten erhält man einen absoluten Ratenkoeffizienten  $\alpha_{\text{PR}}$  für die Photorekombination.

Ein Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der präzisen Bestimmung der  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung (Lamb-Verschiebung) in lithiumähnlichen Ionen. Dazu wurde ein Verfahren entwickelt, das es erlaubt, aus den Positionen der  $1s^2 2p_{1/2} n\ell_j$ -Rydberg-Resonanzen des doppelt angeregten Zwischenzustands durch Extrapolation  $n \rightarrow \infty$  die Seriengrenze, und damit auch die Anregungsenergie  $E(2s_{1/2} - 2p_{1/2})$  zu ermitteln. Diese Methode unterscheidet sich somit prinzipiell von klassischen spektroskopischen Methoden, die die bei einem Übergang emittierten Photonen nachweisen.

Für die Lamb-Verschiebung wurde für  $\text{Au}^{76+}$  ein Wert von  $E(2s_{1/2} - 2p_{1/2}) = 216,11(20)$  eV, für  $\text{Pb}^{79+}$  ein Wert von  $E(2s_{1/2} - 2p_{1/2}) = 230,62(20)$  eV und für  $\text{U}^{89+}$  ein Wert von  $E(2s_{1/2} - 2p_{1/2}) = 280,56(20)$  eV bestimmt. Die Ergebnisse sind durch ihre Genauigkeit sensitiv auf quantenelektrodynamische (QED-) Beiträge der Ordnung  $\alpha^2$  zur Lamb-Verschiebung. Ein Vergleich mit dem bisher einzigen präzisen Experiment für die Lamb-Verschiebung sehr schwerer lithiumartiger Ionen ( $Z > 54$ ), der Messung für  $\text{U}^{89+}$  von Schweppe et al., zeigt eine sehr

---

gute Übereinstimmung. Ebenso wurde eine sehr gute Übereinstimmung mit neuesten QED-Rechnungen für lithiumähnliche Ionen gefunden, bei denen Beiträge der Ordnung  $\alpha^2$  exakt berechnet werden.

Im weiteren konnte durch die gegenüber früheren PR-Messungen am ESR deutlich gesteigerte experimentelle Auflösung die Feinstruktur hoher Rydberg-Zustände der  $1s^2 2p_{1/2} n\ell_j$ -Resonanzserie teilweise aufgelöst werden. Dadurch ist man in der Lage, eine genaue Aussage darüber zu machen, welche Feinstrukturzustände signifikant zum DR-Ratenkoeffizienten beitragen. Dabei hat sich im Vergleich mit der Theorie herausgestellt, daß für Hauptquantenzahlen von  $n = 20$  das Maximum der Resonanzstärke bei  $j = 15/2 - 17/2$  liegt und selbst hohe Drehimpulse bis  $j = 29/2$  noch einen deutlichen Beitrag zur Resonanzstärke leisten.

Darüber hinaus wurden hochaufgelöste DR-Spektren für die  $1s^2 2p_{3/2} n\ell_j$ -Resonanzen aufgenommen. Durch die 10-15 mal höhere Anregungsenergie, verglichen mit der Energiedifferenz zwischen dem  $2s_{1/2}$ - und dem  $2p_{1/2}$ -Niveau, erfolgt im gemessenen Energiebereich der Einfang des freien Elektrons in Zustände mit  $n = 5$  ( $U^{89+}$ ) oder  $n = 6$  ( $Au^{76+}$ ,  $Pb^{79+}$ ). Die Feinstrukturaufspaltung dieser Zustände beträgt nahezu 200 eV. Zusammen mit der hohen experimentellen Auflösung erhält man einen tiefen Einblick in die Dynamik der DR und eine detaillierte Überprüfung der theoretischen Verfahren zur Beschreibung der DR ist somit möglich. Es stellt sich heraus, daß die gemessenen Strukturen nur im Rahmen einer vollrelativistischen Behandlung der DR erklärt werden können. Die Berechnung der genauen Energielagen erfordert darüber hinaus, ebenso wie bei den  $2p_{1/2}$ -Resonanzen, die Berücksichtigung der wesentlichen QED-Beiträge, die sich für die Energieaufspaltung  $E(2s_{1/2} - 2p_{1/2})$  von  $U^{89+}$  auf insgesamt ca. 40 eV belaufen. Eine weitere Konsequenz des Einfangs in  $n = 5$  bzw.  $n = 6$  ist die kurze Lebensdauer des doppelt angeregten Zwischenzustands und damit eine erhöhte natürliche Linienbreite. Für die  $1s^2 2p_{3/2} 5\ell_{3/2}$ -Resonanzen in berylliumartigem  $U^{89+}$  konnten im Rahmen dieser Arbeit die natürliche Linienbreiten gemessen werden.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Photorekombination (PR) . . . . .	5
2.1.1	Der relativistische Hamilton-Operator für Elektron-Photon Prozesse . . . . .	9
2.1.2	Wirkungsquerschnitt für die Photorekombination (PR) . .	10
2.1.3	Radiative Rekombination (RR) . . . . .	12
2.1.4	Dielektronische Rekombination (DR) . . . . .	21
2.1.5	Rydberg-Zustände in der DR . . . . .	26
2.1.6	Interferenzeffekte in der PR . . . . .	30
2.2	Atomare Struktur schwerer Ionen mit wenigen Elektronen . . . . .	35
2.2.1	Struktur von Einelektronensystemen . . . . .	36
2.2.2	Wechselwirkung mit dem Atomkern . . . . .	39
2.2.3	Struktur von Mehrelektronensystemen . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau und Durchführung</b>	<b>49</b>
3.1	Der Beschleunigerkomplex der GSI . . . . .	49
3.2	Meßprinzip . . . . .	51
3.3	Der Experimentierspeicherring ESR . . . . .	53
3.3.1	Strahldiagnose . . . . .	56
3.4	Der Elektronenkühler . . . . .	59
3.4.1	Eigenschaften des Elektronenstrahls . . . . .	62
3.4.2	Das Prinzip der Elektronenkühlung . . . . .	65
3.5	Bestimmung der experimentellen Größen . . . . .	68
3.5.1	Variation der Relativenergie . . . . .	68
3.5.2	Bestimmung von Elektronen- und Ionenstrom . . . . .	72
3.5.3	Nachweis der umgeladenen Teilchen . . . . .	75
3.5.4	Meßelektronik und Datenaufnahme . . . . .	76

---

<b>4</b>	<b>Datenauswertung und Ergebnisse</b>	<b>81</b>
4.1	Linienform der DR Resonanzen . . . . .	83
4.1.1	Einfluß der Temperaturen des Elektronenstrahls . . . . .	84
4.1.2	Einfluß von Driftröhre und Magnetfeld . . . . .	86
4.1.3	Effektive Wechselwirkungslänge . . . . .	92
4.2	Fehler des absoluten Ratenkoeffizienten . . . . .	96
4.3	Übersicht über PR-Messungen mit lithiumähnlichen Ionen . . . . .	100
4.3.1	Merkmale der PR-Spektren: Leichte lithiumähnliche Ionen	101
4.3.2	Messungen mit schweren lithiumähnlichen Ionen: Übersicht über die Messungen dieser Arbeit . . . . .	105
4.3.3	Vergleich mit älteren Messungen . . . . .	108
4.4	Rydberg-Zustände der $2p_{1/2}$ -Serie . . . . .	111
4.4.1	Feinstruktur der $1s^2 2p_{1/2} n l_j$ -Resonanzen . . . . .	112
4.4.2	Skalierung der Rydberg-Zustände . . . . .	117
4.5	Bestimmung der Lamb-Verschiebung . . . . .	120
4.5.1	Idee des Meßverfahrens . . . . .	120
4.5.2	Ergebnisse und Fehlerdiskussion . . . . .	125
4.6	Resonanzen der $2p_{3/2}$ -Serie . . . . .	131
4.6.1	Die $(1s^2 2p_{3/2} 6 l_j)$ -Resonanzen von $\text{Au}^{76+}$ und $\text{Pb}^{79+}$ . . .	132
4.6.2	Die $(1s^2 2p_{3/2} 5 l_j)$ -Resonanzen von $\text{U}^{89+}$ . . . . .	136
<b>5</b>	<b>Ausblick</b>	<b>141</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Stöße zwischen Elektronen und Ionen gehören zu den ganz elementaren atomphysikalischen Prozessen. Im Universum befindet sich der weitaus größte Teil der sichtbaren Materie im ionisierten Aggregatzustand, dem Plasma, einem Zustand in dem Elektronen und ionisierte Atome ein zweikomponentiges Gas bilden, in dem permanent u.a. Stoßprozesse stattfinden. Auch in unserer unmittelbaren Umgebung finden sich zahlreiche Beispiele für Plasmen, wie alle Arten von Flammen oder der helle Plasmaschlauch als sichtbares Zeichen für einen Blitz. Technische Anwendungen sind z.B. der Laser, Plasmaätz- und reinigungsanlagen oder die Energieerzeugung durch Kernfusion in einem magnetisch eingeschlossenen Plasma.

Für das Verständnis dieser Plasmen ist die detaillierte Kenntnis der in ihnen ablaufenden Stoßprozesse von großer Wichtigkeit. Neben Ionisation und Anregung ist die Rekombination der dritte wichtige Stoßprozeß zwischen Elektronen und Ionen. Man unterscheidet bei den Rekombinationsprozessen zwischen der Photorekombination (PR), bei der die durch den Einfang des Elektrons frei werdende Energie in Form von Licht emittiert wird und der Drei-Körper-Rekombination (TBR), bei der ein weiteres Elektron als dritter Stoßpartner Energie und Impuls aufnimmt. Die Photorekombination kann direkt ablaufen, indem das Elektron unter spontaner Aussendung eines Photons durch das Ion gebunden wird. Dieser Teilprozeß der Photorekombination wird als radiative Rekombination (RR) bezeichnet und ist zeitinvers zum Photoeffekt. Alternativ kann das Elektron aber auch zunächst unter Anregung eines bereits gebundenen Elektrons in einen doppelt angeregten Zustand des Ions eingefangen werden. Dieser kann entweder autoionisieren oder radiativ zerfallen. Der vollständige zweistufige Vorgang wird im letzteren Fall als dielektronische Rekombination (DR) bezeichnet. Die Prozesse DR und RR sind in vielen Fällen ununterscheidbar, ihre Berechnung erfordert daher die vereinheitlichte Theorie der PR.

Nach dem oben Gesagten erscheint es kaum verwunderlich, daß die ersten Un-

tersuchungen zur Photorekombination von der Astrophysik motiviert waren (siehe Abschnitt 2.1). Auch heute noch, nach beinahe 80 Jahren Forschung auf diesem Gebiet, besteht von Seiten der Astrophysik reges Interesse an den atomphysikalischen Details [BKP99]. Daher widmet sich ein Teil der durchgeführten PR-Experimente explizit astrophysikalischen Fragestellungen, wie z.B. eine Serie von Messungen für die Photorekombination von Eisenionen verschiedener Ladungszustände am Speicherring TSR [SKL<sup>+</sup>99, SBB<sup>+</sup>99a].

Die detaillierte Untersuchung der PR ist eng verbunden mit dem Aufbau und der Inbetriebnahme von Speicherringen, im besonderen der Speicherringe ASTRID in Aarhus, CRYRING in Stockholm, ESR in Darmstadt und TSR in Heidelberg. In den Speicherringen wird üblicherweise die Technik der Elektronenkühlung eingesetzt, um einen energiescharfen Ionenstrahl zu erzeugen. Dazu wird dem Ionenstrahl ein Elektronenstrahl gleicher Geschwindigkeit überlagert. Durch Coulomb-Stöße übertragen die Ionen einen Teil ihrer Energie auf die Elektronen. Da diese immer wieder aus einer Kathode nachgeliefert werden, findet eine Verkleinerung des Phasenraumvolumens des Ionenstrahls statt. Damit stehen in einem Speicherring sowohl ein energiescharfer Strahl freier Elektronen als auch ein brillanter Ionenstrahl für Stoßexperimente zur Verfügung. Durch das parallele Führen der beiden Strahlen erreicht man die Relativenergie 0 zwischen den beiden Spezies und, als Folge der Stoßkinematik, eine sehr hohe Energieauflösung für kleine Relativenergien. Dieser Vorteil der hohen Energieauflösung kann insbesondere auch zur Präzisionsspektroskopie der doppelt angeregten Zwischenzustände der DR eingesetzt werden. Den größten Nutzen aus der hohen Sensitivität kann man ziehen, wenn man Ionen untersucht, deren Resonanzzustände bei kleinen Relativenergien liegen. Im Laufe der letzten 10 Jahre wurde eine Reihe von DR-Experimenten mit lithiumähnlichen Ionen durchgeführt (vgl. auch Abschnitt 4.3.1). Dies sind die einfachsten Ionen, bei denen eine Anregung aus dem Grundzustand innerhalb einer Hauptschale durchgeführt werden kann. Als Folge der niedrigen Anregungsenergien findet der Einfang des freien Elektrons in Rydberg-Zustände statt. Die zugehörigen Resonanzenergien befinden sich somit oft im gewünschten Energiebereich nahe der Relativenergie 0 (siehe z.B. [MdE<sup>+</sup>98, KBM<sup>+</sup>00, TEP<sup>+</sup>00]). Zur Erklärung der Struktur gemessener PR-Spektren muß man selbst bei leichten Ionen wie  $C^{3+}$  schon relativistische Effekte berücksichtigen und QED-Korrekturen zu den Resonanzenergien vornehmen [MdE<sup>+</sup>98]. Bei schweren Ionen sind die Einflüsse von QED und Relativistik deutlich ausgeprägter und dominieren das physikalische Erscheinungsbild. Die führenden QED-Korrekturen zur Bindungsenergie, Vakuumpolarisation und Selbstenergie, aber auch beispielsweise die Feinstrukturaufspaltung nehmen mit  $Z^4$  zu, der nichtrelativistische Anteil der Bindungsenergie nur mit  $Z^2$ . Für sehr schwere Ionen ( $Z > 75$ ) ist eine relativistische Behandlung im Rahmen der Dirac-Theorie essentiell. Weiterhin muß man relativistische Kor-



rekturen zur Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Elektronen, die sogenannte Breit-Wechselwirkung berücksichtigen. Die QED-Beiträge sind nun keine kleinen Korrekturen mehr, sondern tragen z.B. zur  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung im lithiumähnlichen Uran ca. 15% bei. Die QED gilt heute als die genaueste aller physikalischen Theorien. Dieser Ruf beruht jedoch im wesentlichen auf experimentellen Verifikationen ihrer Gültigkeit bei kleinen Kernladungszahlen  $Z$ , denn bisher ist die Genauigkeit der Experimente für hohe Kernladungszahlen  $Z$  um mehrere Größenordnungen geringer. Eine Überprüfung bei hohen  $Z$  ist wünschenswert, da hier das elektrische Feld des Atomkerns, das insbesondere die am stärksten gebundenen  $1s$ -Elektronen spüren, z.B. im Uran mit  $\sim 2 \cdot 10^{16}$  V/cm um mehr als 6 Größenordnungen stärker ist als im Wasserstoff. Dieser Wert ist beinahe so groß wie die kritische Feldstärke  $F_{kr} = 2,6 \cdot 10^{16}$  V/cm, bei der spontane Paarerzeugung beginnt (vgl. mit Abschnitt 2.2). Daher spricht man bei schweren Ionen auch von der *QED starker Felder*. Wegen der hohen Kernladungszahl  $Z$  muß in den QED-Rechnungen auch die Vorgehensweise gegenüber leichten Ionen geändert werden. Typischerweise dient für kleines  $Z$  die Größe  $\alpha Z$  mit  $\alpha \approx 1/137$  als Entwicklungsparameter, bei großem  $Z$  geht  $\alpha Z \rightarrow 1$ , so daß eine solche Entwicklung nur noch schlecht konvergiert.

Für wachsende Kernladung  $Z$  beginnt durch das relativistische Zusammenschrumpfen der elektronischen Wellenfunktionen in Kernnähe auch die endliche Ausdehnung des Atomkerns eine zunehmend bedeutendere Rolle zu spielen. So ändert sich die Bindungsenergie eines  $1s$ -Elektrons im Uran durch den Unterschied zwischen einem punktförmig angenommenen Kern und einem ausgedehnten Kern um beinahe 200 eV und ist damit in schweren Ionen ebenso groß, wie die radiativen Korrekturen.

Gerade aber für sehr schwere Ionen gibt es bisher nur wenige Messungen, die dazu geeignet sind, QED-Rechnungen über die erste Ordnung in  $\alpha$  hinaus zu überprüfen. Die besten Ergebnisse [SBB<sup>+</sup>91, BOS<sup>+</sup>98, BSH<sup>+</sup>99] werden dabei durch optische Spektroskopie der  $2s_{1/2} - 2p_{1/2,3/2}$ -Übergänge in lithiumähnlichen Ionen gewonnen. Speziell für die besonders sensitive  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Anregung, der QED-Anteil beträgt hier bei  $U^{89+}$  ca. 15%, gibt es für  $Z > 54$  (Xenon) lediglich die Messung von Schweppe et al. [SBB<sup>+</sup>91]. Diese stellt mit ihrem Wert von  $E(2s_{1/2} - 2p_{1/2}) = 280,59(9)$  eV bisher die einzige Vergleichsmöglichkeit theoretischer Berechnungen für sehr hohe  $Z$  mit dem Experiment dar. Bereits 1995 haben Spies et al. [Spi95, SUM<sup>+</sup>95] darauf hingewiesen, daß es mit Hilfe der DR möglich sein sollte, die  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Anregung mit einer Genauigkeit zu bestimmen, die einen Test der QED-Rechnungen auf dem Niveau der Ordnung  $\alpha^2$  ermöglicht. Dazu werden die Positionen der autoionisierenden Rydberg-Resonanzen, die durch den Einfang des freien Elektrons bei gleichzeitiger  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Anregung entstehen, zur Seriengrenze extrapoliert. Zum damaligen Zeitpunkt wurde aber wegen

experimenteller Probleme und ungenügender Meßstatistik in einer Messung mit  $\text{Au}^{76+}$  lediglich eine Genauigkeit von ca. 1 eV erreicht. Es sollte an dieser Stelle herausgehoben werden, daß diese Methode gegenüber der zumeist verwendeten optischen Spektroskopie einen neuartigen Zugang zur Bestimmung einer Übergangsenergie darstellt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Messungen zur PR der lithiumähnlichen Ionen  $^{197}\text{Au}^{76+}$ ,  $^{208}\text{Pb}^{79+}$  und  $^{238}\text{U}^{89+}$  am Speicherring ESR in Darmstadt durchgeführt. Mit Hilfe der dabei gewonnenen Daten wurde für jedes dieser Ionen die  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung (Lamb-Verschiebung) ermittelt. Dabei wurde die von Spies et al. beschriebene Methode signifikant erweitert. Darüberhinaus wurden hochaufgelöste Spektren für die  $n=5$ -Resonanzen der  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$ -Anregung in lithiumähnlichem Uran und der  $n=6$ -Resonanzen derselben Anregung in lithiumähnlichem Blei und Gold gewonnen.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut: In Kapitel 2 wird ein Überblick über die physikalischen Grundlagen dieser Arbeit gegeben. Dazu werden zunächst die PR und ihre Elementarprozesse, die RR und die DR nochmals im Detail vorgestellt. Die Grundzüge ihrer theoretischen Beschreibung werden erläutert. Kapitel 3 beschreibt das experimentelle Umfeld und die angewandte Meßmethodik. In Kapitel 4 wird die Auswertung der experimentellen Daten beschrieben, und die Ergebnisse der Messungen werden präsentiert. Die Arbeit schließt mit einem Ausblick auf mögliche Verbesserungen und zukünftige Experimente.

# Kapitel 2

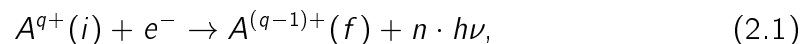
## Physikalische Grundlagen

In den folgenden Abschnitten werden die physikalischen Grundlagen ausgeführt, die für das Verständnis von Rekombinationsprozessen hochgeladener Ionen benötigt werden. Das Kapitel ist in zwei große Abschnitte gegliedert. Im ersten Abschnitt wird der Stoßprozeß der Photorekombination behandelt. Die Photorekombination ist ein sehr elementarer atomphysikalischer Vorgang, der u.a. in der Astrophysik und allen Bereichen der Plasmaphysik, aber auch in der Beschleunigertechnik von großer Bedeutung ist. Aus der Untersuchung der Photorekombination lassen sich überdies detaillierte Informationen über den atomaren Aufbau gewinnen.

Der Schwerpunkt des zweiten Teils widmet sich daher der atomaren Struktur hochgeladener, schwerer Ionen. Diese sind von besonderem Interesse, da durch das starke elektrische Feld des Atomkerns, das im Vergleich mit Wasserstoff bis zu 7 Größenordnungen höher ist, relativistische Effekte und radiative Korrekturen besonders ausgeprägt sind. Zudem wird für Ionen mit hoher Kernladungszahl der Einfluß der endlichen Ausdehnung und der inneren Struktur des Atomkerns immer bedeutender.

### 2.1 Photorekombination (PR)

Bei Elektronendichten, wie sie im Elektronenkühler des Speicherrings ESR vorherrschen, findet die Rekombination eines freien Elektrons mit einem gespeicherten Ion im wesentlichen unter Emission von einem oder mehreren Photonen statt:



wobei  $|f\rangle$  ein angeregter Zustand unterhalb der Autoionisationsschwelle ist. Läuft dieser *Photorekombination* (PR) genannte Einfang direkt in einem nicht resonanten Prozeß ab, so spricht man von *radiativer Rekombination* (RR).

Wenn im Ion bereits mindestens ein gebundenes Elektron vorhanden ist, kann das Kontinuumselektron mit diesem in Wechselwirkung treten, und unter gleichzeitiger

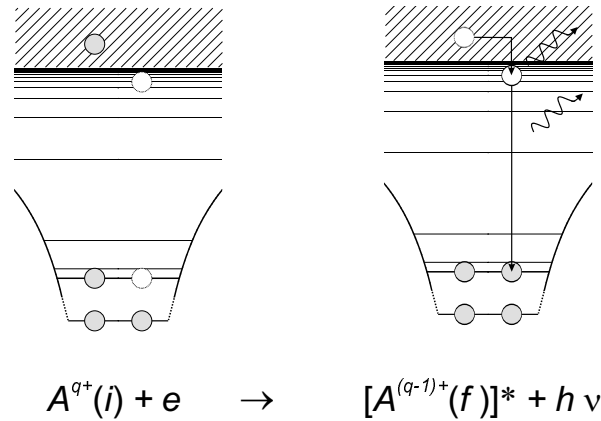
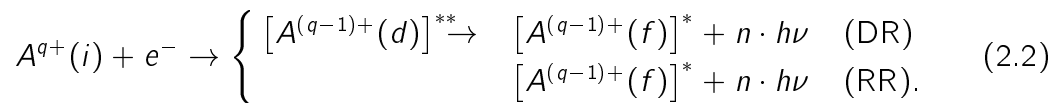


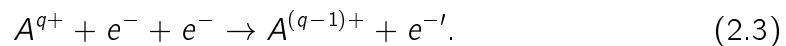
Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der radiativen Rekombination (RR). Die ausgefüllten Kreise entsprechen einem Elektron, die offenen Kreise einer (unbesetzten) Position eines Elektrons.

Anregung des Targets resonant eingefangen werden. Stabilisiert sich im folgenden der doppelt angeregte Zwischenzustand radiativ bis unter die Ionisationsschwelle, spricht man von *dielektronischer Rekombination* (DR). Zusammengefaßt ergibt sich:



Diese Art der Beschreibung, nämlich die Unterscheidung von DR und RR als zwei unterscheidbare Prozesse, entspricht dabei dem hergebrachten Bild der PR, ist aber zu einem gewissen Grad künstlich. Da sich RR und DR in Anfangs- und Endzustand nicht unterscheiden, ist quantenmechanische Interferenz zwischen den beiden Rekombinationspfaden möglich.

Alternativ zur Photorekombination kann der Einfang eines freien Elektrons in einen gebundenen Zustand auch über den Mechanismus der sog. *Drei-Körper-Rekombination* (engl. *three body recombination* (TBR)) erfolgen. Energie- und Impulserhaltung werden durch Wechselwirkung mit einem zweiten freien Elektron als zusätzlichem Stoßpartner erfüllt:



Drei-Körper-Rekombination findet bevorzugt bei geringen Stoßgeschwindigkeiten sowie hohen Elektronendichten statt. Bei den deutlich von 0 verschiedenen Relativenergien der in dieser Arbeit untersuchten DR-Prozesse und den geringen Elektronendichten im Kühler kann sie vernachlässigt werden [Hof99, Mül99a, PR97].

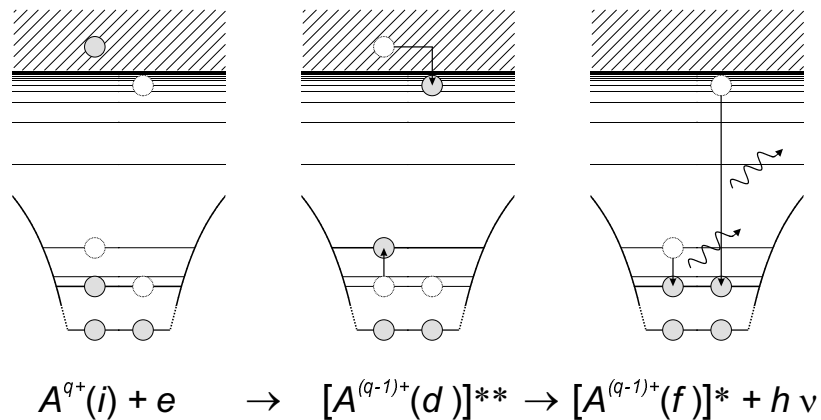


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der dielektronischen Rekombination (DR).

Die getrennte Beschreibung der an der PR beteiligten Elementarprozesse RR und DR hat ihren Ursprung in der historischen Entwicklung: Bereits 1923/24 wurde in Untersuchungen zur Absorption von Röntgenstrahlung in Materie der Mechanismus der radiativen Rekombination zwischen *freien Elektronen* und positiven Ionen von Kramers [Kra23] und Milne [Mil24] als Zeitumkehr des Photoeffekts eingeführt und in semiklassischer Näherung theoretisch behandelt. Eine quantenmechanische Beschreibung dieses elementaren Stoßprozesses für nackte Ionen folgte von Stobbe [Sto30] und Gaunt [Gau30] (siehe auch [BS57]). 1937 wurde von Appleton [App37] eine unerwartet hohe Rekombinationsrate für  $O^+$ -Ionen in der Ionosphäre gefunden, die nicht allein durch RR erklärt werden konnte. Zur Lösung dieses Problems schlug Sayers, in einer privaten Mitteilung an Massey, vor, daß Elektronen auch strahlungslos über eine inverse Autoionisation in einen doppelt angeregten Zwischenzustand eingefangen werden könnten, der sich anschließend radiativ stabilisiert. Eine theoretische Behandlung dieses Prozesses durch Massey und Bates [MB43], die für den zweistufigen Vorgang den Begriff *dielelectronic recombination* prägten, zeigte, daß auch der DR-Ratenkoeffizient zu klein ist, um die Diskrepanzen aufzulösen.<sup>1</sup> Das wissenschaftliche Interesse an der DR erwachte 20 Jahre später erneut, als sich ihre große Bedeutung für die Beschreibung von Plasmen geringer Dichte und hoher Temperatur, also Bedingungen, wie sie z.B. in der Sonnenkorona herrschen, herauskristallisierte [Bur64a].

Stimuliert durch den Bedarf an akuraten Zahlen für nahezu alle plasmaphysika-

<sup>1</sup>Die Lösung des Rätsels, nämlich die Rekombination durch gegenseitige Neutralisierung von  $O^+ + O^- \rightarrow O' + O''$ , wurde ebenfalls von Massey und Bates [BM43] gegeben.

lischen Fragestellungen, aber auch durch erste experimentelle Erfolge in den 80er Jahren, wurden seit dieser Zeit eine Reihe von theoretischen Methoden entwickelt. Dazu zählt z.B. die *multi channel quantum defect theory* (MQDT) [SS76], die besonders geeignet für die Beschreibung von Rydberg-Zuständen ist.

In jüngerer Zeit, nicht zuletzt unterstützt durch die steigende Leistungsfähigkeit von Computern, gewinnen die numerisch sehr aufwendigen **R**-Matrix-Verfahren auch für die Berechnung von PR-Prozessen immer stärker an Bedeutung. Da hier gekoppelte Kanalgleichungen gelöst werden, werden Interferenzeffekte vollständig und nicht perturbativ berücksichtigt, so daß sich **R**-Matrix-Rechnungen besonders gut für eine vereinheitlichte Betrachtungsweise von DR und RR eignen [GPRB97]. Allerdings bereitet das Einbinden des Strahlungsfeldes, insbesondere die verschiedenen radiativen Zerfallskanäle des doppelt angeregten Zwischenzustands, in den **R**-Matrix-Formalismus Probleme und ist zur Zeit Gegenstand heftiger wissenschaftlicher Diskussion (siehe z.B. [RGPB95, PZ97, BGP98] sowie den darin zitierten Referenzen). **R**-Matrix-Rechnungen für die PR sind zudem bisher nur in semirelativistischer Breit-Pauli-Näherung durchgeführt worden [RGPB95, ZNP99] und berücksichtigen das Strahlungsfeld nur in Dipol-Näherung. Bisher wurden für die hier untersuchten, sehr schweren, hochgeladenen Ionen noch keine **R**-Matrix Rechnungen veröffentlicht, da diese Näherungen hier nicht geeignet sind und i.A. zu falschen Ergebnissen [Zim96] führen. Ein Vergleich zwischen semirelativistischen **R**-Matrix-Rechnungen, semirelativistischen und vollrelativistischen Distorted-Wave Rechnungen wird von Zimmermann [Zim96] und von Badnell et al. [BGP98] diskutiert.

Ein Großteil der theoretischen Ergebnisse zur PR baut jedoch auf störungstheoretischen Methoden auf. Aufgrund der großen Bedeutung dieser Verfahren wird im folgenden ein kurzer Abriß der theoretischen Behandlung der PR im Rahmen der zeitunabhängigen Störungstheorie gegeben. Die Herleitung des Übergangsooperators für die PR folgt dabei der vollrelativistischen Beschreibung der PR, wie sie z.B. in [ZGS91, Zim96, ZGS97] durchgeführt wurde.

Eine Zusammenfassung theoretischer Ansätze zur nichtrelativistischen Beschreibung der PR (DR) kann z.B. in den Übersichtsartikeln von Hahn [Hah85, HL88, Hah97] sowie Seaton und Storey [SS76] nachgelesen werden. Die relativistische Erweiterung, wie sie für die Beschreibung der in dieser Arbeit untersuchten sehr schweren Systeme wichtig sind, sowie ausführliche Diskussion der dabei auftretenden Probleme findet man auch in [BP92, PRB<sup>+</sup>95].

### 2.1.1 Der relativistische Hamilton-Operator für Elektron-Photon Prozesse

In den folgenden Theorie-Kapiteln werden, soweit nicht anders vermerkt, atomare Einheiten<sup>2</sup> verwendet.

Den Hamilton-Operator für ein schweres, hochgeladenes System aus einem Atomkern und  $N_e$  Elektronen

$$\hat{H} = \hat{H}_e + \hat{H}_{er} + \hat{H}_r \quad (2.4)$$

kann man schreiben als eine Summe aus einem rein elektronischen Anteil  $\hat{H}_e$ , einem Anteil  $\hat{H}_{er}$  für die Ankopplung der Elektronen an das Strahlungsfeld und einem Term  $\hat{H}_r$  für das freie Strahlungsfeld.

Für den elektronischen Teil  $\hat{H}_e$  berücksichtigt man zunächst die Einteilchenbewegungen der Elektronen im Kernpotential<sup>3</sup>  $V_{Kern}(r_i)$  in Form einer Summe über relativistische Dirac-Hamilton-Operatoren. Die paarweise Wechselwirkung der Elektronen untereinander wird durch ein Coulomb-Potential  $V_{Coul}$  beschrieben:

$$\hat{H}_e = \sum_{i=1}^{N_e} c \vec{\alpha}_i \cdot \vec{p}_i + (\beta_i - 1)c^2 + V_{Kern}(r_i) + \sum_{i < j}^{N_e} \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}, \quad (2.5)$$

wobei  $\vec{\alpha}_i, \beta_i$  die Dirac-Matrizen sind.

In der klassischen Quantenmechanik erfolgt die Ankopplung an das elektromagnetische Feld, indem man den Impulsoperator  $\vec{p}_i$  durch ein Vektorpotential  $\vec{A}(\vec{r}_i, t)$  ergänzt, d.h.  $\vec{p}_i \rightarrow \vec{p}_i + e/c \vec{A}(\vec{r}_i, t)$ . Im Rahmen der zweiten Quantisierung werden die Feldfunktionen, die die *Welleneigenschaften* des Feldes repräsentieren, durch Feldoperatoren ersetzt, welche die Erzeugung und Vernichtung entsprechender *Feldteilchen* beschreiben. Im Fall des elektromagnetischen Feldes ist dies die Erzeugung und Vernichtung von Photonen. Im Formalismus der zweiten Quantisierung können für sehr kurze Zeit, d.h., ohne daß das Heisenbergsche Unschärfeprinzip verletzt wird, Photonen bzw. Elektron-Positron-Paare erzeugt und wieder vernichtet werden. Die dadurch entstehenden Korrekturen z.B. der atomaren Bindungsenergien nennt man radiative bzw. quantenelektrodynamische (QED) Korrekturen (siehe auch Kapitel 2.2).

In zweiter Quantisierung und transversaler Eichung ist der Hamilton-Operator für das freie Strahlungsfeld:

$$\hat{H}_r = \sum_{\vec{k}\lambda} \omega_{\vec{k}} a_{\vec{k}\lambda}^+ a_{\vec{k}\lambda}. \quad (2.6)$$

<sup>2</sup> $e = m_e = \hbar = 1$

<sup>3</sup>Der Einfluß des Kerns wird in Kapitel 2.2.2 diskutiert.

Die Wechselwirkung zwischen Strahlungsfeld und Elektronen in einem Quantisierungsvolumen  $L^3$  für die Photonenzustände ist dann gegeben durch:

$$\hat{H}_{er} = - \sum_{i=1}^{N_e} \sum_{\vec{k}\lambda} \sqrt{\frac{2\pi c^2}{L^3 \omega_k}} \left( \vec{\alpha}_i \vec{\epsilon}_{\vec{k}\lambda} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}_i} a_{\vec{k}\lambda} + c.c. \right). \quad (2.7)$$

Die Operatoren  $a_{\vec{k}\lambda}^+$  und  $a_{\vec{k}\lambda}$  beschreiben die Erzeugung bzw. Vernichtung eines Photons, das den Impuls  $\vec{k}$  und die Polarisation  $\lambda$  besitzt, und  $\vec{\epsilon}_{\vec{k}\lambda}$  ist der Polarisationsvektor des Photons.

### 2.1.2 Wirkungsquerschnitt für die Photorekombination (PR)

Im Rahmen der zeitunabhängigen Streutheorie ist der differentielle Wirkungsquerschnitt für die PR gegeben durch [GW64]:

$$d\sigma_{if} = \frac{2\pi}{F_i} |M_{if}^{\text{PR}}|^2 \rho_f d\Omega_k. \quad (2.8)$$

Hierbei ist  $M_{if}^{\text{PR}}$  das Übergangsmatrixelement für den Einfang eines Elektrons aus dem Kontinuum und die Emission eines Photons in den Raumwinkel  $d\Omega_k$ .  $F_i$  ist die Stromdichte der einfallenden Elektronen,  $\rho_f$  die Zustandsdichte der Photonenzustände. Mit Hilfe des Übergangsoperator  $\hat{T}_{if}^{\text{PR}}(E)$  kann der totale Wirkungsquerschnitt für die PR wie folgt geschrieben werden [ZGS97]:

$$\begin{aligned} \sigma_{if}^{\text{PR}} &= \frac{2\pi (2\pi\hbar)^3}{\hbar} \frac{1}{p^2} \frac{1}{2g_i} \sum_{M_i m_s M_f \lambda} \frac{1}{4\pi} \int d\Omega_p \int d\Omega_k \left( \frac{L}{2\pi} \right)^3 \\ &\quad \times \frac{k^2}{\hbar c} \left| \langle \alpha_f J_f M_f, \vec{k}\lambda \mid \hat{T}_{if}^{\text{PR}}(E) \mid \alpha_i J_i M_i \vec{p} m_s, 0 \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Die Integrationen erstrecken sich über den Raumwinkel  $d\Omega_p$  des einfallenden Elektrons, welches Impuls  $\vec{p}$  und Spinprojektion  $m_s$  besitzt sowie über den Raumwinkel  $d\Omega_k$  des emittierten Photons. Für die Wellenfunktionen wurden statt der abstrakten Zustände  $|i\rangle$  und  $|f\rangle$  eine Darstellung gewählt, in der die Drehimpulskomponenten explizit ausgewiesen sind. Dabei sind  $J_{i,f}$  die Gesamtdrehimpulse und  $M_{i,f}$  die magnetische Quantenzahlen von Anfangs( $i$ )- bzw. Endzustand ( $f$ ) sowie  $2g_i = 2(2J_i + 1)$  das statistische Gewicht des Anfangszustands. Die  $\alpha_{i,f}$  stehen stellvertretend für alle übrigen Quantenzahlen.

Für schwere Systeme ist es notwendig, geeignete relativistische Wellenfunktionen zu verwenden. Für ein einzelnes Elektron in einem Zentralpotential erhält man die Dirac-Einteilchenwellenfunktion

$$\psi_{n\kappa m}(r) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} P_{n\kappa}(r) \Omega_{\kappa m} \\ iQ_{n\kappa}(r) \Omega_{\kappa m} \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$



Hierin sind  $P_{n\kappa}(r)$  und  $Q_{n\kappa}(r)$  die große bzw. die kleine Komponente des Radialanteils,  $\Omega_{\kappa m}$  die Spinor-Kugelflächenfunktion und  $\kappa = \pm(j + 1/2)$  ist die relativistische Drehimpulsquantenzahl. Die Wellenfunktion für ein Vielelektronenatom in einem Zustand mit Drehimpuls  $J$  und magnetischer Quantenzahl  $M$  läßt sich mit Hilfe einer vollständig antisymmetrisierten Konfigurationswellenfunktion  $\Phi(\gamma JM)$  (engl. *configuration state function*, CSF) annähern. Man erhält sie als eine Linearkombination von Slater-Determinanten der Einteilchenwellenfunktion  $\psi_{n\kappa m}(r)$ . Um die Effekte der Elektronenkorrelation geeignet zu berücksichtigen, beschränkt man sich für ein Vielelektronenatom nicht auf eine einzelne Konfiguration, sondern erlaubt die Beimischung anderer Orbitale, indem man die vollständigen Wellenfunktion  $\Psi(\alpha JM)$  in Konfigurationswellenfunktionen  $\Phi$  entwickelt.

$$\Psi(\alpha JM) = \sum_r C_r \Phi(\gamma_r JM) \quad (2.11)$$

Um die vollständige Wellenfunktion  $\Psi(\alpha JM)$  zu erhalten, kann man die Radialfunktionen zu festen Konfigurationen berechnen und mittels eines Variationsansatzes die Entwicklungskoeffizienten  $C_r$  bestimmen. Dieses Verfahren bezeichnet man als relativistische Konfigurationswechselwirkung (engl. *relativistic configuration interaction*, RCI). Erlaubt man, daß außer den Entwicklungskoeffizienten auch die Wellenfunktionen  $\Phi(\gamma_r JM)$  optimiert werden, spricht man von der Multikonfigurations Dirac-Fock Methode (*multi configurational Dirac Fock*, MCDF). In [ZGS97] wird beschrieben, wie man die Wellenfunktion so erweitern kann, daß sie zur Beschreibung eines Systems mit einem freien Elektron herangezogen werden kann.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß die Gleichungen 2.8 und 2.9 zwar von der Form her ähnlich wie *Fermi's Golden Rule* sind, jedoch die volle, ungestörte Übergangsmatrix beinhalten. Insbesondere steht in Gleichung 2.9 der volle Übergangoperator  $\hat{T}(E)$ . Eine sehr häufig angewandte Näherung besteht nun darin, den Übergangoperator  $\hat{T}$  in Potenzen einer Störung  $\hat{V}$  zu entwickeln [HJ89, Zim92, ZGS97]. In niedrigster Ordnung erhält man aus dieser Entwicklung die Anteile  $\sigma_{RR}$  und  $\sigma_{DR}$ , wie sie direkt aus der Näherung für unabhängige Prozesse (engl. *independent-processes approximation*, IPA) folgen. Zusätzlich liefert die Entwicklung schon in niedrigster Ordnung einen Interferenzterm  $\sigma_{Int}$ , der bei der IPA vernachlässigt wird. Zur Berechnung der Matrixelemente teilt man  $\hat{T}_{if}^{PR}$  in einen direkten und einen indirekten Kanal, d.h. in die Anteile durch RR und DR, auf.

$$\hat{T}_{if}^{PR} = \hat{T}_{if}^{RR} + \hat{T}_{if}^{DR}. \quad (2.12)$$

Der totale Wirkungsquerschnitt für die PR zerfällt in eine Summe aus den Einzelbeiträgen für RR und DR sowie dem Interferenzterm.

$$\sigma_{if}^{PR} = \sigma_{if}^{RR} + \sigma_{if}^{DR} + \sigma_{if}^{Int} \quad (2.13)$$

Eine Diskussion der einzelnen Beiträge zur Photorekombination im Rahmen dieser Näherung erfolgt in den folgenden Abschnitten.

### 2.1.3 Radiative Rekombination (RR)

Der nichtresonante Einfang eines Elektrons in ein Ion wird durch die Wechselwirkung des Elektrons mit dem Strahlungsfeld  $\hat{H}_{er}$  (siehe Gleichung 2.7) hervorgerufen. Dabei werden Energie- und Impulssatz durch die Emission eines Photons erfüllt. Die RR ist damit der zur Photoionisation (PI) zeitinverse Prozeß, so daß ihre Querschnitte direkt über das Prinzip des detaillierten Gleichgewichts (Milne-Relation [Mil24]) miteinander verbunden sind. Der Wirkungsquerschnitt für die PR läßt sich schreiben als [ZGS97]:

$$\begin{aligned} \sigma_{if}^{RR} &= \hbar\omega_k \frac{\hbar^2 \alpha \pi}{p^2 2g_i} \sum_{M_i m_s M_f \lambda} \int d\Omega_p \int d\Omega_k \\ &\times \left| \langle \alpha_f J_f M_f \mid \sum_{i=1}^{N_e} \vec{\alpha}_i \vec{\epsilon}_{\vec{k}\lambda} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}_i} a_{\vec{k}\lambda} \mid \alpha_i J_i M_i \vec{p} m_s \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Um die Übergangsmatrixelemente berechnen zu können, kann man den Wechselwirkungsoperator  $\hat{H}_{er}$  in seine Multipolanteile entwickeln, d.h.  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \approx 1 + i\vec{k}\cdot\vec{r} + \dots$ . Der Beitrag in niedrigster Ordnung, in der sog. Dipolnäherung für  $\hat{H}_{er}$  lautet:

$$\hat{H}_{er}^{\text{Dipol}} = - \sum_{i=1}^{N_e} \sum_{\vec{k}\lambda} \sqrt{\frac{2\pi c^2}{V\omega_k}} (\vec{\alpha}_i \vec{\epsilon}_{\vec{k}\lambda} a_{\vec{k}\lambda} + c.c.) \quad (2.15)$$

Für die Gültigkeit der Dipolnäherung muß  $\vec{k}\cdot\vec{r} \ll 1$  gelten, was offensichtlich für hohe Elektronenenergien, schwere Ionen und dort insbesondere für den Einfang in die K-Schale nicht mehr erfüllt ist.

Erstaunlicherweise stimmen absolute Wirkungsquerschnitte, berechnet in nichtrelativistischer Dipolnäherung (Gleichung (2.16)) und in exakter vollrelativistischer Behandlung (z.B. [IE00]) selbst für die schwersten Ionen in einem weiten Bereich mit hoher Genauigkeit überein. Korrekturen durch höhere Multipolordnungen und relativistische Korrekturen heben sich gegenseitig zu einem großen Teil auf [KP83, HK94, SKM<sup>+</sup>95]. Summiert man über alle Hauptquantenzahlen und Drehimpulsbeiträge, die zum experimentellen Querschnitt beitragen können, verringern sich die Unterschiede weiter. Dies kann man sehr gut am Beispiel der RR in nacktes Uran beobachten (Abbildung 2.3). Für nicht zu kleine Energien stammen die dominanten Beiträge zur RR vom Einfang des Elektrons in den 1s-Zustand und in den 2p-Zustand. Für den Einfang in die K-Schale ist der Querschnitt der vollrelativistischen Rechnung von Ichihara und Eichler [IE00] Rechnung etwas kleiner als die nichtrelativistische Dipolnäherung. Für den 2p-Anteil kehrt sich das Verhältnis

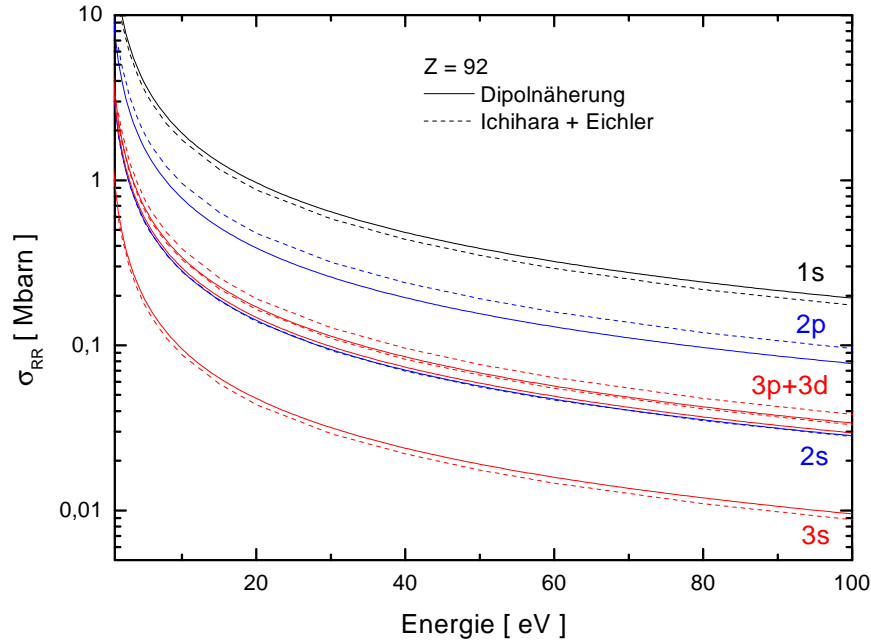


Abbildung 2.3: Vergleich zwischen Dipolnäherung und vollrelativistischer Behandlung für den RR-Wirkungsquerschnitt in die  $K$ -,  $L$ - und  $M$ -Schale von nacktem Uran. Die durchgezogenen Linien sind Rechnungen in Dipolnäherung nach Gleichung 2.16. Die gestrichelten Kurve entspricht der vollrelativistischen Behandlung in [IE00].

genau um, so daß die Unterschiede in der Summe verschwinden. Betrachtet man allerdings die Winkelverteilung der emittierten Photonen oder geht zu sehr hohen Elektronenenergien werden die Abweichungen von der Dipolnäherung deutlich [ISE94, SKM<sup>+</sup>95, Stö98, ES99].

Bei der RR wird, im Gegensatz zur DR, kein Targetelektron als Wechselwirkungspartner benötigt, so daß die Rekombination auch mit einem nackten Ion erfolgen kann. Im nichtrelativistischen Grenzfall können hier die Wellenfunktionen analytisch für jedes  $n, \ell$  berechnet werden. Für dieses elementare Stoßsystem wurden daher schon seit Ende der 20er Jahre quantenmechanische Rechnungen durchgeführt [Opp28, SM30, Sto30], wobei die Arbeit von Stobbe [Sto30] am detailliertesten ausgearbeitet ist. Den quantenmechanischen Wirkungsquerschnitt der RR in nichtrelativistischer Dipolnäherung berechnet man mit [Sto30, BS57, PS92]:

$$\sigma_{n,\ell}^{\text{RR}} = \frac{\pi^2 \alpha^3}{3} a_0^2 \left( \frac{\nu^3}{1 + \nu^2} \right)^2 \left[ (\ell + 1) |C_{n,\ell}^{E,\ell+1}(\nu)|^2 + \ell |C_{n,\ell}^{E,\ell-1}(\nu)|^2 \right]. \quad (2.16)$$

Darin ist  $a_0$  der Radius des 1. Bohrschen Orbits im Wasserstoffatom. Der in

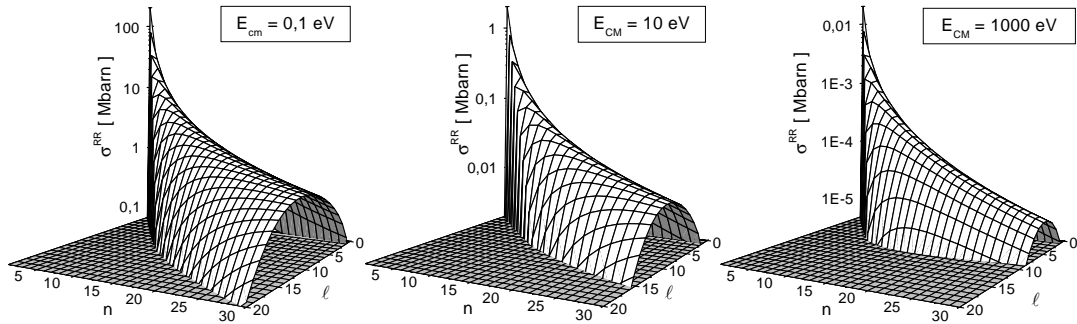


Abbildung 2.4: Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für die RR von  $U^{92+}$  für verschiedene  $n$  und  $\ell$  für drei verschiedene Relativenergien. Die Rechnungen wurden mit dem Programmpaket HYDROCAL durchgeführt [Sch00].

der Gleichung auftretende Skalierungsfaktor  $\nu$  ist der sog. Sommerfeld-Parameter  $\nu = \alpha Z/n\beta$ , wobei  $\beta = v/c$  die Relativgeschwindigkeit in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit und  $\alpha Z/n$  die klassische Orbitalgeschwindigkeit des am Ende gebundenen Elektrons ist. Die Dipolmatrixelemente  $C_{n,\ell}^{E,\ell\pm 1}(\nu)$  beschreiben den Einfang eines Kontinuumselektrons in einen gebundenen Zustand des Ions mit Änderung des Bahndrehimpulses um  $\Delta\ell = \pm 1$ . Für hohe  $n, \ell$  ist die direkte Integration der stark oszillierenden Wellenfunktionen numerisch sehr aufwendig, wenn nicht gar instabil. Dieses Problem bei der Auswertung der Matrixelemente läßt sich jedoch mit Hilfe von Rekursionsformeln, wie in [Bur64b, ZH98, SHM<sup>+</sup>00] geschildert, umgehen. Abbildung 2.4 zeigt den mit Gleichung 2.16 berechneten RR-Wirkungsquerschnitt für den Einfang in nacktes Uran  $U^{92+}$  für drei verschiedene Schwerpunktsenergien  $E_{CM}$  in Abhängigkeit sowohl von  $n$  als auch von  $\ell$ . Für ein festes  $n$  ist die Verteilung der verschiedenen Drehimpulse näherungsweise gaußförmig mit einem Maximum, das sich für höhere Energien zu kleineren Werten für  $\ell$  verschiebt. Andererseits tragen für kleine Energien sehr hohe Drehimpulszustände, die zudem eine sehr lange Lebensdauer besitzen, signifikant zum Wirkungsquerschnitt bei [SHM<sup>+</sup>00].

In vielen Fällen benötigt man die explizite  $\ell$ -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts nicht, und man kann die Beiträge der auftretenden Drehimpulse einer Hauptquantenzahl aufsummieren. Als Folge der oben beschriebenen Energieabhängigkeit der  $\ell$ -Verteilung tragen mit zunehmender Energie hohe Hauptquantenzahlen immer weniger zum totalen Querschnitt bei. Für kleine Energien skaliert der RR-Querschnitt mit  $n^{-1}$ , so daß selbst hohe Rydberg-Zustände bevölkert werden. Deutlich schneller, nämlich mit  $n^{-3}$ , nimmt  $\sigma_n^{RR}$  für  $E_{CM} \gg Z^2 Ry/n^2$  ab, d.h. der Einfang erfolgt bevorzugt in Zustände mit kleiner Hauptquantenzahl (siehe auch

Gleichung 2.18).

Eine besonders einfache und in der Literatur häufig verwendete Form des totalen Wirkungsquerschnitt für die RR läßt sich unter Verwendung des semiklassischen Resultats  $\sigma_n^{\text{RR, Kr}}$  von Kramers [Kra23] angeben.

$$\sigma_{\text{tot}}^{\text{RR}}(E_{\text{CM}}) = \sum_{n=n_{\text{min}}}^{n_{\text{max}}} \sigma_n^{\text{RR, Kr}}(E_{\text{CM}}) \cdot t_n \cdot G_n(E_{\text{CM}} = 0) \quad (2.17)$$

Die Summe läuft von der niedrigsten Hauptschale  $n_{\text{min}}$ , in die ein weiteres Elektron eingebaut werden kann, bis zu einer maximalen Hauptquantenzahl  $n_{\text{max}}$ . Diese ist entweder durch die Feldionisation in den Toroidmagneten des Elektronenkühlers bzw. den Dipolmagneten des Speicherrings bestimmt oder durch das höchste  $n$ , welches noch signifikant zum Gesamtquerschnitt beiträgt.  $\sigma_n^{\text{RR, Kr}}$  ist die semiklassische Näherung für den RR-Wirkungsquerschnitt, die Kramers bereits 1923 unter Verwendung des Korrespondenzprinzips von Bohr hergeleitet hat [Kra23], hier in der Form wie in [BS57] gegeben:

$$\sigma_n^{\text{RR, Kr}}(E_{\text{CM}}) = 2,1 \cdot 10^{-22} \text{cm}^2 \cdot \frac{(Z^2 \text{Ryd})^2}{n E_{\text{CM}} (Z^2 \text{Ryd} + n^2 E_{\text{CM}})}. \quad (2.18)$$

Durch die Gaunt-Faktoren  $G_n(E_{\text{CM}})$ , die unabhängig von  $Z$  und nur schwach abhängig von der Schwerpunktsenergie  $E_{\text{CM}}$  sind, korrigiert man den Unterschied zwischen der semiklassischen Näherung von Kramers und dem quantenmechanischen Ergebnis von Stobbe. Wegen der schwachen Energieabhängigkeit der  $G_n$  vernachlässigt man bei niedrigen Energien oft die Energieabhängigkeit und setzt

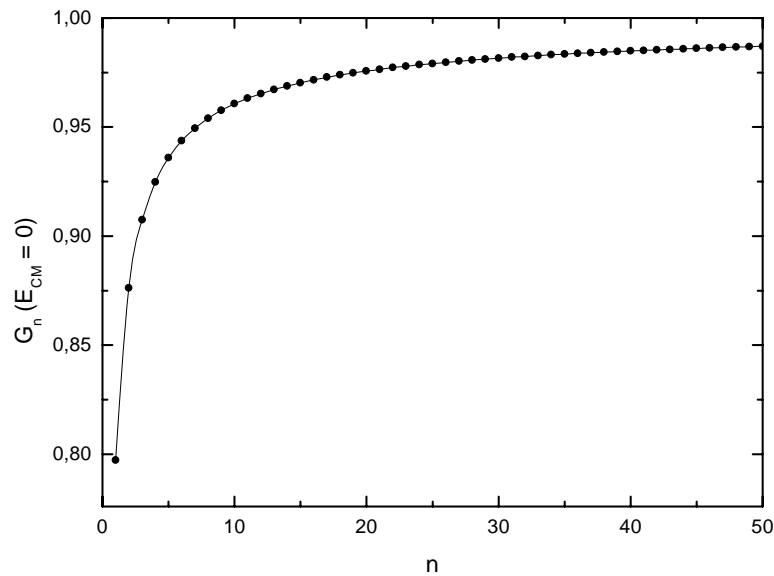


Abbildung 2.5: Gaunt-Faktoren für  $E_{\text{CM}} = 0$  nach [And90].

$G_n(E_{cm} > 0) \equiv G_n(E_{cm} = 0)$ . Abbildung 2.5 zeigt die  $G_n(0)$  bis  $n = 50$ , wie man sie beispielsweise in [And90] findet. Lediglich für die niedrigsten  $n$  unterscheiden sich die  $G_n(0)$  deutlich von 1. Eine einfache parametrisierte Lösung für  $G_n(E_{cm} \gg 0)$  kann man in [Fla96, ZH98] finden. Für eine nicht leere, niedrigste Schale  $n_{min}$ , in die ein Elektron eingefangen werden kann, gibt der Faktor  $t_n \leq 1$  das Verhältnis zwischen der Anzahl der *freien* Plätze zu allen *möglichen* Plätzen von  $n_{min}$  an. Mit dieser einfachen Näherung wird der  $\ell$ -Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte nicht Rechnung getragen.

Besitzt das Projektilion am Anfang ein oder mehrere Elektronen muß man außerdem Abschirmeffekte durch diese Rumpfelektronen berücksichtigen. Da sowohl Energieabhängigkeit als auch die Abhängigkeit von der Kernladung mit dem gemeinsamen Parameter  $\nu$  skalieren, bietet es sich an, die Abschirmung mit Hilfe einer *effektiven* Kernladung  $Z_{eff}$  auszudrücken, die in den Formeln für die wasserstoffähnliche Theorie die tatsächliche Kernladung  $Z$  ersetzt. Eine typische Wahl für  $Z_{eff}$  ist das arithmetische Mittel  $Z_{eff} = (Z + q)/2$  aus Kernladungszahl  $Z$  und Ladungszustand  $q$ , wenn  $Z \gtrsim q \gtrsim Z/2$  oder das geometrische Mittel  $Z_{eff} = \sqrt{Z \cdot q}$  für  $Z/2 \gtrsim q \gtrsim 1$  [MH91]. Man kann erwarten, daß diese Näherung für hoch ionisierte Spezies  $Z_{eff} \gg 1$  deutlich besser ist als für niedrig geladene Vielelektronensysteme  $Z_{eff} \approx 1$ . Für komplexe Ionen müssen die Querschnitte im Zweifelsfall durch umfangreiche Rechnungen, z.B. durch gekoppelte Kanalrechnungen (engl. *close coupling*, CC) oder mit störungstheoretischen Methoden bestimmt werden.

Da es sich bei der RR um einen sehr elementaren atomphysikalischen Prozeß handelt, erwartet man, insbesondere für hochionisierte bzw. nackte Projektil, eine gute Übereinstimmung zwischen theoretischen und experimentellen Ergebnissen. Berücksichtigt man die nötigen relativistischen Korrekturen bei hohen Elektronen- und Photonenenergien [VKD<sup>+</sup>00] findet man tatsächlich für nicht zu kleine Schwerpunktsenergien  $E_{CM} \gtrsim 0,1 \text{ eV}$  keine signifikanten Abweichungen zwischen Theorie und Experiment. Wie bereits oben exemplarisch gezeigt, erlaubt darüber hinaus bereits die sehr einfach zu handhabende Näherung 2.17 für die typischen Energien von bis zu ca. 1 keV, die man bei den Rekombinationsexperimenten mit den Elektronenkühlern von Speicherringen als Target für freie Elektronen erreicht, eine akurate Berechnung der RR.

Um so erstaunlicher erscheint es da, daß schon mit den ersten experimentellen Aufbauten, die durch parallele Führung von Elektronen- und Ionenstrahl (engl. *merged beams*) die Relativenergie 0 erlaubten, für sehr kleine Schwerpunktsenergien deutliche Abweichungen zur theoretischen Vorhersage nachgewiesen wurden. Bei einem Experiment mit  $U^{28+}$ -Ionen, das 1989 mit einem kühlerähnlichen Elektrentarget am Linearbeschleuniger UNILAC der GSI durchgeführt wurde, fanden Müller et al. [MSM<sup>+</sup>91, MPR<sup>+</sup>98] bei Relativenergie 0 eine um den Faktor 200

höhere Rekombinationsrate als aus der Theorie für RR folgt<sup>4</sup>. Im folgenden konnten solche extreme Überhöhungen, die ebenso in anderen Vielelektronensystemen wie  $\text{Au}^{25+}$  [HUS<sup>+</sup>98],  $\text{Au}^{50+}$  [UML<sup>+</sup>97] und  $\text{Pb}^{53+}$  [BBC<sup>+</sup>95] nachgewiesen wurden, durch die Existenz von dielektronischen Resonanzen nahe der Schwelle erklärt werden. Allerdings wurden selbst für nackte Ionen, bei denen der indirekte Reaktionsweg der DR „ausgeschaltet“ ist, Überhöhungen bis zu einem Faktor 10 [UMS<sup>+</sup>97] gemessen. Neben der eigentlichen Überhöhung gibt auch der Verlauf des Ratenkoeffizienten in der Nähe der Relativenergie 0 Rätsel auf. Oberhalb seines Maximalwerts bei der Relativenergie 0 fällt der Ratenkoeffizient extrem schnell, innerhalb weniger meV auf einen Wert ab, der im wesentlichen mit den theoretischen Vorhersagen für die RR verträglich ist. Nach einigen zehntel eV erhält man dann, wie bereits oben erwähnt, eine nahezu perfekte Übereinstimmung mit der Theorie. Abbildung 2.6 zeigt ein typisches Beispiel [Hof99] einer solchen Rekombinationsmessung, wie sie am Elektronenkühler des Speicherrings ESR mit nackten Wismuth-Ionen ( $\text{Bi}^{83+}$ ) gewonnen wurde.

In den letzten 10 Jahren wurde diese *Überhöhung der Rekombinationsrate bei 0* bei praktisch allen merged-beams-Rekombinationsexperimenten sowohl bei den leichtesten  $\text{He}^{2+}$  [GSZ<sup>+</sup>97] als auch den schwersten Spezies  $\text{U}^{92+}$  [SBB<sup>+</sup>00c] nachgewiesen. Zwar lieferten zahlreiche systematische Untersuchungen der verschiedensten experimentellen Parametern eine Reihe von Indizien, eine Lösung steht jedoch noch immer aus.

So konnte ein Einfluß der Elektronendichte  $n_e$  auf die Ratenüberhöhung weder bei leichten [GSZ<sup>+</sup>97] noch bei schweren Ionen [HBB<sup>+</sup>01] nachgewiesen werden, so daß die TBR als verantwortlicher Mechanismus ausgeschlossen wird. Für die Abhängigkeit von der Kernladung  $Z$  findet man, daß der überschüssige Beitrag zum Ratenkoeffizienten mit  $Z^{2.6 \dots 2.8}$  skaliert [GSZ<sup>+</sup>97, SBB<sup>+</sup>00c], im Unterschied zu der  $Z^2$ -Abhängigkeit, wie man sie aus Gleichung 2.18 erwarten würde.

Geradezu verwirrende Resultate liefern die Untersuchungen der Ratenüberhöhung in Abhängigkeit vom Magnetfeld des Kühlersolenoiden<sup>5</sup>: Eine ganze Reihe von Untersuchungen zeigt [Hof99, GHB<sup>+</sup>00, SHM<sup>+</sup>00] ein monotonen Ansteigen der Überhöhung mit dem Kühlermagnetfeld. Beispielsweise verdoppelt sich  $\alpha$  für  $\text{F}^{6+}$ , gemessen am Speicherring TSR in Heidelberg, von  $2,3 \cdot 10^{-9} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  bei  $B_{\parallel} = 20$  mT auf  $4,0 \cdot 10^{-9} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  bei 70 mT nahezu. Bei Untersuchungen zur Kühlung von  $\text{U}^{92+}$ , die am Speicherring ESR in Darmstadt bei hohen Ionenenergien ( $E_{\text{ion}} \gtrsim 300$

<sup>4</sup>Aus Gleichung 2.18 folgt, daß der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  für die RR bei  $E = 0$  divergiert. Im Experiment gemessen wird aber nicht der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$ , sondern der Ratenkoeffizient  $\alpha = \langle v \cdot \sigma \rangle$ , also eine Faltung des Produkts  $v \cdot \sigma$  mit der Verteilungsfunktion für die Relativgeschwindigkeiten  $f(v_{\text{rel}})$  (siehe Kapitel 3.4.1). Dadurch erhält man auch für  $E = 0$  einen endlichen Wert für die RR.

<sup>5</sup>In den als Elektronenlieferant „mißbrauchten“ Kühlern wird der Elektronenstrahl durch ein solenoidales Magnetfeld geführt, um ein Aufweiten des Strahls auf Grund der Raumladung der Elektronen zu verhindern (siehe Abschnitt 3.4.1)

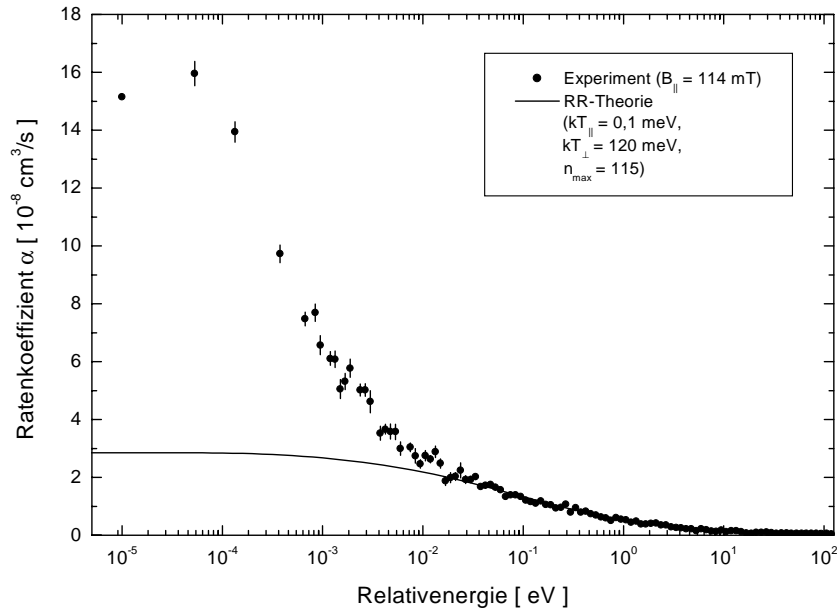


Abbildung 2.6: Spektrum für die RR von  $\text{Bi}^{83+}$  nach [Hof99]. Gemessene Ratenkoeffizienten  $\alpha$  bei einer Solenoidfeldstärke von  $B_{\parallel} = 114\text{mT}$  im Vergleich mit der RR-Theorie nach Gleichung 2.17. Der theoretische Wirkungsquerschnitt wurde mit einer asymmetrischen Maxwell-Boltzmann Verteilung (siehe Abschnitt 3.4.1) mit den Parametern  $k_B T_{\parallel} = 0,1\text{ meV}$  und  $k_B T_{\perp} = 120\text{ meV}$  gefaltet. Für den theoretischen Ratenkoeffizienten wurden Rydberg-Zustände bis  $n_{\text{max}} = 115$  berücksichtigt.

MeV/u), und damit gleichzeitig bei hohen Elektronen(Kühl-)energien durchgeführt wurden, stellten jedoch Steck et al. fest [Ste97a], daß die Umladerate bei Relativenergie 0 in Abhängigkeit vom Kühlermagnetfeld ein periodisches Anwachsen und Abfallen um einen Faktor 2-3 aufweist. Detaillierte Messungen mit nackten  $\text{Bi}^{83+}$ -Ionen [Hof99] bei einer Ionenenergie von 295,3 MeV/u, entsprechend einer Kühlenergie von 162 keV, konnten diese Ergebnis bestätigen (siehe Abbildung 2.7). Allerdings konnte derselbe Effekt mit lithiumähnlichem Wismuth ( $\text{Bi}^{80+}$ ) bei einer niedrigeren Ionenenergie von 97,2 MeV/u (Kühlenergie 53,31 keV) während derselben Experimentierperiode am ESR nicht nachgewiesen werden.

Eine Erklärung der periodischen Schwankungen der Ratenüberhöhung bei hohen Ionenenergien am ESR konnte bisher noch nicht gefunden werden. Dies gilt ebenso für die eigentliche Ratenüberhöhung bei 0, obwohl es rege Aktivität und zahlreiche Spekulationen auf diesem Gebiet gibt.

Die zur Erklärung verfolgten Ansätze lassen sich dabei grob in zwei unterschiedliche Klassen einteilen: Zum einen wird überlegt, ob ein atomphysikalischer Hintergrund oder ein neuer Rekombinationsmechanismus für die Überhöhung verant-



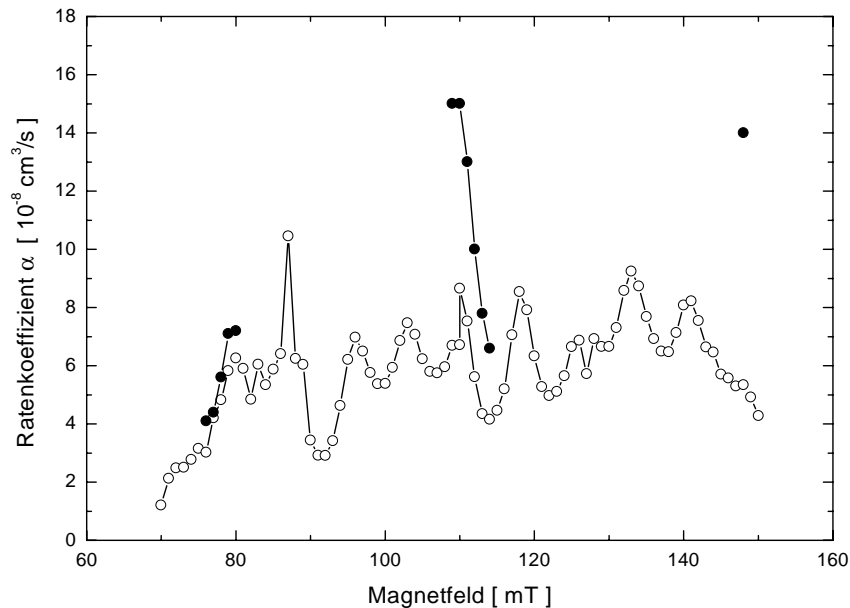


Abbildung 2.7: RR von  $\text{Bi}^{83+}$  bei  $E_{\text{CM}} = 0$  in Abhängigkeit von Solenoidfeld des Elektronenkühlers nach [Hof99]. Bei den Daten, die durch die offenen Kreise dargestellt sind, wurde  $\alpha$  direkt aus der Umladerate bei  $E_{\text{CM}} = 0$  gewonnen. Bei einem Teil der Punkte wurden vollständigen Rekombinationsspektren aufgenommen, die eine Korrektur von Untergrund und effektiver Wechselwirkungslänge (vgl. Abschnitt 4.1.3) erlauben (volle Kreise).

wortlich sein kann. Dem gegenüber stehen Untersuchungen zu den Vielteilcheneigenschaften des Elektronen-Ionen-Systems, wie z.B. zur Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Kühler oder die Modellierung von Plasmaeigenschaften des stark gekoppelten Elektronenplasmas.

Wie bereits zuvor erwähnt, wird die extreme Ratenüberhöhung bei Vielelektronensystemen auf Beiträge durch nahe bei Relativenergie 0 liegende DR-Resonanzen zurückgeführt. Dies wird unter anderem durch die Messung der Rekombination für benachbarte Ladungszustände der Goldionen  $\text{Au}^{49+}$ ,  $\text{Au}^{50+}$  und  $\text{Au}^{51+}$  bzw. der isoelektronischen Bleiionen  $\text{Pb}^{52+}$ ,  $\text{Pb}^{53+}$  und  $\text{Pb}^{54+}$  unterstützt, bei denen jeweils für den mittleren Ladungszustand eine deutlich höhere Rekombinationsrate bei 0 bestimmt wurde [UML<sup>+</sup>97, BBC<sup>+</sup>95, TGL<sup>+</sup>99]. Eine detaillierte Analyse vollständiger Rekombinationsspektren für die drei Goldionen zeigte, daß bei  $\text{Au}^{50+}$  zahlreiche niedrig liegende Resonanzen für einen hohen Ratenkoeffizienten verantwortlich gemacht werden können. Bei den benachbarten Ladungszuständen  $\text{Au}^{49+}$  und  $\text{Au}^{51+}$  ist der DR-Beitrag in der Nähe von  $E_{\text{CM}}$  deutlich geringer bzw. vernachlässigbar.

Als eine weiter mögliche Ursache für die Überhöhung schlagen Bureyeva und Lisitsa

einen alternativen Rekombinationsmechanismus vor [BL98b], die sog. *Polarisationsrekombination*. Bei diesem Rekombinationsprozeß höherer Ordnung erfahren am Ionenrumpf anhängende Elektronen durch das elektrische Feld des stoßenden Elektrons eine dynamische Polarisation. Durch die dadurch frei werdende Polarisationsstrahlung verliert das stoßende Elektron Energie und wird vom Ion eingefangen. Da auch in diesem Fall bereits Elektronen am Projektil vorhanden sein müssen, kann dieser Mechanismus ebenfalls für die Überhöhung bei den nackten Ionen ausgeschlossen werden.

Aus Gleichung 2.16 (siehe auch Abbildung 2.4) folgt, daß der Einfang des freien Elektrons für sehr niedrige Energien in sehr hohe Rydberg-Zustände und dort in Zustände mit hoher Drehimpulsquantenzahl  $\ell$  erfolgt [SHM<sup>+</sup>00]. Diese hochangeregten, fragilen Zustände lassen sich durch äußere Störungen leicht beeinflussen. Mögliche Störungen sind zum Beispiel die im Kühler vorhandenen elektromagnetischen Felder [HK94]. Alternativ können durch Bremsstrahlung der Kühlerelektronen oder durch Schwarzkörperstrahlung gebunden-gebundene oder frei-gebundene Übergänge induziert werden [Spr99].

Die TBR oder das Modell der *collisional radiative recombination* (CRR) [SBD75] scheinen ausgeschlossen, da die vorhergesagten Querschnitte mehrere Größenordnungen zu klein sind. Zudem würde man, im Gegensatz zu experimentellen Befunden, eine deutliche Abhängigkeit der Überhöhung von der Dichte erwarten. In die Gruppe der Untersuchungen, die die Vielteilcheneigenschaften hinterfragen, gehören die molekulardynamischen (MD) Simulationen eines stark gekoppelten Elektronenplasmas [ZST97, ST98, Spr99]. Durch direkte Integration der Bewegungsgleichung von ca. 1000 Elektronen im Coulomb-Feld des Ions bei gleichzeitiger Berücksichtigung des äußeren Magnetfeldes untersucht man so die Plasmaeigenschaften des Systems. Als Ergebnis der Simulationen erhält man eine lokale Erhöhung der Elektronendichte in der Nähe des Ions, die wiederum als mögliche Ursache der Erhöhung in Frage kommt. Allerdings liefert dieses Modell einen Zusammenhang zwischen Überhöhung und Magnetfeld, der nicht mit den experimentellen Befunden in Einklang zu bringen ist. Die MD Simulationen sagen eine Abnahme der Überhöhung mit steigendem Magnetfeld voraus, hervorgerufen durch die zunehmend eingeschränkte freie Beweglichkeit der Elektronen. In den Experimenten wird hingegen eine Zunahme der Überhöhung mit dem Magnetfeld nachgewiesen.

Den wechselseitigen Einfluß von Zyklotronbewegung des Elektrons im Magnetfeld und anziehender Coulomb-Kraft durch das Ion wird ebenfalls in dem Modell zur RR im Magnetfeld von Trost und Burgdörfer zu Grunde gelegt [TB99], siehe auch [Hof99]. Das Elektron wird als über seinen Zyklotronradius verschmierte Ladungsscheibe (Landau-Scheibe) angenommen (vgl. auch Abschnitt 3.4.2). Im Coulomb-Feld des Ions wird die Schwerpunktsbewegung der Landau-Scheibe zunächst durch eine klassische Keplertrajektorie angenommen. In der Nähe des Ions ist sowohl

die Trajektorie stark gestört als auch die Landau-Scheibe stark deformiert. Diese Beschreibung führt ebenfalls zu einer effektiv erhöhten Elektronendichte in der Nähe des Ions. Leider wurde die Arbeit an diesem vielversprechendem Ansatz in der Zwischenzeit eingestellt, ohne daß konkrete Ergebnisse publiziert wurden. Die Idee, dem Elektron eine Pseudoteilchendichte zuzuweisen, wurde in einer neueren Studie von Spreiter und Töpfer aufgegriffen [Spr99, ST00] und weiter ausgearbeitet. Ihre Ergebnisse geben qualitativ die experimentellen Abhängigkeiten von  $Z$ ,  $n_e$  und Magnetfeld  $B_{||}$  wieder, erlauben jedoch bisher keinen direkten Vergleich mit dem Experiment.

### 2.1.4 Dielektronische Rekombination (DR)

Als dielektronische Rekombination (DR) bezeichnet man den resonanten Beitrag zur Photorekombination. Im Gegensatz zur nicht resonanten RR wird für die DR mindestens ein am Projektil gebundenes Elektron benötigt. Man stellt sich die DR als einen zweistufigen Prozeß vor, bei dem zunächst durch die Wechselwirkung zwischen dem freien Targetelektron und den gebundenen Projektilelektronen das freie Elektron strahlungslos eingefangen wird, wobei das Projektilektron angeregt wird. Da das Projektilion Energie nur diskret, entsprechend seiner atomaren Struktur, aufnehmen kann, erhält man hieraus sofort die Resonanzbedingung für den Einfang:

$$E_{\text{res}} = E_{\text{tot}}([A^{(q-1)+}(d)]^{**}) - E_{\text{tot}}(A^{q+}(i)). \quad (2.19)$$

Die Energielage  $E_{\text{res}}$  der Resonanz ergibt sich aus der Differenz der totalen Energien  $E_{\text{tot}}$  von doppelt angeregtem Compound-System und Projektilion. Zu jeder möglichen Anregung von  $A^{q+}$  gehört eine unendliche Serie von Rydberg-Resonanzen in  $A^{(q-1)+}$ . Deren Seriengrenze entspricht gerade der Anregungsenergie des Projektilions  $A^{q+}$ . Daraus ergibt sich die Möglichkeit, aus den Positionen der einzelnen Rydberg-Resonanzen durch Extrapolation zu  $n \rightarrow \infty$  die Anregungsenergien sehr exakt zu vermessen.

Zur Vervollständigung der DR muß in einem zweiten Schritt der doppelt angeregte Zwischenzustand unter Aussendung eines oder mehrerer Photonen bis unter die Autoionisationsschwelle zerfallen. In Konkurrenz zur radiativen Stabilisierung können durch die Elektron-Elektron Wechselwirkung auch Elektronen aus dem Verband herausgeworfen werden. Wird nur ein Elektron reemittiert, d.h. der Ladungszustand hat sich im Laufe der Streuung nicht geändert, spricht man von resonanter Elektronenstreuung. Bei Emission von mehreren Elektronen wird der Ladungszustand netto erhöht, so daß man in diesem Fall resonante Beiträge zur (Mehrfach-)Ionisation erhält.

Bereits 1943, in der ersten Veröffentlichung über DR, haben Bates und Massey unter Verwendung des Prinzips des detaillierten Gleichgewichts einen Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt  $\sigma^{\text{DR}}$  angegeben [BM43]: Entsprechend den zwei Schrit-

ten Elektroneneinfang und radiative Stabilisierung erhält man  $\sigma^{\text{DR}}$  proportional zum Produkt aus Querschnitt für den radiativen Einfang  $\sigma^{\text{DC}}$  und der Fluoreszenzausbeute  $\omega$ . Implizit enthalten in dieser Formulierung ist, daß man Formierung und Zerfall des Compound-Systems als unabhängige Prozesse betrachten darf, die keinerlei gegenseitigen Einfluß aufeinander ausüben.

Die Fluoreszenzausbeute ist definiert als das Verhältnis zwischen radiativer Breite  $\Gamma^{\text{rad}}$  und totaler Zerfallsbreite  $\Gamma^{\text{tot}}$  des doppelt angeregten Zustands. Zur gesamten Fluoreszenzausbeute des Zustands  $|d\rangle$  tragen alle möglichen radiativen Zerfallskanäle bei, wobei der Zustand  $|f\rangle$  per Definition Auger-stabil ist.

$$\omega_{d \rightarrow f} = \frac{\sum_f \Gamma_{d \rightarrow f}^{\text{rad}}}{\Gamma_d^{\text{tot}}} \quad \text{mit} \quad \Gamma_d^{\text{tot}} = \sum_{f'} \Gamma_{d \rightarrow f'}^{\text{Aug}} + \sum_{f''} \Gamma_{d \rightarrow f''}^{\text{rad}}. \quad (2.20)$$

Die totale Breite des Zwischenzustands besteht aus den Zerfallsbreiten für radiativen bzw. Auger-Zerfall, wobei über *alle* möglichen partiellen Breiten  $\Gamma_{d \rightarrow f'}^{\text{rad}}$  und  $\Gamma_{d \rightarrow f''}^{\text{Aug}}$  zu summieren ist. Da der dielektronische Einfang zeitinvers zur Autoionisation ist, ist der Einfangquerschnitt  $\sigma^{\text{DC}}$  proportional zur partiellen Autoionisationsbreite  $\Gamma_{d \rightarrow i}^{\text{Aug}}$ . In der Näherung für isolierte Resonanzen folgt aus dieser Argumentation für den DR Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{idf}^{\text{DR}} = \frac{\pi^2}{E} \cdot \frac{g_d}{2g_i} \cdot L(E_d) \cdot \Gamma_{d \rightarrow i}^{\text{Aug}} \cdot \omega_{d \rightarrow f} \quad (2.21)$$

Dieses von Bates und Massey eher intuitiv gewonnene Ergebnis für  $\sigma^{\text{DR}}$  erhält man auch aus einer formalen, störungstheoretischen Herleitung, wie sie im Kapitel 2.1.2 skizziert wurde. Der Faktor  $L(E)$  beschreibt die Form des DR Wirkungsquerschnitts in der Nähe einer isolierten Resonanz und ist für nicht zu kleine Energien  $E$  durch eine Lorentzfunktion mit der Breite  $\Gamma^{\text{tot}}$  gegeben:

$$L(E) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Gamma_d^{\text{tot}}/2}{(E - E_{\text{res}})^2 + (\Gamma_d^{\text{tot}}/2)^2}. \quad (2.22)$$

Unter Verwendung der Beziehung  $\Gamma = \hbar/\tau$  bzw.  $\Gamma = \hbar \cdot A$  kann man aus der natürlichen Linienbreite der Resonanz auf die Lebensdauer  $\tau$  respektive die Zerfallsrate  $A$  des Zustands schließen.

Für die Berechnung von  $\Gamma^{\text{rad}}$  ersetzt man die volle Störung  $\hat{V}$  durch den Hamiltonoperator für die Wechselwirkung zwischen Elektronen und Strahlungsfeld  $\hat{H}_{er}$  (siehe Gleichung 2.7) und man erhält [Zim92, ZGS97] :

$$\Gamma_{d \rightarrow f}^{\text{rad}} = \frac{2\pi}{g_d} \left( \frac{L}{2\pi} \right)^3 \sum_{M_f M_d \lambda} \int d\Omega_k \frac{k^2}{\hbar c} |\langle \alpha_d J_d M_d; 0 | \hat{H}_{er} | \alpha_f J_f M_f; \vec{k} \lambda \rangle|^2 \quad (2.23)$$

Die Bezeichnung der Variablen darin ist analog zu Abschnitt 2.1.2.

Die Auger-Breite  $\Gamma^{\text{Aug}}$  berechnet man mit:

$$\Gamma_{d \rightarrow i}^{\text{Aug}} = \frac{2\pi}{g_d} \sum_{M_i m_s M_d} \int d\Omega_p |\langle \alpha_d J_d M_d; 0 | \hat{V} + \hat{V}_{\text{Breit}} | \alpha_i J_i M_i \vec{p} m_s; 0 \rangle|^2. \quad (2.24)$$

Der größte Anteil zum Störoperator  $\hat{V}$  in Gleichung 2.24 rührt von der paarweisen Coulomb-Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen her (vgl. Gleichung 2.5). Weiterhin muß man insbesondere für schwere, hochgeladene Ionen quantenelektrodynamische Korrekturen zur statischen Coulomb-Wechselwirkung berücksichtigen. In erster Ordnung Störungsrechnung erhält man durch den Austausch eines virtuellen Photons einen zusätzlichen Potentialterm, die sog. *verallgemeinerte* oder *retardierte Breit-Wechselwirkung* [BS57, MJ71, Zim92]:

$$\hat{V}_{\text{Breit}}(i, j) = -\vec{\alpha}_i \vec{\alpha}_j \frac{\cos(\omega R)}{R} + (\vec{\alpha}_i \vec{\nabla}_i) (\vec{\alpha}_j \vec{\nabla}_j) \frac{\cos(\omega R) - 1}{\omega^2 R}. \quad (2.25)$$

Hierin ist  $R = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$  der Abstand zwischen den Elektronen,  $\vec{\alpha}_{i,j}$  sind die Dirac Matrizen und  $\omega$  die Frequenz des ausgetauschten transversalen Photons. Im Grenzfall  $\omega \rightarrow 0$  vereinfacht sich Gleichung 2.25 zu [Bre29, Bre30, MJ71] :

$$\hat{V}_{\text{Breit}}(i, j) = -\frac{\vec{\alpha}_i \vec{\alpha}_j}{2R} - \frac{(\vec{\alpha}_i \cdot \vec{r}_i) (\vec{\alpha}_j \cdot \vec{r}_j)}{2R^3}. \quad (2.26)$$

Die darin vorhandenen Terme lassen sich bereits mit Hilfe der klassischen Elektrodynamik<sup>6</sup> als relativistische Korrekturen zur Coulomb-Wechselwirkung herleiten. Der erste Term, auch Gaunt-Term genannt, ist das quantenmechanische Analogon zur magnetischen Wechselwirkung zweier bewegter Ladungen (*Strom-Strom-Wechselwirkung*), der zweite berücksichtigt Retardierungskorrekturen zur statischen Coulomb-Wechselwirkung. Typischerweise sind die Korrekturen durch den Retardierungsterm um eine Größenordnung kleiner als durch die Gaunt-Wechselwirkung [MJ71]. Im Unterschied zur statischen Elektron-Elektron Wechselwirkung, die in erster Näherung unabhängig von der Kernladung  $Z$  des Ions ist, skaliert die Breit-Wechselwirkung mit  $Z^4$  [Che89]. Entsprechend darf sie vor allem bei schweren Ionen nicht vernachlässigt werden.

Da der Schwerpunkt dieser Arbeit die Untersuchung schwerer hochgeladener Ionen ist, seien an dieser Stelle noch einmal die zentralen Komponenten für

<sup>6</sup>In der klassischen Elektrodynamik bezeichnet man die relativistischen Korrekturen zur Coulomb-Wechselwirkung als Darwin-Term (in SI-Einheiten)  $V_{\text{Darwin}}(i, j) = \frac{q_i q_j}{8\pi\epsilon_0 c^2} \left( -\frac{\vec{v}_i \cdot \vec{v}_j}{R} - \frac{(\vec{v}_i \cdot \vec{r}_i)(\vec{v}_j \cdot \vec{r}_j)}{R^3} \right)$  (vgl. z.B. [Jac82]). Der Darwin-Term ist korrekt bis zur 2. Ordnung in  $(v/c)^2$ . Beim Übergang zur Quantenmechanik werden nun die Geschwindigkeitsvektoren durch die Diracschen  $\alpha$ -Matrizen ersetzt.

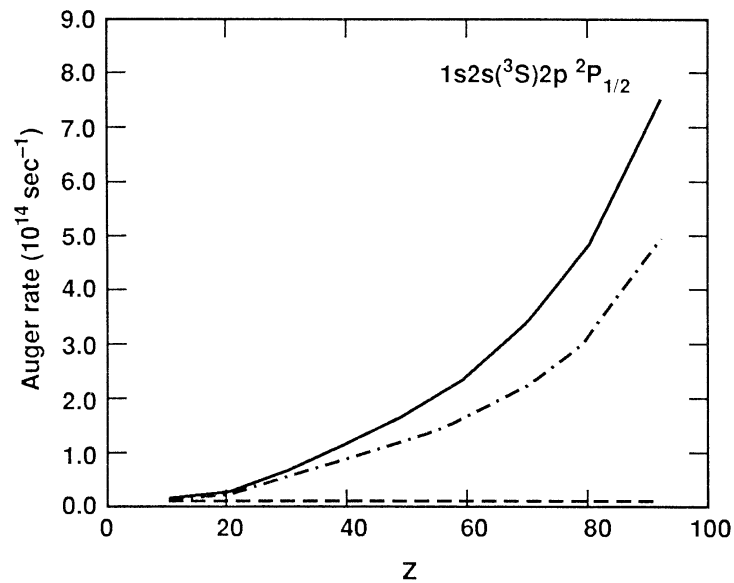


Abbildung 2.8: Auger-Raten für den  $1s2s(^3S)2p\ ^2P_{1/2}$  Zustand lithiumähnlicher Ionen [Che92]. Die gestrichelte Kurve ist eine nicht relativistische Rechnung in LS-Kopplung. Die durchgezogene und die Strich-Punkt Linie sind relativistische MCDF Rechnungen mit bzw. ohne Breit-Wechselwirkung.

eine möglichst gute Beschreibung der DR dieser Ionen zusammengefaßt. Von großer Bedeutung ist die Verwendung eines Dirac-Hamiltonoperators, und damit verbunden, geeigneter relativistischer Wellenfunktionen, wie in den Kapiteln 2.1.1 und 2.1.2 beschrieben. Chen [Che88, Che89] hat hervorgehoben, daß die korrekte Einbindung der Elektronenkorrelation, z.B. im Rahmen von CI- oder MCDF-Rechnungen, die Matrixelemente um bis zu zwei Größenordnungen ändern kann. Desweiteren ist die Dipolnäherung für die Wechselwirkung zwischen Elektronen und Strahlungsfeld nicht mehr gültig, so daß man in  $\hat{H}_{er}$  höhere Multipolordnungen berücksichtigen muß [ZGS97]. Signifikante Korrekturen, insbesondere zu den Auger-Matrixelementen, erhält man auch von der Breit-Wechselwirkung [ZGS90, ZGS91, CCJS95]. Exemplarisch ist in Abbildung 2.8 die Auger-Rate für den doppelt angeregten  $1s2s(^3S)2p^2P_{1/2}$ -Zustand eines lithiumähnlichen Ions in Abhängigkeit von der Kernladung  $Z$  gezeigt [Che92]. Die nicht relativistischen Rechnungen in LS-Kopplung sind in guter Näherung unabhängig von  $Z$ . Für steigende Kernladung schließlich dominieren relativistische und quantenelektrodynamische Effekte. Allerdings sind die Auswirkungen von Relativistik und Breit-Wechselwirkung nur schwer in einfache Faustregeln zu fassen. Je nach Symmetrie des Zustands können die Auger-Raten deutlich anwachsen, aber auch ein Absinken ist möglich. Dies sieht man beispielsweise für die KLL-Auger-Raten [ZGS90]

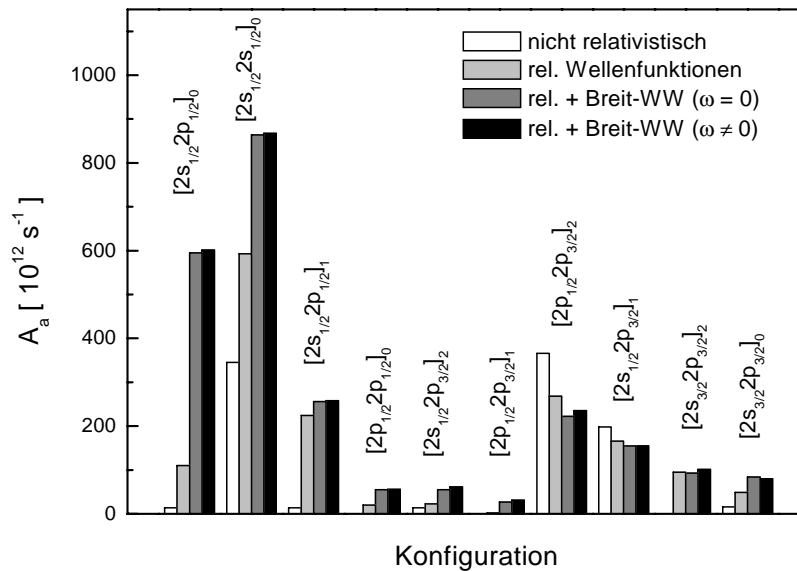


Abbildung 2.9: KLL-Auger-Raten für  $\text{Pb}^{80+}$  für zehn verschiedene doppelt angeregte Zwischenzustände. Für jeden Zustand wurde jeweils eine nicht relativistische Rechnung (weiß), eine Rechnung mit relativistischen Wellenfunktionen (hellgrau), mit relativistischen Wellenfunktionen und Breit-Wechselwirkungen mit  $\omega = 0$  (dunkelgrau) und mit relativistischen Wellenfunktionen und verallgemeinerter Breit-Wechselwirkung mit  $\omega \neq 0$  (schwarz) durchgeführt. Die Raten sind [ZGS90] entnommen.

von heliumähnlichem  $\text{Pb}^{80+}$  (Abbildung 2.9). Im Gegensatz zu den anderen Konfigurationen sind die Auger-Raten für die Zwischenzustände  $[2p_{1/2}2p_{3/2}]_2$  und  $[2s_{1/2}2p_{3/2}]_1$  für die vollrelativistische Rechnung niedriger als für die nichtrelativistische. Man erkennt hier auch, daß die Unterschiede zwischen der verallgemeinerten Breit-Wechselwirkung ( $\omega > 0$ ) und der klassischen Form für  $\omega = 0$  nur sehr gering sind. Das läßt den Schluß zu, daß selbst für dieses sehr schwere Ion und seine hohen Übergangsenergien der größte Beitrag zur Breit-Wechselwirkung aus dem Gaunt-Term stammt und daß Retardierungseffekte nur einen geringen Einfluß haben.

Anhand der Art der Anregung kann man die DR-Prozesse in zwei verschiedene Klassen einteilen. Zum einen kann das gebundene Elektron aus seiner Hauptschale herausgehoben werden ( $\Delta n \neq 0$ ). In diesem Fall wird eine hohe kinetische Energie des freien Elektrons benötigt, damit überhaupt eine Anregung stattfinden kann. Das freie Elektron wird typischerweise in Zustände mit niedriger Hauptquantenzahl eingefangen. Zu dieser Kategorie gehören die KLx-Prozesse ( $x = \text{L, M, N} \dots$ ),

bei denen ein Elektron von der K-Schale in die L-Schale angeregt und das freie Elektron in die x-Schale eingefangen wird. Allerdings sind die benötigten Relativenergien für schwere Ionen mit Experimentaufbauten, die den Elektronenkühler zugleich als Kühler und als Elektronentarget verwenden, nur sehr schwer zu realisieren. Z.B. liegen die KLL-Resonanzen von  $\text{Pb}^{81+}$  zwischen 49-56 keV. Für wasserstoff- und heliumähnliche Projektionen im Grundzustand kann die DR nur über  $\Delta n > 0$ -Anregungen stattfinden, da die K-Schale keine innere Struktur besitzt.<sup>7</sup>

Bei der zweiten Klasse von Resonanzen wird das gebundene Elektron innerhalb einer Schale ( $\Delta n = 0$ ) angeregt. Man findet daher DR-Resonanzen schon bei sehr niedrigen Relativenergien knapp oberhalb der Schwelle ( $E_{\text{rel}} = 0$ ). Die Resonanzbedingung kann hier nur dann erfüllt werden, wenn der strahlungslose Einfang des freien Elektrons in einen Zustand  $n \geq n_{\text{min}}$  erfolgt. Als Folge wird das freie Elektron in sehr hohe Rydberg-Zustände eingefangen. Ein Einfang in niedrigere  $n$  ist nicht möglich, da kein weiterer Stoßpartner die überschüssige frei werdende Bindungsenergie abführen kann.

### 2.1.5 Rydberg-Zustände in der DR

Die einfachsten Ionen, bei denen im Grundzustand eine  $\Delta n = 0$ -Anregung stattfinden kann, sind die in dieser Arbeit untersuchten lithiumähnlichen Ionen. Durch die deutlich niedrigeren Relativenergien, verglichen beispielsweise mit KLL-Prozessen, können  $\Delta n = 0$ -DR-Prozesse an den Elektronenkühlern mit hoher Präzision untersucht werden.

Eine Konsequenz der niedrigen Anregungsenergien ist, daß das freie Elektron in einen Rydberg-Zustand eingefangen wird. Die radiative Stabilisierung des doppelt angeregten Zustands erfolgt entweder durch das angeregte Rumpfelektron (Typ I) oder alternativ durch das Rydberg-Elektron (Typ II).

Ähnlich wie bei der RR wird die explizite Auswertung der Matrixelemente für immer größeres  $n$  des eingefangenen Elektrons immer schwieriger. Zudem muß man für jeden Anregungskanal eine unendlich große Anzahl von Resonanzzuständen berücksichtigen. Um dieses Problem zu entschärfen, versucht man die Übergangsraten der hochgelegenen Zustände mit Hilfe einfacher Skalierungsregeln entweder aus den explizit berechneten Raten für ein  $n_0$  zu extrapolieren (z.B. [Hah85, WKM99]) oder aus dem zugehörigen partiellen Wirkungsquerschnitt für Elektronenstoß-Anregung auf Rydberg-Resonanzen unterhalb der Schwelle abzuleiten [Rom88]. Diese zweite Methode wird relativ selten angewandt und daher im weiteren nicht berücksichtigt.

<sup>7</sup>Eine mögliche Ausnahme ist hier die DR, bei der die Rumpfanregung zwischen zwei Hyperfeinniveaus erfolgt. Für ausgesuchte sehr schwere Ionen mit hohem Kernspin kann hier die Energieaufspaltung einige eV betragen (siehe z.B. [PBG92a, KBE<sup>+</sup>94]).



Bei der Extrapolation eines Zustands  $n_0$  zu höheren  $n$  macht man sich zu Nutze, daß der Überlapp der elektronischen Wellenfunktionen des Rydberg-Elektrons mit den Rumpfelektronen und damit auch die gegenseitige Störung mit größer werdendem  $n$  immer stärker abnimmt. Durch diese Entkopplung kann man das Compound-System durch einen angeregten Kern mit einem Zuschauerelektron beschreiben. In guter Näherung „sieht“ das Zuschauerelektron ein durch die inneren Elektronen abgeschirmtes Coulomb-Potential. Die Auger-Raten nehmen in diesem Fall mit  $n^{-3}$  ab. Der radiative Zerfall des Rydberg-Elektrons erfolgt mit hoher Wahrscheinlichkeit mittels eines schnellen Dipolübergangs in eine der untersten Schalen (Typ II). Die radiative Rate skaliert mit  $n^{-3}\nu^{-1}$ , wobei  $h\nu$  die Energie des emittierten Photons ist. Umgekehrt wird auch die radiative Stabilisierung über das Rumpfelektron (Typ I) nicht durch das Rydberg-Elektron beeinflusst. Ihre Rate ist damit unabhängig von  $n$ .

Für die weitere Diskussion bietet es sich an, die Abkürzungen  $\Gamma_I^{\text{rad}} = \sum_{\text{Typ I}} \Gamma_{d \rightarrow f''}^{\text{rad}}$  und  $\Gamma_{II}^{\text{rad}} = \sum_{\text{Typ II}} \Gamma_{d \rightarrow f''}^{\text{rad}}$  für die Anteile der radiativen Breite durch das Rumpfelektron bzw. durch das Rydberg-Elektron, sowie  $\Gamma^{\text{rad}} = \Gamma_I^{\text{rad}} + \Gamma_{II}^{\text{rad}}$  für die totale radiative Breite des Zwischenzustands einzuführen. Desweiteren wird die Möglichkeit zur Autoionisation auf einen Kanal beschränkt. Mit den Gleichungen 2.20 und 2.21 kann man den Wirkungsquerschnitt dann in einer vereinfachten Form schreiben:

$$\sigma_{\text{tot}}^{\text{DR}} \propto \frac{1}{E_{\text{el}}} \cdot \frac{\Gamma^{\text{Aug}} \cdot (\Gamma_I^{\text{rad}} + \Gamma_{II}^{\text{rad}})}{\Gamma^{\text{Aug}} + \Gamma_I^{\text{rad}} + \Gamma_{II}^{\text{rad}}} \quad (2.27)$$

Die Form des Wirkungsquerschnitts als Produkt von radiativen Raten und Autoionisationsrate durch deren Summe führt dazu, daß die Wahrscheinlichkeit für die DR durch den *langsamsten* Zerfallskanal bestimmt wird, die Lebensdauer des doppelt angeregten hingegen durch den *schnellsten*. In zwei Sonderfällen erhält man die in der Literatur weit verbreitete  $n^{-3}$  Skalierung (z.B. in [Hah85, KB88, Rom88]) für den totalen *Wirkungsquerschnitt* [WKM99]. Für  $\Gamma^{\text{Aug}} \ll \Gamma^{\text{rad}}$  ist die Fluoreszenzausbeute  $\omega_{d \rightarrow f} \simeq 1$  und  $\sigma_{if}^{\text{DR}} \propto \Gamma^{\text{Aug}}$ . Der Wirkungsquerschnitt läßt sich dann wie  $\sigma_{if}^{\text{DR}}(n_0) \times n^3/n_0^3$  skalieren. Dies ist ein Fall, der insbesondere bei schweren, hoch geladenen Ionen häufig auftritt. Alternativ für  $\Gamma^{\text{Aug}} \gg \Gamma^{\text{rad}}$  und  $\Gamma_I^{\text{rad}} \ll \Gamma_{II}^{\text{rad}}$  ist  $\sigma_{if}^{\text{DR}} \propto \Gamma_{II}^{\text{rad}}$  und  $\sigma_{if}^{\text{DR}}(n) = \sigma_{if}^{\text{DR}}(n_0) \times n^3\nu/n_0^3\nu_0$ . Man muß in beiden Fällen jedoch berücksichtigen, daß wegen der Unabhängigkeit von  $\Gamma_I^{\text{rad}}$  von  $n$  ab einer bestimmter Hauptquantenzahl  $n'$  immer der radiative Zerfall des Rumpfelektrons dominiert, und damit  $\omega \rightarrow 1$ . Weiterhin wird bei der Skalierung oft die Abhängigkeit von der Energie des emittierten Photons vernachlässigt. Dies ist jedoch nur solange möglich, wie der Abstand zwischen den Rydberg-Zuständen  $\Delta h\nu = h\nu_{n_2} - h\nu_{n_1}$  deutlich kleiner ist als die Photonenenergie. Ausführliche Diskussionen zur Gültigkeit der  $n^{-3}$  Skalierung findet man beispielsweise in [Hah85, HL88, PBMS98, WKM99].

Abbildung 2.10 zeigt eine Modellrechnung für das Skalierungsverhalten des dop-

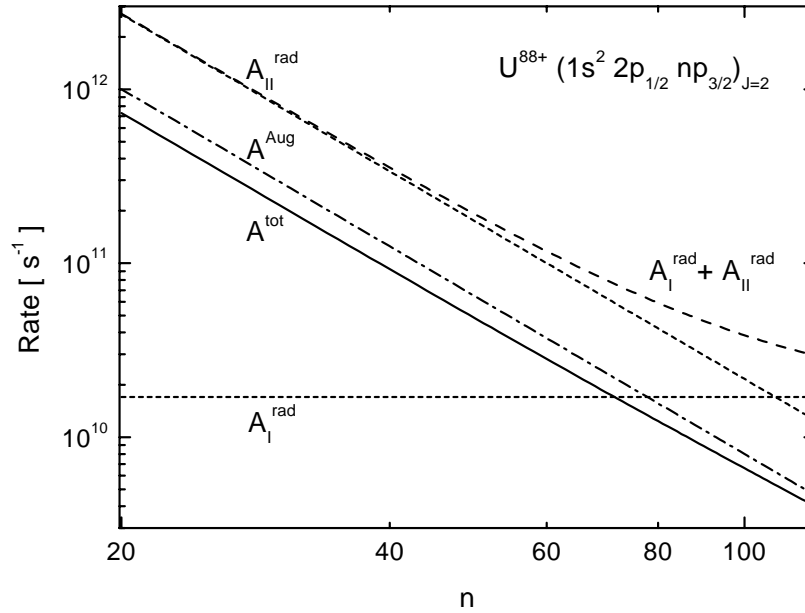


Abbildung 2.10: Modellrechnung für die Skalierung von radiativen und Auger-Raten (links) für die autoionisierenden  $(1s^2 2p_{1/2} np_{3/2})_{J=2}$  Zustände von  $U^{88+}$ . Die radiative Rate  $A_I^{rad}(n_0 = 20)$  wurde [CKD79] entnommen und als konstant angenommen.  $A_{II}^{rad}$  und  $A^{Aug}(n_0 = 20)$  entstammen einer DR-Rechnung von Steih [Ste00b].  $A_{II}^{rad}$  (gepunktete Linie) und  $A^{Aug}$  (Strichpunkte) wurde mit dem Faktor  $n_0^3/n^3$  skaliert. Die gestrichelte Linie ist die Summe von  $A_I^{rad}$  und  $A_{II}^{rad}$ , die durchgezogene Linie die totale Rekombinationsrate  $A^{tot} = (A^{Aug} \cdot A^{rad}) / (A^{Aug} + A^{rad})$ .

pelt angeregten Zwischenzustands  $(1s^2 2p_{1/2} np_{3/2})_{J=2}$  von  $U^{88+}$ . Für die zugehörige  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$  Anregung von  $U^{89+}$  ist  $n = 20$  der niedrigste Zustand, in den ein dielektronischer Einfang energetisch möglich ist. Bei der Skalierung von  $\Gamma_{II}^{rad}$  kann die Abhängigkeit von der Photonenenergie  $h\nu$  vernachlässigt werden, da  $h\nu$  von  $n = 20$  in die L-Schale deutlich mehr als 10 keV ist, verglichen mit der Energie der Seriegrenze von 280,6 eV, also dem maximalen  $\Delta h\nu$  zwischen verschiedenen Rydberg-Zuständen. Für  $\Gamma_{II}^{rad}$  und  $\Gamma^{Aug}$  wurde eine reine  $n^{-3}$ -Abhängigkeit angenommen,  $\Gamma_I^{rad}$  konstant für unterschiedliche  $n$ . In diesem Beispiel ist die Autoionisationsrate stets kleiner als die radiative Rate, jedoch ist  $\omega \approx 75\%$  nahezu konstant für  $20 < n < 80$ , d.h. in diesem Bereich ist  $\sigma_{if}^{DR}(n) \propto 0,75 \cdot A^{Aug} \cdot n_0^3/n^3$ , und eine einfache  $n^{-3}$ -Skalierung ist anwendbar. Ab  $n \approx 80$  gewinnt der Zerfall des Rumpfelektrons zunehmend an Bedeutung. Legt man weiterhin eine reinen  $n^{-3}$ -Skalierung der Rekombinationsrate von  $n_0 = 20$  ausgehend zu Grunde, erhält man für  $n \rightarrow \infty$  und damit  $\omega \rightarrow 1$  einen Fehler von mehr als 30%. Allerdings tragen diese hohen Rydberg-Zustände nicht mehr signifikant zum DR-Querschnitt bei.

Ein Vergleich zwischen expliziten Rechnungen für alle zu den  $(1s^2 2p_{1/2} n \ell_j)$  Zuständen beitragenden Drehimpulse mit einer  $n^{-3}$ -Skalierung und den im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen experimentellen Ergebnissen wird in Abschnitt 4.4.2 durchgeführt.

Aus Mangel an exakten Daten werden die o.a. Skalierungen insbesondere in der Plasmaphysik seit langem verwendet. Entsprechend den Anforderungen, die man an Genauigkeit und den Gültigkeitsbereich stellt, muß man jedoch einige Einschränkungen berücksichtigen.

In den obigen Betrachtungen wurden zunächst einmal keine Annahmen über den Drehimpuls  $\ell$  des Rydberg-Zustands gemacht. Findet der strahlungslose Einfang in Zustände mit hohem Drehimpuls  $\ell$  statt, sind die schnellen Dipolübergänge in niedrige Zustände nicht mehr erlaubt. Eine Stabilisierung erfolgt nur noch von Rydberg-Zustand zu Rydberg-Zustand, so daß die  $n^{-3}$ -Skalierung für die radiativen Übergänge vom Typ II nicht mehr gültig ist. Stattdessen ist nun die radiative Rate proportional zu  $n^{-4}$  bis  $n^{-5}$  [Gal94, Gal96]. Z.B. ist für den höchsten  $\ell$ -Zustand mit  $\ell = n - 1$  nur noch ein radiativer Übergang  $n \rightarrow n - 1$  möglich, und die radiative Rate ist in diesem Fall proportional zu  $n^{-5}$  [Gal96]. Da der radiative Zerfall für Rydberg-Rydberg-Übergänge nicht notwendigerweise in einem Auger-stabilen Zustand endet, muß man verstärkt Kaskadeneffekte berücksichtigen [Hah85, BMS<sup>+</sup>95, Hah97]. Allerdings sind Beiträge dieser hohen  $\ell$ -Zustände typischerweise vernachlässigbar klein. Dies muß jedoch im Einzelfall überprüft werden (siehe z.B. [PBMS98]).

Die Skalierung ist ebenfalls nur mit Einschränkungen anwendbar, wenn für den doppelt angeregten Zustand mehr als ein starker Autoionisationskanal zur Verfügung steht. Der Auger-Zerfall kann dann über einen anderen Kanal erfolgen als der dielektronische Einfang. Dies ist häufig bei Vielelektronensystemen, sowie bei hohen Elektronenenergien der Fall [LWH<sup>+</sup>96].

In der Nähe der Kontinuumsgrenze wird die totale Zerfallsbreite durch das Rumpfelektron bestimmt, und die Fluoreszenzausbeute  $\omega \rightarrow 1$ . Der Abstand benachbarter Rydberg-Resonanzen  $\delta E = E_n - E_{n-1}$  nimmt mit  $n^{-3}$  ab, so daß die Resonanzen zunehmend überlappen. Dies macht die Berechnung im Rahmen der Näherung für isolierte Resonanzen fraglich, so daß man Korrekturen aufgrund von Interferenzen berücksichtigen muß [LH85]. Speziell für überlappende Rydberg-Resonanzen einer Serie kann dies im Rahmen der Quantendefekttheorie (QDT) [Sea83, BS85] erfolgen. Diese liefert für die Fluoreszenzausbeute

$$\omega = \frac{\exp(2\pi\Gamma^{\text{rad}}/\delta E) - 1}{\exp(2\pi\Gamma^{\text{rad}}/\delta E) - 1 + 2\pi\Gamma^{\text{Aug}}/\delta E}, \quad (2.28)$$

Für große Werte von  $\delta E \gg \Gamma^{\text{tot}}$ , d.h. die Resonanzen sind deutlich voneinander

getrennt, erhält man wieder Gleichung 2.20, wie sie aus der IRA hergeleitet wird.

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß die hoch angeregten Rydberg-Zustände sehr empfindlich auf äußere Einflüsse wie Felder, Stöße oder Strahlung reagieren, da sie zum einen eine sehr lange Lebensdauer besitzen und zum anderen die Energieabstände zwischen einzelnen Niveaus gering sind. Eine Mischung der Zustände bzw. induzierte Übergänge durch Strahlung oder Stöße erfolgt daher schon bei sehr niedrigen Energien. Z.B. führt eine Mischung von Zuständen mit hohem und niedrigem  $\ell$  in Folge des Stark-Effekts für leichte, hochgeladene Ionen schon bei vergleichsweise kleinen äußeren elektrischen Felder (10 bis 300 V/cm) zu einer Erhöhung der dielektronischen Rekombinationsrate [BMS<sup>+</sup>97]. Ein zusätzliches magnetisches Feld, welches senkrecht auf dem elektrischen Feldvektor steht, hebt auch noch die  $m$ -Entartung der Rydberg-Zustände auf, so daß man eine über den elektrischen Feldeffekt hinausgehende Erhöhung der Rekombinationsrate bekommt [BSM<sup>+</sup>99]. Auf diese Problematik wird im weiteren nicht eingegangen, da sie für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Resonanzzustände sehr schwerer Systeme vernachlässigbar ist. Weiterführende Literatur zur Erhöhung bzw. Erniedrigung der dielektronischen Rekombination durch äußere elektrische und magnetische Felder findet man in [NC84, Bar99, SBB<sup>+</sup>00a] und den darin aufgeführten Referenzen.

### 2.1.6 Interferenzeffekte in der PR

In der Photorekombination unterscheidet man zwei verschiedene Arten von Interferenzeffekten. Zum einen muß man bei einer strikten quantenmechanischen Behandlung der Photorekombination die traditionelle Betrachtungsweise von DR und RR als zwei getrennte Prozesse, d.h. die IRA, fallenlassen. Zu anderen können überlappende Resonanzen, bei denen das emittierte Photon dieselbe Energie besitzt, sogenannte *wechselwirkende* Resonanzen miteinander interferieren, so daß auch die IPA hinterfragt werden muß. Die bei weitem meisten Rechnungen zur Photorekombination, die man in der Literatur findet, wurden im Rahmen der IPA und der IRA durchgeführt. Im allgemeinen findet man eine bemerkenswert gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment, so daß sich die Frage aufdrängt, warum diese beiden Näherungen so gut funktionieren, und wo ihre Grenzen liegen.

Die Voraussetzung für Interferenz zwischen benachbarten Resonanzen ist, daß der Abstand zwischen ihnen geringer ist als ihre natürliche Linienbreiten [BP92]. Dies ist z.B. bei hoch liegenden Rydberg-Resonanzen der Fall und wurde bereits im letzten Abschnitt besprochen. Niedrig liegende Resonanzen besitzen für leichte Ionen im allgemeinen eine geringe Resonanzbreite und sind deutlich vonein-

ander getrennt.<sup>8</sup> Für schwere, hoch geladene Ionen ist die Situation anders. Dort sind die natürlichen Linienbreiten auf Grund der kurzen Lebensdauern des doppelt angeregten Zwischenzustands bis zu einigen eV, so daß die Resonanzzustände miteinander in Wechselwirkung treten können. So berechnen Labzowsky et al. [KLNS92, LN94] für KLL-DR-Prozesse bei wasserstoffähnlichem  $U^{91+}$  Einflüsse aufgrund von Überlappinterferenzen. Diese äußern sich durch eine Verschiebung der Resonanzschwerpunkte zueinander und durch eine Zunahme des Rekombinationsquerschnitts um bis zu 30 % zwischen den Resonanzen. Interessant in diesem Zusammenhang sind auch die Rechnungen von Sakimoto [Sak91], der deutlich ausgeprägte Effekte für die Interferenz zwischen den doppelt angeregten  $2s3s$ - und  $2p3p$ -Zwischenzuständen, also KLN-DR von wasserstoffähnlichen Ionen, schon für  $Z = 42$  (Molybdän) und  $Z = 54$  (Xenon) voraussagt. Allerdings haben Pindzola et al. [PBG92b] darauf hingewiesen, daß Sakimoto die radiativen Breiten, die in seine Rechnungen eingehen, durch einen Fehler der Konvertierung der Daten aus [Nil87] einen Faktor 10 zu breit angenommen hat. Trotzdem erscheinen KLN- oder KLM-DR für schwere Ionen aufgrund der  $Z^4$ -Abhängigkeit der radiativen Breiten für Dipolstrahlung als interessante Kandidaten für Überlappinterferenzen. Im Vergleich mit KLL-DR sind die Abstände der Resonanzen verringert, die Resonanzbreite ändert sich indes nur gering, da der größte Beitrag zur Breite aus dem radiativen Zerfall des L-Schalen Elektrons stammt.

Alternativ zu Interferenzen, die aufgrund zweier verschiedener indirekter Rekombinationspfade entstehen, führt auch die Ununterscheidbarkeit von direktem und indirektem Rekombinationspfad, also zwischen DR und RR zu Interferenzen. Dies sei anhand des konkreten Beispiels für ein lithiumähnliches Projektilion kurz verdeutlicht. Auf der linken Seite von Abbildung 2.11 sind die Zustände des „nackten“ Elektronenkontinuums ( $1s^2 2s_{1/2} \epsilon \ell$ ) und des Photonenkontinuum ( $1s^2 2s_{1/2} n\ell; h\nu$ ) dargestellt, auf der rechten Seite die geschlossenen Kanäle der autoionisierenden  $1s^2 2p_{1/2} n\ell$ -Zustände („strukturiertes Elektronenkontinuum“). Die Kopplung zwischen einem der beiden Elektronenkontinua und dem Photonenkontinuum, also die Aussendung eines Photons der Energie  $h\nu$ , erfolgt durch den Operator  $\hat{H}_{er}$  (vgl. Abschnitt 2.1.1). Zu beachten ist nun, daß für eine feste Elektronenenergie sowohl die RR als auch die DR in viele verschiedene Endzustände, und somit auch zu unterschiedlichen Photonenenergien erfolgen kann. Im partiellen Wirkungsquerschnitt erhält man bei gleichem Anfangs- und Endzuständen Interferenzen, die aber bei der Summation zum totalen Querschnitt ausgewa-

---

<sup>8</sup>Das zufällige Überlappen von Resonanzen verschiedener Rydberg-Serien, wie sie bei sehr komplexen Vielelektronensystemen aufgrund der Vielzahl der möglichen Anregungskanäle vorkommen kann, soll hier nicht weiter betrachtet werden. Solche Systeme können typischerweise von der Theorie nicht mit ausreichender Genauigkeit berechnet werden, um den Interferenzeffekt herausarbeiten zu können.

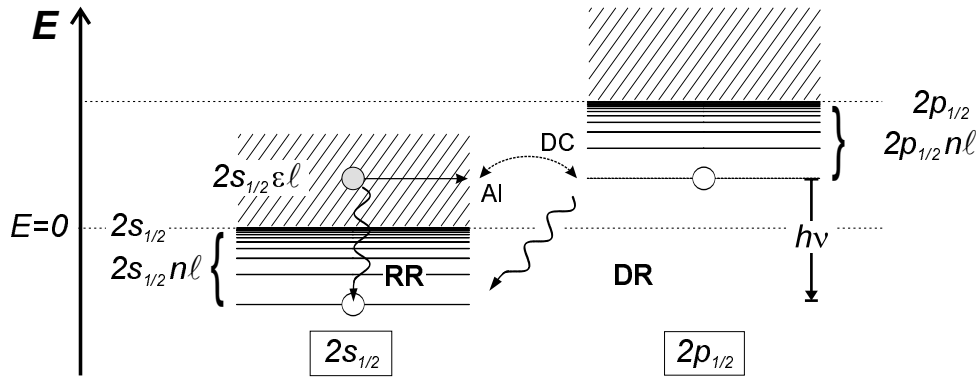


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung zur Erklärung der Interferenz zwischen RR und DR. Die Rekombination kann auf direktem Weg (links) und indirekt über einen autoionisierenden Zwischenzustand (rechts) erfolgen.

sehen und damit schwer beobachtbar werden. Interferenzen zwischen DR und RR erkennt man im Wirkungsquerschnitt an einer Verschiebung der Resonanzenergie und an einer charakteristischen Veränderung der Linienform. Für eine isolierte, autoionisierende Resonanz läßt sich der Wirkungsquerschnittsverlauf durch das sogenannte Fano-Profil [Fan61, FC65] darstellen.

$$\sigma^{\text{Fano}}(E) = \sigma_a \cdot \frac{(q_{idf} + \epsilon_d)^2}{1 + \epsilon_d^2} + \sigma_b. \quad (2.29)$$

Darin sind  $\sigma_a$  und  $\sigma_b$  die zwei Anteile des direkten Wirkungsquerschnitts, die aufgrund ihrer Symmetrie interferenzfähig bzw. nicht interferenzfähig sind.  $\Delta_d$  ist eine Verschiebung der Resonanzenergie durch die Interferenz und  $\epsilon_d = 2(E - E_{\text{res}} - \Delta_d) / \Gamma_{d \rightarrow f}^{\text{Aug}}$  die doppelte Differenz der Elektronenenergie von der verschobenen Resonanzenergie  $E_{\text{res}} - \Delta_d$  in Einheiten der Auger-Breite. Für  $\epsilon_d = -q_{idf}$  hat  $\sigma^{\text{Fano}}(E)$  ein Minimum, bei dem sich die Amplituden von indirektem Anteil und  $\sigma_a$  vollständig auslöschen (maximale destruktive Interferenz), d.h.  $\sigma(\epsilon_d = -q_{idf}) = \sigma_b$ . Die Form des Querschnitts folgt daraus, daß  $\epsilon_d$  bei  $E = E_{\text{res}} + \Delta_d$  das Vorzeichen wechselt und den Querschnittsverlauf quasi „umklappt“. Die Größe  $q_{idf}$  nennt man üblicherweise Fano-Parameter. Er ist ein Maß für die relative Stärke der Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den drei Kontinua und damit für die Stärke der Interferenz. Bei  $q_{idf}^2 = 0$  ist die Interferenz am stärksten ausgeprägt, wohingegen sie für  $q_{idf}^2 \rightarrow \infty$  verschwindet. Abbildung 2.12 zeigt die Fano-Linienform für verschiedene Werte des Fano-Parameters  $q_{idf}$ . Für die Photorekombination ist  $q_{idf}$  definiert über [ACR84]:

$$q_{idf}^2 = \frac{\Gamma_{d \rightarrow f}^{\text{rad}}}{4 \cdot \Gamma_{d \rightarrow i}^{\text{Aug}} \cdot |M_{i \rightarrow f}^{\text{RR}}|^2}, \quad (2.30)$$

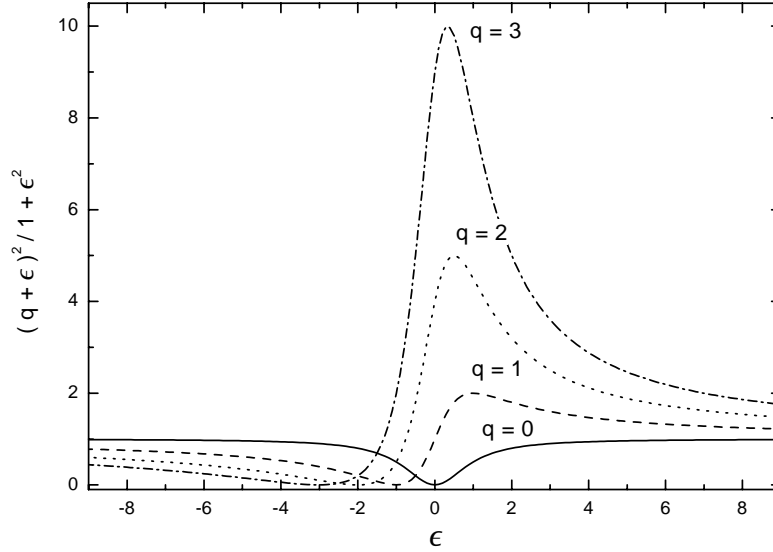


Abbildung 2.12: Linienform einer autoionisierenden Resonanz in Abhängigkeit vom Fano-Parameter  $q_{idf}$ . Für  $q_{idf} \rightarrow -q_{idf}$  ergibt sich eine an  $\epsilon_d = 0$  gespiegelte Linienform.

mit  $M_{i \rightarrow f}^{RR}$  das Matrixelement für RR (siehe auch Gleichung 2.14). Folgt man der störungstheoretischen Behandlung der Photorekombination, wie sie in den bisherigen Kapiteln verfolgt wurde, erhält man für den Interferenzbeitrag zum Photorekombinationsquerschnitt [ZGS97]

$$\sigma_{fi}^{\text{Int}} = \sigma_{fi}^{\text{DR}} \cdot \frac{2\Gamma_d^{\text{tot}}}{\Gamma_{d \rightarrow i}^{\text{Aug}}} \cdot \left[ \frac{2\epsilon_d}{\Gamma_d^{\text{tot}}} \cdot \text{Re} \left( \frac{1}{q_{idf}} \right) + \text{Im} \left( \frac{1}{q_{idf}} \right) \right]. \quad (2.31)$$

Tatsächlich erwartet man in einer ganzen Reihe von Fällen Interferenzen, jedoch ist der Nachweis im Experiment sehr schwer. Zunächst einmal müssen, damit der Interferenzeffekt ausgeprägt ist, die Amplituden von resonantem und nicht resonantem Beitrag ähnlich groß sein. Bei Energien, die deutlich von 0 verschieden sind, ist auch der RR-Querschnitt klein, und entsprechend darf auch die Resonanzstärke nicht deutlich größer sein. Eine solche schwache Resonanz kann sehr leicht von den nicht interferierenden DR- und RR-Beiträgen überdeckt werden und ist dann nur schwer nachweisbar [BJO<sup>+</sup>00]. Da ein eindeutiger Nachweis am besten über die asymmetrische Linienform geführt werden kann, muß zu dem die experimentelle Energieauflösung hoch sein oder die Linie eine große natürliche Breite besitzen. Um mögliche Kandidaten für Interferenzeffekte einfacher aus Rechnungen zu extrahieren, haben Behar et al. [BJO<sup>+</sup>00, Beh99] den Parameter

$$R_{\text{int}} = \left| \frac{\sigma_{fi}^{\text{Int}}(E_{1/2})}{\sigma_{fi}^{\text{DR}}(E_{1/2})} \right| = \frac{4}{\Gamma_{d \rightarrow f}^{\text{Aug}}} \cdot \frac{\Gamma_d^{\text{tot}}}{2 \cdot |q_{idf}|} \quad (2.32)$$

als Maß für die Stärke der Interferenz vorgeschlagen.  $R_{\text{int}}$  ist sensitiv auf die Asymmetrie der Resonanzlinie und gibt das Verhältnis der Querschnitte von DR und dem Interferenzbeitrag bei  $E_{1/2} = E_{\text{res}} \pm \Gamma/2$  an. Bei dieser Energie besitzt der Interferenzbeitrag gerade ein Maximum bzw. ein Minimum.

Einen im Experiment nachweisbaren Interferenzbeitrag erwartet man wegen der großen natürlichen Linienbreite am ehesten in schweren, hochgeladenen Ionen. Für diese werden im Bereich der KLL-Resonanzen deutlich DR-RR-Interferenzmuster vorhergesagt [PRB<sup>+</sup>95, ZGS97]. Solche asymmetrischen Linienform wurden von Knapp et al. [KBC<sup>+</sup>95] bei Messungen, die an der Elektronenstrahl-Ionenfalle (engl. *electron beam ion trap*, EBIT) in Livermore durch geführt wurden, auch beobachtet. Bei diesen Messungen wurden die Elektronenenergie der EBIT auf die Resonanzenergie eingestellt und gleichzeitig die im Rekombinationsprozeß emittierten Photonen spektroskopiert. Dieses Verfahren hat gegenüber den Speicherring-Messungen den Vorteil, den Zerfall des doppelt angeregten Zwischenzustands zustandsselektiv zu beobachten. Die Interpretation der Meßergebnisse als Interferenzen, gleichwohl wahrscheinlich, ist jedoch nicht zwingend [Zim96], da sich in der Ionenfalle gleichzeitig 9 verschiedene Ladungszustände ( $U^{82+}$  bis  $U^{90+}$ ) befunden haben, von denen 4 verschiedene mit unterschiedlichen Intensitäten im entsprechenden Energiebereich zum Spektrum beitragen. Ein direkter Vergleich mit der Theorie ist dort also nicht möglich. Eine Messung dieser Resonanzen an einem Speicherring kann zur Zeit nicht durchgeführt werden, da die erforderlich hohe Relativenergie von 69 keV bei den Experimenten am Elektronenkühler nicht erreicht wird.

Alternativ dazu haben Gorczyca et al. [GPRB97] für das Vielelektronenion  $Sc^{3+}$  eine stark asymmetrische Resonanzlinie des doppelt angeregten  $Sc^{2+}$  ( $3s^2 3p^5 3d^2 \ ^2F$ ) Zustands vorhergesagt, der durch einen sehr schnellen Auger-Übergang eine Breite von nahezu 2 eV bei 15 eV Relativenergie besitzt. Eine solche Linie konnte experimentell aber weder bei  $Sc^{3+}$  [SBB<sup>+</sup>99b] noch bei dem isoelektronischen  $Ti^{4+}$  [SBB<sup>+</sup>98] nachgewiesen werden. Die Qualität der Messungen mit  $Sc^{3+}$  war durch einen hohen Untergrund und eine niedrige Ereigniszählrate limitiert, so daß keine Auswertung von Linienformen im angegebenen Energiebereich durchgeführt werden konnte. Bei  $Ti^{4+}$  konnte bei der berechneten Resonanzenergie, die hier ca. 3 eV beträgt, trotz diesmal guter experimenteller Bedingungen, keine entsprechende Linie gefunden werden. Es sprechen jedoch einige Indizien dafür, daß die gesuchte Linie beim Titan um nahezu 2,6 eV gegenüber der Theorie zu niedrigeren Energien hin verschoben ist. Damit liegt sie wegen der großen Breite zu einem großen Anteil unterhalb der Schwelle, und eine Analyse der Linienform kann ebenfalls nicht durchgeführt werden [SBB<sup>+</sup>98]. Zur Klärung dieses Problems soll in naher Zukunft die Messung für  $Sc^{3+}$  unter verbesserten Bedingungen wiederholt werden.



## 2.2 Atomare Struktur schwerer Ionen mit wenigen Elektronen

Im Kapitel 2.1 wurde im wesentlichen der dynamische Aspekt des Rekombinationsprozesses behandelt. In den folgenden Abschnitten soll nun ein kurzer Abriss über die theoretische Beschreibung der atomaren Struktur, insbesondere von schweren Ionen mit wenigen Elektronen, gegeben werden. Die dabei zu Grunde liegende Theorie ist die Quantenelektrodynamik (QED). Sie vereinigt die Gedankengebäude der Quantenmechanik, der speziellen Relativitätstheorie und der Elektrodynamik. Im engeren Sinne versteht man unter QED-Effekten jedoch diejenigen Anteile, die über die relativistische Dirac-Theorie hinausgehen. In der QED wird die elektromagnetische Wechselwirkung durch den *Austausch* eines oder mehrerer Photonen zwischen geladenen Teilchen beschrieben. Die Stärke der Kraft zwischen zwei Elementarladungen wird durch die elektromagnetische Kopplungskonstante, die Feinstrukturkonstante  $\alpha \approx 1/137$  bestimmt, wobei jedes Photon einer Ordnung in der Kopplungskonstante  $\alpha$  entspricht. Entsprechend ist  $Z\alpha$  ein Maß für die Kraft zwischen Elektron und Atomkern. Da die Kopplungskonstante  $\alpha$  klein ist, braucht man selbst für eine genaue theoretische Vorhersage häufig nur die niedrigsten Ordnungen in  $\alpha$  zu berücksichtigen.

Die Anteile zur Bindungsenergie, die sich nicht im Rahmen der Dirac-Theorie beschreiben lassen, die also die Erweiterungen der QED benötigen, nennt man auch *radiative Korrekturen*. In den Feynman-Diagrammen sind sie entweder durch einen geschlossenen Elektronenloop (Erzeugung und Vernichtung eines Elektron-Positron-Paares) gekennzeichnet, oder durch das Emittieren und Reabsorbieren eines virtuellen Photons durch dasselbe Elektron.

Die QED gilt heute als die genaueste und am besten verifizierte physikalische Theorie, daher ist es von besonderem Interesse, sie auf ihren Gültigkeitsbereich bzw. auf ihre möglichen Grenzen hin zu untersuchen. Von großer Bedeutung ist hier der Bereich extremer elektrischer oder magnetischer Felder, wie sie in Kernnähe der schwersten Atome auftreten. Beispielsweise ist das mittlere elektrische Feld, das ein  $1s$ -Elektron im Uran erfährt, mit  $\sim 2 \cdot 10^{16}$  V/cm um mehr als 6 Größenordnungen stärker als für ein  $1s$ -Elektron in Wasserstoff. Dieser Wert ist beinahe so groß, wie die kritische Feldstärke, bei der spontane Paarerzeugung erfolgt<sup>9</sup>, so daß hier durchaus deutliche Differenzen zur QED in schwachen Feldern auftreten können (siehe auch [MS96]).

Zudem sind die Wellenfunktionen für schwere Ionen durch die Relativistik über die Bohrsche  $1/Z$  Skalierung hinaus kontrahiert. Für die am stärksten gebundenen Elektronen ist der Atomkern kein punktförmiges, strukturloses Gebilde mehr, und

---

<sup>9</sup>Die kritische Feldstärke  $f_{kr}$  wird dadurch abgeschätzt, daß sich das elektrische Potential über eine Distanz von der Größe der Compton-Wellenlänge um  $2m_e c^2/e$  ändert, d.h.  $F_{kr} \sim 2 \times 511 \text{ kV} / 386 \text{ fm} \approx 2,6 \cdot 10^{16}$  V/cm [GR95].

die Elektronen besitzen eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Kernort. So ist das Überlappintegral der 1s-Elektronenorbitals mit dem Atomkern in Uran  $2,7 \cdot 10^{-5}$ , verglichen mit  $1,2 \cdot 10^{-14}$  im Wasserstoff [MPS98].

Auch benötigt man für solch schwere Ionen einen anderen mathematischen Formalismus als für Wasserstoff bzw. für leichte Ionen. Für niedrige Kernladungszahlen  $Z$  kann man die elektromagnetische Kopplung zwischen Elektron und Kern in Potenzen von  $\alpha Z$  entwickeln. Für schwere Ionen konvergiert diese Entwicklung nur schlecht, da  $\alpha Z \rightarrow 1$ . Dieses Problem umgeht man mit Verfahren, in denen die Wechselwirkung des Elektrons mit dem Kernpotential grundsätzlich in allen Ordnungen  $\alpha Z$  berücksichtigt wird [PS99].

Im folgenden werden die Korrekturen zur Bindungs- bzw. Übergangsenergie, die über die Dirac-Theorie hinausgehen, für Ein- und für Mehrelektronensysteme besprochen. Ein besonderes Augenmerk wird dabei auf den Einfluß des Atomkerns gelegt.

### 2.2.1 Struktur von Eielektronensystemen

Zur Berechnung der atomaren Niveaus in einem wasserstoffähnlichen System geht man zunächst von der Dirac-Bindungsenergie für einen punktförmigen und unendlich schweren Atomkern aus (siehe z.B. [Sob92])

$$E_{n\kappa}^{\text{Dirac}} = m_e c^2 \left[ 1 + \left( \frac{Z\alpha}{n - K + \sqrt{K^2 - (Z\alpha)^2}} \right)^2 \right]^{-1/2} - m_e c^2, \quad (2.33)$$

mit  $K = |\kappa| = j + 1/2$ . Nach der Dirac-Theorie sind Energieniveaus mit gleichem Gesamtdrehimpuls  $j$  entartet. In ihrem berühmten Experiment konnten Lamb und Retherford jedoch nachweisen, daß zwischen dem  $2s_{1/2}$ -Zustand und dem  $2p_{1/2}$ -Zustand in Wasserstoff ein Energieabstand von ca. 1057,8 MHz vorhanden ist [LR47]. Die gemessenen Abweichungen zur Dirac-Theorie, die man auch als *Lamb-Verschiebung* bezeichnet, rühren beim Wasserstoff-Atom zum größten Teil von der Selbstenergie (SE) und der Vakuumpolarisation (VP) her. Abbildung 2.13 zeigt die Feynman-Diagramme für Selbstenergie und Vakuumpolarisation in erster Ordnung  $\alpha$  (1 Photon).

Zur Erklärung der Selbstenergie (Abbildung 2.13 (a)) nimmt man an, daß das gebundene Elektron ein virtuelles Photon, dargestellt durch die Schlangenlinie, emittiert und anschließend reabsorbiert. Während der kurzen Zeit, in der das Photon aufgrund des Heisenbergschen Unschärfepinzips existieren darf, kann sich das Elektron, unter Verletzung des Energieerhaltungssatzes, in einem beliebigen Energiezustand befinden (*off-shell*). Durch die momentane Änderung des Zustands des Elektrons ändert sich auch die Stärke seiner Wechselwirkung mit dem Feld des Atomkerns, und man erhält eine effektive Energieverschiebung [SBG<sup>+</sup>98].

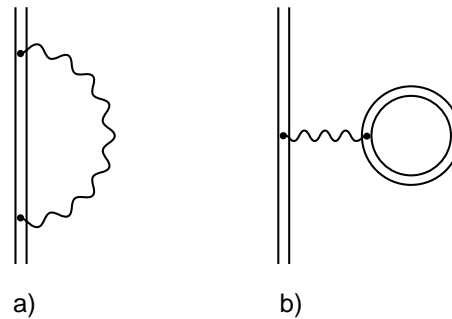


Abbildung 2.13: Feynman-Diagramme für Selbstenergie (a) und Vakuumpolarisation (b).

Bei der Vakuumpolarisation (Abbildung 2.13 (b)) werden durch das starke Feld des Kerns kurzzeitig virtuelle Elektron-Positron Paare erzeugt und wieder annihiliert (doppelter „Loop“ in Abbildung 2.13 (b)), die sich wie ein polarisierbares Medium verhalten. Die Richtung dieses „Polarisationseffektes“ führt zu einer stärkeren Bindung des Elektrons, also umgekehrt, wie man es von der „klassischen“ Ausrichtung von Dipolen in einem elektrischen Feld erwarten würde [PLSS93, SBG<sup>+</sup>98].

Wie bereits eingangs erwähnt, ist in schweren Ionen  $Z\alpha$  keine kleine Größe mehr, so daß hier die Entwicklung in  $Z\alpha$  fraglich ist. Tatsächlich tragen bei der Selbstenergie schon für mittlere  $Z \approx 50$  höherer Ordnungen in  $Z\alpha$  stärker zur Gesamtkorrektur bei als die Beiträge erste Ordnung. Bei der Vakuumpolarisation ist dies anders. Hier dominiert selbst für die schwersten Ionen die niedrigste Ordnung  $Z\alpha$ , das sog. Uehling-Potential [Ueh35], wohingegen die Wichmann-Kroll Korrekturen genannten Terme der Ordnungen  $(Z\alpha)^n$ , mit  $n \geq 3$  (vgl. Abbildung 2.14) deutlich kleiner sind. Generell tragen wegen des Furry-Theorems nur ungerade Potenzen in  $Z\alpha$  zur Vakuumpolarisation bei [GR95].

Neben den radiativen Korrekturen erhält man insbesondere bei schweren Ionen Beiträge zur Lamb-Verschiebung auf Grund von Struktur, Masse und endlicher Größe des Atomkerns. Diese werden im Abschnitt 2.2.2 gesondert beschrieben. Aber auch für die Stärke der radiativen Korrekturen ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons am Kernort  $|\Psi(0)|^2$  maßgeblich, daher sind QED-Effekte für  $s$ -Elektronen wesentlich stärker ausgeprägt als für Zustände mit höherem Drehimpuls. Dies erklärt auch, warum für größer werdende Hauptquantenzahl  $n$  die QED-Einflüsse schnell mit  $n^{-3}$  abnehmen. Die meisten QED-Beiträge besitzen eine führende  $Z^4$ -Abhängigkeit, so daß diese zur Darstellung häufig herausgerechnet wird.

Abbildung 2.14 zeigt einzelne Beiträge zur  $1s$ -Lamb-Verschiebung  $\Delta E_{\text{Lamb}}$  in

wasserstoffähnlichen Ionen [JS85]. Dargestellt ist die Funktion  $\mathcal{F}(Z\alpha)$ , die durch

$$\Delta E_{\text{Lamb}} = \frac{\alpha (Z\alpha)^4}{\pi n^3} \cdot \mathcal{F}(Z\alpha) \cdot m_e c^2 \quad (2.34)$$

definiert ist. Für leichte Ionen wird die Lamb-Verschiebung ganz wesentlich von der Selbstenergie bestimmt. Z.B. trägt in Wasserstoff die Vakuumpolarisation nur zu ungefähr 1/40 zur Lamb-Verschiebung bei, der Einfluß der endlichen Kernaushdehnung ist mehrere Größenordnungen geringer. Mit steigender Kernladungszahl nimmt der Anteil der Vakuumpolarisation an der Lamb-Verschiebung immer stärker zu, so daß bei wasserstoffähnlichem Uran der Beitrag zur radiativen Korrektur durch die Vakuumpolarisation ca. 1/4 des Wertes für die Selbstenergie ausmacht. Allerdings haben die Energieverschiebungen durch Selbstenergie und Vakuumpolarisation unterschiedliche Vorzeichen. Die Selbstenergie führt zu einer Lockerung der Bindung, wohingegen die Vakuumpolarisation die Bindung des Elektrons verstärkt.

Es ist interessant zu sehen, auf welchem Niveau bei den schweren Ionen Prozesse zur Energieverschiebung beitragen, über die man gewöhnlich kein Wort verliert. Als Beispiel mag hier die Berechnung der myonischen Vakuumpolarisation dienen [FS91]. Der Feynman-Graph ist analog zu Abbildung 2.13 (b), nur wird im Kern-

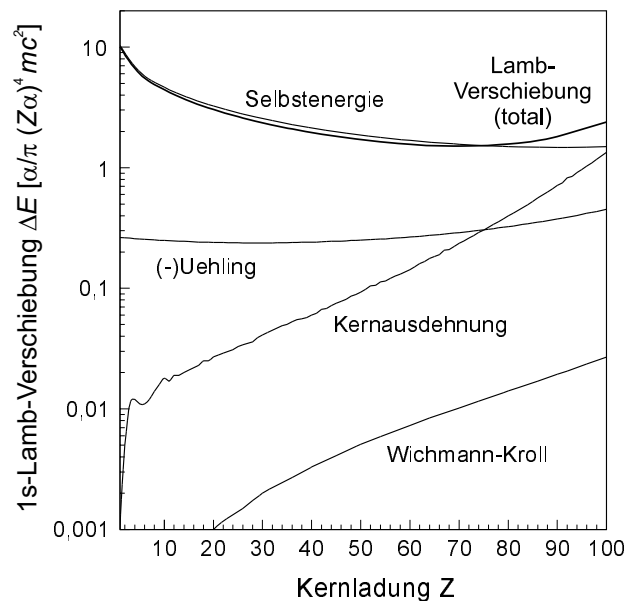


Abbildung 2.14: Verschiedene Beiträge zur 1s-Lamb-Verschiebung in wasserstoffähnlichen Ionen nach [JS85]. Dargestellt ist die Funktion  $\mathcal{F}(Z\alpha)$  (Gleichung 2.34). Die Anteile zur Vakuumpolarisation in 1. Ordnung  $Z\alpha$  (Uehling) und höheren Ordnungen (Wichmann-Kroll) sind getrennt dargestellt.

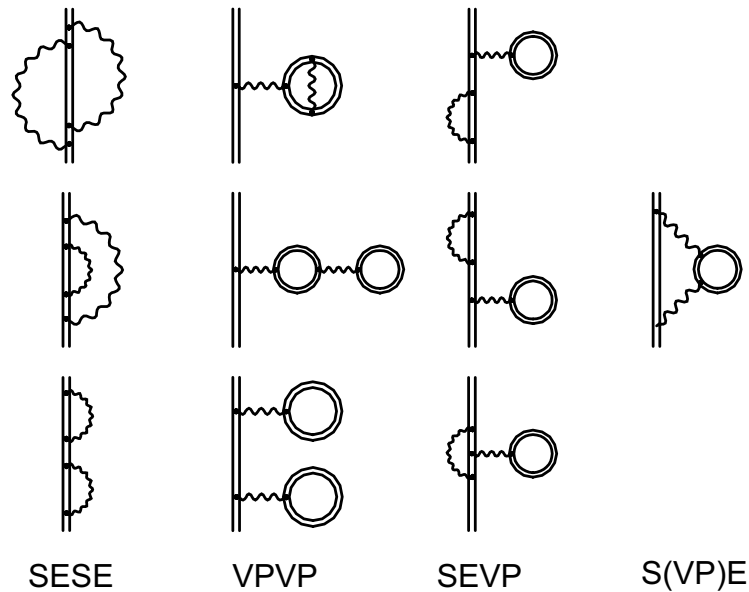


Abbildung 2.15: Feynman Diagramme für Einelektronen-QED-Korrekturen der Ordnung  $\alpha^2$  nach [MPS98].

feld nicht ein Elektron-Positron-Paar, sondern ein Myon-Antimyon-Paar gebildet. Für die  $s$ -Elektronen-Bindungsenergie in wasserstoffähnlichem Uran ergibt sich immerhin eine Korrektur von einigen hundertstel eV.

Für Vergleiche mit heutigen Präzisionsexperimenten wichtiger ist die Berechnung radiativer Korrekturen, die über die erste Ordnung  $\alpha$  hinausgehen. Abbildung 2.15 zeigt einige der 2-Photonen-Feynman-Graphen, die für die Ordnung  $\alpha^2$  berechnet werden müssen. Diese sind ca. einen Faktor  $\alpha/\pi \approx 1/430$  kleiner als die Beiträge in erster Ordnung und liegen für die K- und L-Schale schwerer Ionen in der Größenordnung zehntel eV bis eV. Eine detaillierte Diskussion dieser Anteile findet man zum Beispiel in [MPS98, BAE<sup>+</sup>99, Stö98].

Stärker noch als die radiativen Korrekturen steigt der Beitrag auf Grund der Einflüsse des Atomkerns, insbesondere dessen räumlicher Ausdehnung. Dies wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

## 2.2.2 Wechselwirkung mit dem Atomkern

Bei der Berechnung der Dirac-Energien geht man zunächst von einem unendlich schweren Atomkern aus. Man muß jedoch berücksichtigen, daß Elektronen und Kern eine gemeinsame Schwerpunktsbewegung durchführen. Die Energien aus Gleichung 2.33 müssen also entsprechend korrigiert werden. Per Konvention

wird der nichtrelativistische Anteil dieser Korrektur

$$\Delta E_{n\kappa}^{rm} = -\frac{m_{el}}{m_{el} + m_{ion}} E_{n\kappa}^{Dirac} \quad (2.35)$$

nicht mit zur Lamb-Verschiebung hinzugerechnet [SBG<sup>+</sup>98]. Eine relativistisch exakte Behandlung, wie sie für schwere Ionen durchgeführt werden muß, findet sich in [ASY95]. Die Korrektur durch den relativistischen Kernrückstoß (engl. *relativistic nuclear recoil*) beträgt für die 1s-Lamb-Verschiebung in schweren Ionen einige zehntel eV.

Von großer Bedeutung bei Systemen mit hoher Kernladungszahl ist der Einfluß, den die endliche Ausdehnung des Kerns auf die Energieeigenwerte hat (vgl. Abbildungen 2.14 und 2.19). Zum Vergleich mit den Energien, die man für einen punktförmigen Kern erhält, ersetzt man das Coulomb-Potential im Dirac-Hamilton-Operator durch ein realistischeres Kernpotential  $V_{Kern}$  für einen ausgedehnten Kern. Dieses wird typischerweise als sphärisch symmetrisch  $V_{Kern} = V_{Kern}(r)$  angenommen und kann aus der Ladungsdichteverteilung  $\rho_{Kern}$  durch Lösen der Poisson-Gleichung bestimmt werden [PS99]:

$$V_{Kern}(r) = -e \left[ \frac{1}{r} \int_0^r dr' r'^2 \rho_{Kern}(r') + \int_r^\infty dr' r' \rho_{Kern}(r') \right]. \quad (2.36)$$

Um den Einfluß der gewählten Kernform ( $\delta E^{Form}$ ) von den Korrekturen, die man durch Verwendung unterschiedlicher Kerngrößen ( $\delta E^{Größe}$ ) erhält, zu entkoppeln, vergleicht man die verschiedenen Kernformen bei konstant gehaltenem mittleren quadratischem Radius (engl. *root mean square*, rms).

$$R_{rms} \equiv \langle r^2 \rangle^{1/2} = \left[ \frac{4\pi}{Ze} \int_0^\infty dr' r'^2 \rho_{Kern}(r') \right]^{1/2}. \quad (2.37)$$

Die zwei Kernmodelle, die in Strukturrechnungen am häufigsten eingesetzt werden, sind die *zweiparametrische Fermi-Verteilung* und die *homogen geladene Kugel*. Die Ladungsdichte  $\rho_{Kern}$  für eine Fermi-Verteilung ist durch

$$\rho_{Kern}^{Fermi}(r) = \frac{N}{1 + \exp((r - c)/a)} \quad \text{mit} \quad a = t/4 \ln 3 \quad (2.38)$$

gegeben [YAB<sup>+</sup>99]. Die Normierungskonstante  $N$  erhält man aus

$$N = \frac{3}{4\pi c^3} \left( 1 + \frac{\pi^2 a^2}{c^2} \right). \quad (2.39)$$

$c$  ist der Radius, bei dem die Ladungsdichte auf die Hälfte ihres Wertes abgefallen ist:

$$c = \sqrt{\frac{5}{3} R_{rms}^2 - \frac{7}{3} a^2 \pi^2}. \quad (2.40)$$

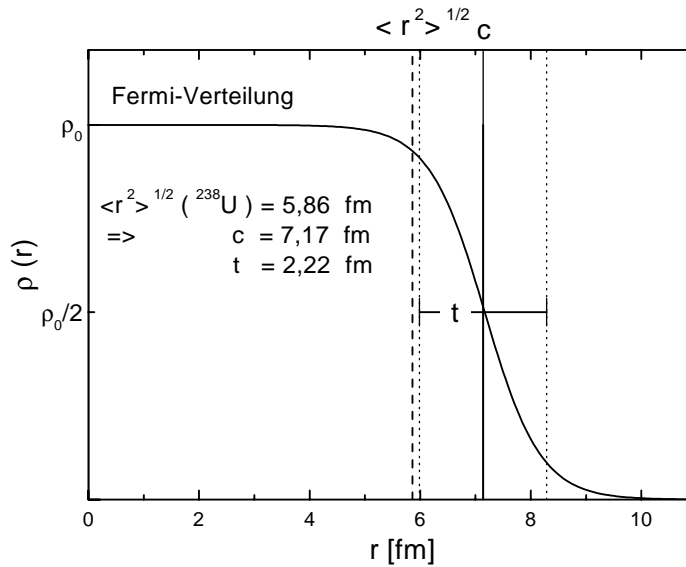


Abbildung 2.16: Fermi-Verteilung  ${}^{238}\text{U}$  mit  $R_{\text{rms}}=5,8604 \text{ fm}$  und  $a = 0,5046 \text{ fm}$  [ZST+84, YAB+99].

Der zweite Parameter  $t$  der Fermi-Verteilung ist ein Maß für die Verschmierung des Kernrands und ist die Differenz für die beiden Radien, bei denen die Ladungsdichte von 90% auf 10% ihres Wertes abgefallen ist. Für  $t \rightarrow 0$  geht die Fermi-Verteilung in eine homogen geladene Kugel über. Abbildung 2.16 zeigt eine Fermi-Verteilung für einen  ${}^{238}\text{U}$ -Atomkern mit  $R_{\text{rms}} = 5,8604 \text{ fm}$  und  $a = 0,5046 \text{ fm}$  [ZST+84, YAB+99]. Bei der Wahl dieser Parameter beträgt der Unterschied zur Bindungsenergie für einen Punktkern beim  $1s_{1/2}$ -Zustand  $198,82 \text{ eV}$  [SBG+98]. Wählt man statt einer Fermi-Verteilung eine homogene Kugel mit gleichem  $R_{\text{rms}}$ , d.h.

$$\rho_{\text{Kern}}^{\text{Kugel}}(r) = \frac{3}{4} \frac{Ze}{\pi R_0^3} \cdot \Theta(r - R_0) \quad \text{mit} \quad R_0 = \sqrt{5/3} \cdot R_{\text{rms}}, \quad (2.41)$$

so ist dieser Wert nochmals um  $0,36 \text{ eV}$  größer [FS91, SBG+98]. Dieser Unterschied zwischen einer homogenen Ladungsverteilung und einer Fermi-Verteilung kann einer Abschätzung für die theoretische Unsicherheit aufgrund der unbekannt Kernform dienen (z.B. [YJL+94, SBG+98, YAB+99]). Dabei sollte man nicht vergessen, daß die meisten Kerne überhaupt nicht sphärisch symmetrisch, sondern deformiert sind, und daß die Ladungsdichte im allgemeinen nicht homogen im Kern verteilt ist.

Wie man schon aus dem absoluten Wert von  $\delta E^{\text{Größe}}$  vermuten kann, sind die Unterschiede bei der Wahl verschiedener rms-Radien zum Teil beträchtlich, so daß die Genauigkeit, mit der Kernparameter bestimmt sind, eine untere Grenze für

den Test der QED in starken Feldern darstellt. Die Fehler auf Grund der Unsicherheit in der Kerngröße geben Beier et al. [BMP<sup>+</sup>97] für verschiedene schwere, wasserstoffähnliche Ionen an. Für den 1s-Zustand in  $^{197}\text{Au}$ ,  $^{232}\text{Th}$  und  $^{238}\text{U}$  liegt der Fehler zwischen 0,1 eV und 0,16 eV. Allerdings sind für das doppelt magische  $^{208}\text{Pb}$  die Unsicherheiten um eine Größenordnung geringer, so daß Blei für einen Test der QED in starken Felder besser geeignet erscheint als die anderen untersuchten Spezies.

Neben dem direkten Einfluß auf die Dirac-Bindungsenergien durch die Berücksichtigung einer endlichen Kerngröße, stellt sich die Frage, in wie weit Kernparameter einen Einfluß auf die radiativen Korrekturen haben. Beier et al. [BPS97, BJPS98] haben herausgehoben, daß der Einfluß der Kernaussdehnung auf die QED Korrekturen in Ordnung  $\alpha$  von derselben Größenordnung mit sich bringt, wie die radiativen Korrekturen in Ordnung  $\alpha^2$ . Dies sei mit Hilfe von Abbildung 2.17 für den 1s-Zustand von  $\text{U}^{91+}$  dokumentiert. Schon kleine Abweichungen vom Referenzpunkt, bei dem Selbstenergie und Vakuumpolarisation mit dem aktuell akzeptierte Wert [ZST<sup>+</sup>84] von  $R_{\text{rms}} = 5,8604$  fm für  $^{238}\text{U}$  berechnet wurden, führen

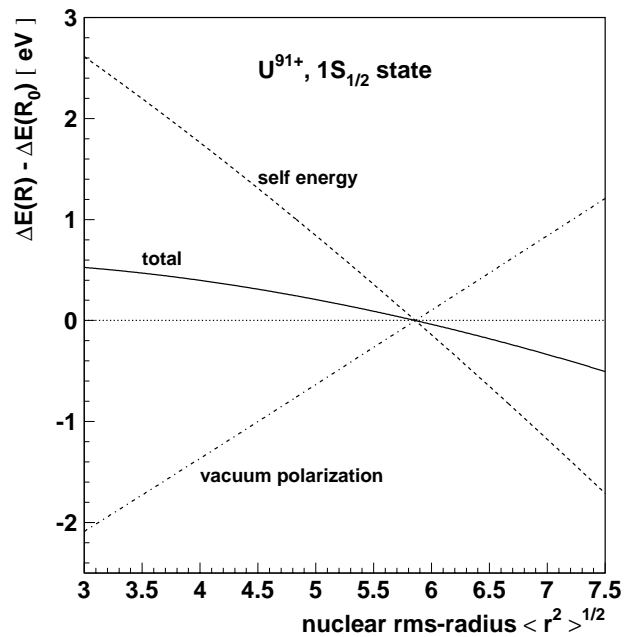


Abbildung 2.17: Änderung der Selbstenergie und der Vakuumpolarisation für verschiedene  $R_{\text{rms}}$ . Dies ist der Einfluß der Kernaussdehnung auf die *radiativen Korrekturen*, im Gegensatz zur Änderung der Dirac-Bindungsenergie durch die endliche Kernaussdehnung (siehe dazu Abbildung 2.14). Das Bild wurde [BJPS98] entnommen.



zu Energieverschiebungen von einigen zehntel eV. Da Selbstenergie und Vakuum-polarisation ein unterschiedliches Vorzeichen haben, ist die totale Energiedifferenz deutlich geringer.

Über die bisher beschriebenen Korrekturen hinaus muß man berücksichtigen, daß der Atomkern nicht strukturlos ist. Der Überlapp der elektronischen Wellenfunktion mit dem Kern führt dazu, daß die inneren Freiheitsgrade des Kerns angeregt werden können. Die daraus entstehende Energieverschiebung nennt man Kernpolarisation (engl. *nuclear polarization*). Sie liegt für das 1s-Elektron in wasserstoffähnlichem  $^{238}\text{U}$  bei  $180 \text{ meV}^{10}$  [PS95], wobei für den Wert eine Unsicherheit von 25% angegeben wird. Dieser rührt im wesentlichen von den nur ungenau bekannten nuklearen Daten, die in die Rechnungen eingehen, her.

Auf der anderen Seite kann man die starke Abhängigkeit von den Eigenschaften des Atomkerns gerade dazu nutzen, bestimmte Kernparameter durch spektroskopischen Untersuchungen schwerer hochgeladener Ionen im Wechselspiel zwischen Theorie und Experiment zu bestimmen. Besonders geeignet sind hierzu Differenzmessungen für verschiedene Isotope, da viele Korrekturen sich gegenseitig aufheben oder vernachlässigbar werden. Die Spektroskopie von schweren Ionen mit wenigen Elektronen ist dabei komplementär zu „klassischen“ Verfahren wie Spektroskopie von  $K_\alpha$ -Röntgenstrahlung in neutralen Atomen oder der Spektroskopie von myonischen Atomen. Verglichen mit neutralen Atomen sind bei Wenigelektronensystemen die Unsicherheiten aus den benötigten Atomstrukturrechnungen geringer. Zudem ist der Anteil der spezifischen Massenverschiebung an der Isotopieverschiebung vernachlässigbar [EBC96]. Gegenüber myonischen Atomen, bei denen das Myon eine hohe Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Kernort besitzt, läßt sich der relative Anteil der Korrekturen durch Kernpolarisation genauer bestimmen [PS95]. Die Isotopieverschiebung in Ionen mit wenigen Elektronen ist daher im wesentlichen sensitiv auf die Ladungsverteilung im Kern.

So haben beispielsweise Elliott et al. [EBC96, EBC<sup>+</sup>98] in einer EBIT die Differenz  $\delta\langle r^2 \rangle$  zwischen dem Kernradius von  $^{238}\text{U}$  und Uranisotopen mit  $A = 233 \dots 236$  durch Spektroskopie der  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$  Übergänge in lithium- bis kohlenstoffähnlichen Uranionen mit hoher Präzision bestimmt. Die gemessenen Isotopieverschiebungen liegen dabei bei ca. 0,3-0,4 eV, ein Wert, der auch bei DR-Messungen an Speicherringen leicht nachzuweisen sein sollte [BTB<sup>+</sup>98]. Hier hätte man den zusätzlichen Vorteil, daß zwei Serien von Resonanzen, die zu den Aufspaltungen  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$  und  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$  gehören, gleichzeitig untersucht werden können. Wegen des unterschiedlichen Überlapps der  $2p_{1/2^-}$  und der  $2p_{3/2^-}$ -Wellenfunktion mit dem Kern besitzen sie eine unterschiedliche Isotopieverschiebung.

---

<sup>10</sup>Der Wert in [PS95] muß durch  $2\pi$  geteilt werden, siehe [PS96]

### 2.2.3 Struktur von Mehrelektronensystemen

Die Einschränkung der Untersuchung der QED auf wasserstoffähnliche Systeme besitzt den Vorteil, daß Einflüsse durch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung nicht berücksichtigt werden müssen. Vor beinahe 10 Jahren hat ein Experiment von Schweppe et al. [SBB<sup>+</sup>91] zur Lamb-Verschiebung in lithiumähnlichen Uran, –nicht zuletzt aufgrund der sehr geringen experimentellen Unsicherheit–, das theoretische Interesse für schwere Mehrelektronensysteme erheblich stimuliert. Der „Nachteil“, daß man es nun nicht mehr mit einem elementaren atomaren System zu tun hat, wird durch die hohe Präzision kompensiert, die man bei lithiumähnlichen Ionen erreichen kann. Typische Meßfehler, wie man sie bei der Spektroskopie für die Messung von  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ - und  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$ -Übergangsenergien in mittelschweren und schweren Ionen erhält, sind dabei so gering, daß man sensitiv auf QED-Korrekturen in zweiter Ordnung in  $\alpha$  ist (vgl. Abbildung 2.19 sowie [BSH<sup>+</sup>99, YAB<sup>+</sup>99] und den darin zitierten Referenzen). Die Bestimmung der  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$  Aufspaltung besitzt den zusätzlichen Reiz, daß die radiativen Korrekturen bei schweren Ionen einen großen Anteil der Energieaufspaltung ausmachen. Auf der anderen Seite sind natürlich gerade jener Mehrelektronenbeitrag sowie die zugehörigen radiativen Korrekturen eigenständige interessante Fragestellungen. Durch Vergleich zwischen Experiment und Theorie lassen sich so die Vor- und Nachteile der verschiedenen numerischen Verfahren zur Berechnung des Vielteilchenaspekts herausarbeiten. Die so gewonnenen Energien dienen dann als Grundlage für eine Berechnung der radiativen Anteile.

Heute werden im wesentlichen drei verschiedene Methoden zur Lösung des relativistischen Vielkörperproblems verwendet. Das sind zum einen die Variationsverfahren MCDF und RCI, die bereits im Abschnitt 2.1.2 besprochen wurden. Mit großem Erfolg, insbesondere für Ionen mit einem Valenzelektron, wurden in den letzten Jahren Rechnungen im Rahmen der relativistischen Vielteilchenstörungstheorie (engl. *relativistic many-body perturbation theory*, RMBPT) durchgeführt. Als Referenzzustand für die Störungsrechnung wird oft ein Hartree-Fock-Zustand für einen abgeschlossenen Elektronenrumpf gewählt. Als Störoperator wird die Differenz zwischen der Elektron-Elektron-Wechselwirkung und dem Hartree-Fock-Potential verwendet [Ind99]. Da für schwere Ionen mit wenigen Elektronen die Wechselwirkung zwischen Elektronen und Kern deutlich stärker ist als die Elektron-Elektron-Wechselwirkung, konvergiert das Verfahren für hochgeladene Ionen sehr schnell. Eine Diskussion der einzelnen Vielteilchennäherungsverfahren sowie deren optimale Anwendungsbereiche findet man in [Kim97, Ind99].

In der QED wird die Elektron-Elektron-Wechselwirkung durch den Austausch virtueller Photonen zwischen den Elektronen vermittelt (z.B. Diagramme ( $1h\nu$ -

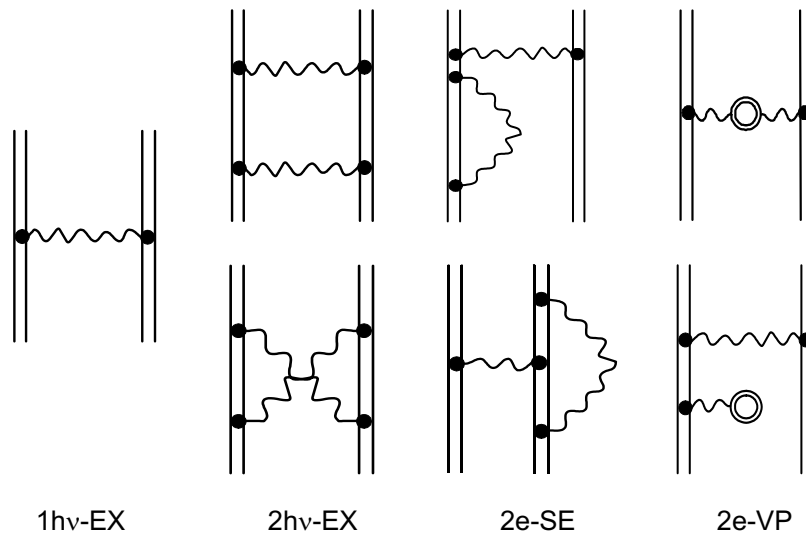


Abbildung 2.18: Feynman Diagramme für die Zweielektronen-Wechselwirkung. Der Graph links beschreibt den Austausch eines Photons ( $1h\nu$ -EX) zwischen zwei gebundenen Elektronen, die zwei Diagramme daneben den Austausch von 2 Photonen ( $2h\nu$ -EX). Die vier Diagramme auf der rechten Seite stellen radiative Korrekturen zum Einphotonenaustausch, nämlich die Zweielektronen-Selbstenergie ( $2e$ -SE) und die Zweielektronen-Vakuum polarisation ( $2e$ -VP), dar. Graphen dieses Typs werden auch *Abschirmkorrekturen* genannt.

EX) und ( $2h\nu$ -EX) in Abbildung 2.18).<sup>11</sup> Die darüber hinausgehenden radiativen Korrekturen sind bei Mehrelektronensystemen zweierlei. Zum einen hat man nach wie vor die Eielektronenkorrekturen ( $1e$ -SE und  $1e$ -VP), die für jedes einzelne Elektron analog zu wasserstoffähnlichen Ionen berechnet werden (siehe vorangegangener Abschnitt). Auf der anderen Seite stehen die radiativen Korrekturen zum Photonenaustausch zwischen den Elektronen, die bisweilen auch *Abschirmkorrekturen* genannt werden. Abbildung 2.18 zeigt Feynman-Graphen für die Zweielektronen-Wechselwirkung der Ordnungen  $\alpha$  und  $\alpha^2$ .

Bei lithiumähnlichen Ionen unterscheidet man zwischen Rumpf-Rumpf-Abschirmkorrekturen, also zwischen den zwei K-Elektronen und Rumpf-Valenz-Abschirmung zwischen den K-Elektronen und dem L-Elektron. Für die Berechnung der  $\Delta n = 0$  Übergangsenergien heben sich die Beiträge der Rumpf-Rumpf-Abschirmung gerade auf. Für nicht äquivalente Elektronen muß man bei der Berechnung der Feynman-Diagramme weiterhin die Ununterscheidbarkeit der Elektronen berücksichtigen [Blu93, Blu94].

<sup>11</sup>Im Term für den Einphotonenaustausch ist u.a. die statische Coulomb-Wechselwirkung und die retardierte Breit-Wechselwirkung (Gleichung 2.25) enthalten [LPSL95, GR95].

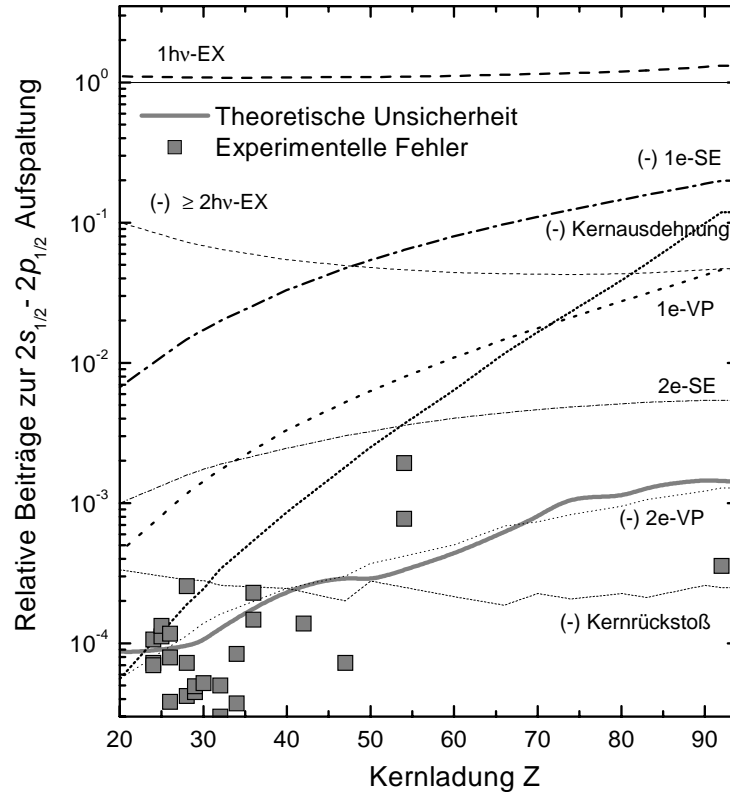


Abbildung 2.19: Relative Beiträge zur  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$  Lamb-Verschiebung in lithiumähnlichen Ionen nach [YAB<sup>+</sup>99] und experimentelle Fehler. Die berücksichtigten Beiträge sind: Einphotonenaustausch ( $1h\nu$ -EX), Mehrphotonenaustausch ( $\geq 2h\nu$ -EX), Kernaussdehnung, Kernrückstoß, Kernpolarisation (relativer Beitrag  $< 3 \cdot 10^{-5}$ ), Einelektronen-Selbstenergie (1e-SE), Einelektronen-Vakuumpolarisation (1e-VP), Zweielektronen-Selbstenergie (2e-SE) und Zweielektronen-Vakuumpolarisation (2e-VP). Die Daten für die experimentellen Unsicherheiten wurden [BSH<sup>+</sup>99] entnommen.

Die relativen Beiträge zur  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung entlang der Li-isoelektronischen Sequenz nach einer Rechnung von Yerokhin et al. [YAB<sup>+</sup>99] sind in Abbildung 2.19 zusammengefaßt. Bei wasserstoffähnlichen Ionen ist diese Aufspaltung, die Lamb-Verschiebung, ausschließlich auf QED- und Kerneffekte zurückzuführen, und der  $2p_{1/2}$ -Zustand ist fester als der  $2s_{1/2}$ -Zustand gebunden. Bei lithiumähnlichen Ionen kehrt die Elektron-Elektron-Wechselwirkung die Reihenfolge der beiden Niveaus gerade um.

Die in Abbildung 2.19 angegebenen theoretischen Unsicherheiten stammen im wesentlichen aus den nur ungenau bekannten Beiträgen für den Austausch von zwei und mehr Photonen, bisher nicht ab initio berechneten Einelektronenbeiträgen

der Ordnung  $\alpha^2$  und den Unsicherheiten in den Kernparametern. In einer kürzlich erschienenen Veröffentlichung von Yerokhin et al. [YAS<sup>+</sup>00] wurde erstmals der Zweiphotonenaustausch für  $U^{89+}$  in einer strikten QED-Behandlung berechnet, wodurch die theoretische Unsicherheit für dieses Ion auf ungefähr die Hälfte absinkt. Zum Vergleich wurden die Fehlergrenzen zahlreicher Experimente mit in das Bild aufgenommen. Sie demonstrieren die hohe Genauigkeit, mit der die Überprüfung von Elektronenkorrelation und QED Rechnungen durchgeführt werden kann. Auffällig ist auch, daß es für  $Z > 54$  bisher nur ein einziges Präzisionsexperiment, nämlich das von Schweppe et al. [SBB<sup>+</sup>91] gibt. Etwas besser stellt sich die Situation für die  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$ -Aufspaltung dar, für die eine Reihe experimenteller Daten an der EBIT in Livermore gewonnen wurden [BKM<sup>+</sup>93, BOE<sup>+</sup>95, BOS<sup>+</sup>98]. Andere Rechnungen für die  $2s - 2p$ -Aufspaltung in lithiumähnlichen Ionen findet man u.a. in [Blu93] (RMBPT), [KBID91] (MCDF bzw. RCI), [ID90, SMP<sup>+</sup>98] (MCDF) oder [CCJS95] (RCI).



# Kapitel 3

## Experimenteller Aufbau und Durchführung

Zur Untersuchung von Stoßprozessen zwischen freien Elektronen und hochgeladenen, schweren Ionen bis hinauf zu nacktem Uran gibt es weltweit zur Zeit nur zwei Experimentiereinrichtungen. Zum einen ist dies die Super-EBIT (*electron beam ion trap*) in Livermore und der Speicherring ESR der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt. Die hier vorgestellten Versuche zur Photorekombination lithiumähnlicher Ionen wurden am Experimentierspeicherring (ESR) der GSI durchgeführt.

Der folgende Abschnitt gibt einen Überblick über den experimentellen Aufbau und die Durchführung des Experiments. Dazu wird zunächst der Beschleunigerkomplex der GSI vorgestellt, sowie detailliert der Speicherring ESR, dessen Elektronenkühler und die dort vorhandene Strahl- bzw. Experimentdiagnose. Im weiteren wird das Meßprinzip vorgestellt und die Bestimmung der relevanten Meßgrößen Relativenergie, Reaktionszählrate, Elektronen- und Ionenstrom beschrieben.

### 3.1 Der Beschleunigerkomplex der GSI

Um Ionen eines bestimmten Ladungszustands zu erzeugen, muß durch einen Stoßprozeß mindestens die Bindungsenergie des Elektrons aufgebracht werden. Diese ist z.B. für das letzte Elektron im Uran ca. 131 keV. Für eine effektive Ionisation ist allerdings eine Energie notwendig, die deutlich oberhalb dieses Schwellenwertes liegt. In einer EBIT wird dieser Betrag direkt durch einen energiereichen Elektronenstrahl aufgebracht, der gleichzeitig den radialen Einschluß der erzeugten Ionen gewährleistet. Diese Ionen können nun aus der Falle extrahiert werden oder stehen in situ für spektroskopische Untersuchungen zur Verfügung. Für nähere Information sei auf [SSSLU99, Kna95] verwiesen.

In einer Beschleunigeranlage erreicht man einen hohen Ladungszustands im All-

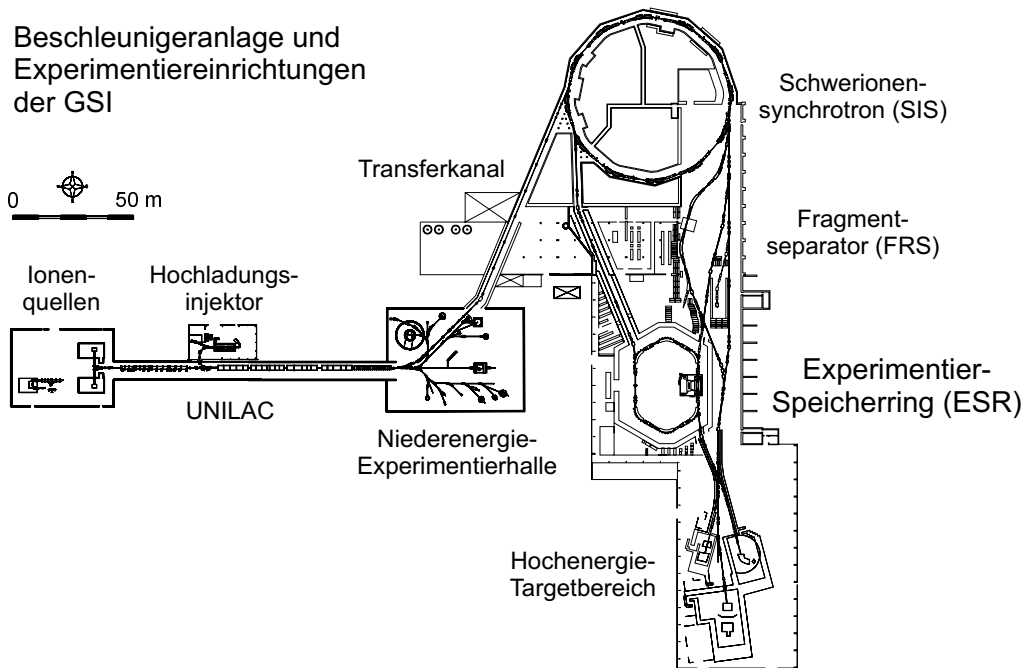


Abbildung 3.1: Übersicht über den Beschleunigerkomplex der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI).

gemeinen durch sukzessives Beschleunigen und Höherionisieren in einem Umladetarget („Stripper“). Die zur Ionisation benötigte kinetische Energie wird dabei von den Ionen selbst aufgebracht. Zunächst werden die Ionen in einer Ionenquelle erzeugt und dem Beschleuniger zugeführt. An der GSI (Abbildung 3.1) findet eine erste Beschleunigung der geladenen Teilchen entweder im Wideröe-Abschnitt<sup>1</sup> oder in der RFQ-Struktur des Hochladungsinjektors statt. Beide Zweige münden in den Alvarez-Abschnitt des Linearbeschleunigers UNILAC, an dessen Ende die Ionen eine Energie von 11,4 MeV/u besitzen. Hinter dem Alvarez-Abschnitt befinden sich Einzelresonatoren, durch die die Ionenenergie individuell für Experimente in der Niederenergie-Experimentierhalle abgestimmt werden kann. Alternativ werden die Ionen in einem Umladetarget höher geladen und in das Schwerionensynchrotron (SIS) eingeschossen. Das SIS mit einer Bahnlänge von 216,72 m und einer magnetischen Steifigkeit von 18 Tm erlaubt es, leichte Ionen auf eine Endenergie von bis zu 2 GeV/u und schwere Ionen auf bis zu 1,4 GeV/u zu beschleunigen und an nachgelagerte Experimente abzuliefern. Nach dem Synchrotron ist die Ionenenergie ausreichend hoch, damit in einer Stripper-Folie weitere Elektronen weggerissen werden. Ab einer Energie von ca. 300 MeV/u kann so

<sup>1</sup>Seit 1999 ist der Wideröe-Abschnitt stillgelegt und im Rahmen des GSI Hochstrom-Projekts durch einen RFQ-Beschleuniger und zwei IH-Tanks ersetzt worden [BGK98].



ein intensiver Strahlstrom vollständig ionisierter Uranionen erzeugt werden. Die aus dem Synchrotron extrahierten Ionen können entweder an die Experimente, die sich im Hochenergie-Targetbereich oder im Bereich des Fragmentseparators (FRS) [GAB<sup>+</sup>92] befinden, geleitet werden. Der Fragmentseparator erlaubt es, durch Fragmentation der Projektilionen einen Strahl kurzlebiger, radioaktiver Isotope zu erzeugen. Außerdem bietet sich die weltweit einzigartige Möglichkeit, diese höchstgeladenen Ionen, aber auch die im FRS erzeugten Isotope, in den Speicherring ESR (Abschnitt 3.3) einzuspeisen. Dort kann der heiße Ionenstrahl durch Wechselwirkung mit dem energiescharfen, gleich schnellen Elektronenstrahl des Elektronenkühlers abgekühlt und gespeichert werden. Dieser brillante Ionenstrahl steht nun für Experimente im Speicherring zur Verfügung oder kann in das Synchrotron reinjiziert werden.

Die für diese Arbeit benötigten lithiumähnlichen Ionen wurden bei einer SIS-Energie von ca. 100 MeV/u erzeugt und bei nahezu derselben Energie im ESR gespeichert. Bei früheren Messungen war eine solche, für das SIS bzw. den ESR vergleichsweise niedrige Ionenenergie nicht möglich. Da bei einer höheren Energie im wesentlichen nur heliumähnliche bis nackte Ionen in der Folie erzeugt werden, mußten damals die lithiumähnlichen Ionen im Speicherring durch Umladung im Kühler erst erbrütet werden [SML<sup>+</sup>92, Spi95].

Im folgenden wird nun zunächst das Meßprinzip vorgestellt, mit dem die Photorekombination lithiumähnlicher Ionen am ESR untersucht wurde.

## 3.2 Meßprinzip

Bei den Experimenten zur PR, wie sie heute an einigen Schwerionen-Speicherringen durchgeführt werden, stellt der Elektronenkühler die benötigten Targetelektronen zur Verfügung. Der Kühler hat somit zwei Aufgaben zu erfüllen. Zum einen sorgt er dafür, daß durch Coulomb-Stöße zwischen den heißen Ionen und den kalten Kühlerelektronen der Ionenstrahl eine niedrige Energieunschärfe und Divergenz erhält und auch beibehält. Ist der Ionenstrahl gekühlt, haben Elektronen und Ionen dieselbe mittlere Geschwindigkeit. Zum anderen dient der Kühler gleichzeitig als Elektronentarget. Um nun eine gewisse Relativenergie zwischen Elektronen und Ionen zu erzeugen, wird der Kühler für eine definierte Zeit jenseits der Kühlbedingungen betrieben, d.h. er wird gezielt verstimmt.

Der Nachweis der PR kann nun entweder über das emittierte Licht oder über das umgeladene Projektilion erfolgen (vgl. Gleichung 2.1). Zusätzlich ist für die DR die Resonanzbedingung für den dielektronischen Einfang charakteristisch. Am Elektronenkühler erweist sich der Nachweis der Photonen als sehr schwierig. Wegen des Magnetfelds, das zur Führung des Elektronenstrahls benötigt wird, ist ein Nachweis der Photonen nur nahe 0 bzw. 180 Grad Beobachtungswinkel möglich, mit entsprechend kleinem Raumwinkel. Zudem erzeugen die Kühlerelektro-

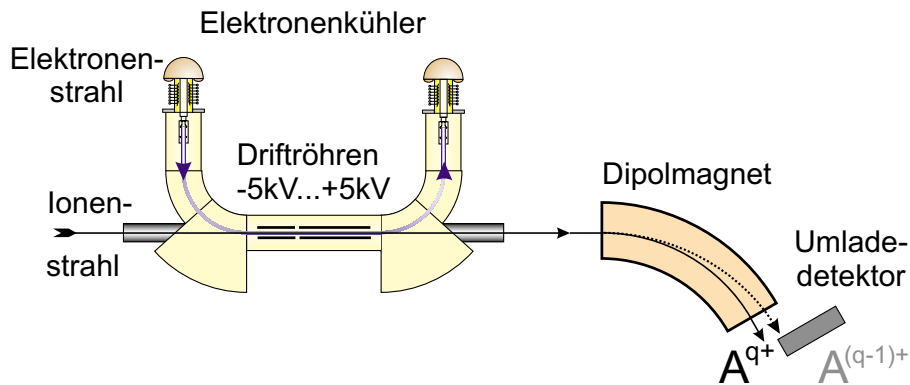


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung einer PR-Messung am Elektronenkühler eines Speicherrings. Im Kühler sind Elektronen(Target)- und Ionen(Projektile)strahl kolinear überlagert. Zum Nachweis der PR werden die umgeladenen Reaktionsprodukte in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit der Teilchenstrahlen gezählt. Am ESR Kühler dient ein Driftröhrenpaar dazu, die benötigte Relativenergie zu erzeugen.

nen einen hohen Bremsstrahlungsuntergrund, was insbesondere die Beobachtung von Photonen niedriger Energie erschwert. Typischerweise werden daher in PR-Experimenten an Speicherringen die umgeladenen Ionen nachgewiesen, die sich in den Dipolmagneten des Rings leicht vom Primärstrahl trennen lassen (Abbildung 3.2).

Die Energieskala wird dabei durch die Netzgeräte bestimmt, welche die Geschwindigkeit des Elektronenstrahls festlegen, da die Geschwindigkeit eines gekühlten Ionenstrahls der des Elektronenstrahls entspricht. In einer PR-Messung kann die Relativenergie 0 sehr exakt bestimmt werden, da hier der RR-Wirkungsquerschnitt divergiert und somit der gemessene RR-Ratenkoeffizient ein schmales, ausgeprägtes Maximum besitzt. Alle Messungen können daher *relativ* zu diesem intrinsischen Eichpunkt durchgeführt werden. Der Nachweis der Reaktion erfolgt durch *Zählen* der umgeladenen Teilchen und ist damit von der Energieeichung entkoppelt. Die rekombinierten Ionen verlassen den Reaktionsbereich als schneller, gebündelter Teilchenstrahl und können so leicht vollständig detektiert werden, so daß eine absolute Bestimmung der Rekombinationswahrscheinlichkeit möglich ist. Als Maß für die Rekombinationswahrscheinlichkeit dient der Ratenkoeffizient  $\alpha$ .  $\alpha = \langle v \cdot \sigma \rangle$  ist das geschwindigkeitsgemittelte Produkt aus Geschwindigkeit und Wirkungsquerschnitt. Der experimentelle Ratenkoeffizient an einem Speicherring ist gegeben durch

$$\alpha = \frac{R\gamma_{\text{Ion}}^2}{N_{\text{Ion}}n_e L/U}. \quad (3.1)$$

Darin ist  $R$  die Reaktionsrate der umgeladenen Teilchen,  $N_{\text{Ion}}$  die Anzahl der im Ring befindlichen Ionen,  $n_e$  die Teilchendichte der Elektronen,  $L$  die Überlapplänge zwischen Elektronen- und Ionenstrahl und  $U$  der Umfang des Speicherrings.  $\gamma_{\text{Ion}} = (1 - \beta_{\text{Ion}}^2)^{-1/2}$  ist der Lorentzfaktor des Ions mit  $\beta_{\text{Ion}} = v_{\text{Ion}}/c$  Geschwindigkeit des Ions in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit. Im Experiment werden statt  $n_e$  und  $N_{\text{Ion}}$  die elektrischen Strahlströme  $I_e$  und  $I_{\text{Ion}}$  gemessen.

$$n_e = \frac{I_e}{e\pi R_e^2 \beta_e c} \quad \text{und} \quad N_{\text{Ion}} = \frac{I_{\text{Ion}} U}{qe\beta_{\text{Ion}} c}, \quad (3.2)$$

wobei  $R_e$  der Radius des Elektronenstrahls ist,  $q$  der Ladungszustand des Ions und  $e$  die Elementarladung. Mit diesen Gleichungen kann man den Ratenkoeffizienten in einer Form schreiben, in der nur noch Größen vorkommen, die direkt im Experiment gemessen werden.

$$\alpha = qe^2 c^2 \pi R_e^2 \cdot \frac{1}{L} \cdot \gamma_{\text{Ion}}^2 \beta_{\text{Ion}} \beta_e \cdot \frac{R}{I_{\text{Ion}} I_e}. \quad (3.3)$$

Kurz zusammengefaßt besteht das PR-Experiment am Speicherring darin, das Verhältnis der Reaktionsrate zu den Strömen der Ausgangsteilchen in Abhängigkeit von deren Relativenergie zu bestimmen. Die so erhaltenen Spektren beinhalten eine Fülle von Informationen. Aus der Fläche der DR-Peaks bzw. dem Energieverlauf der RR erschließt sich die Reaktionsdynamik der Rekombinationsprozesse. Die Zentroide der gemessenen Resonanzen erlauben detaillierte Rückschlüsse auf die atomare Struktur. Die Breite und die Asymmetrie einer gemessenen Linie sind charakteristisch für die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Kühler und können daher zu Diagnosezwecken verwendet werden. Ist andererseits die Energieauflösung höher als die natürliche Breite des Resonanzzustands kann alternativ dessen Lebensdauer direkt bestimmt werden, bzw. Interferenzen können detektiert werden. Zudem erhält man bei der DR zu jeder Anregungsenergie ein typisches Muster von Rydberg-Resonanzen, durch deren Extrapolation zur Seriegrenze man sehr genau die Anregungsenergien des Projektilions bestimmen kann. Da hier aus einer Vielzahl von Linien, deren Abhängigkeit zueinander bekannt ist, eine einzige Meßgröße extrahiert wird, können in einer Fitprozedur die freien Parameter z.B. für eine verbesserte Energiegleichung genutzt werden.

### 3.3 Der Experimentierspeicherring ESR

In den letzten 25 Jahren, seit dem Nachweis der Elektronenkühlung von Budker et al. [BDK<sup>+</sup>76, BS78], sind Speicherringe zu einem universellen Werkzeug entwickelt worden, mit dem erfolgreich zahlreiche Fragestellung u.a. aus den Gebieten Atomphysik, Molekülphysik, Kernphysik und Hochenergiephysik bearbeitet

werden. In einem Speicherring stehen dem Experimentator Ionenstrahlen von hoher Qualität *und* hoher Intensität zur Verfügung, selbst exotische Spezies und radioaktive Strahlen lassen sich speichern. Neben der höheren Intensität insbesondere von Ionen mit höchsten Ladungszuständen besitzt das Experimentieren an Speicherringen einige weitere Vorteile gegenüber Ionenfallen oder Plasmaspektroskopie. In einem Speicherring lassen sich die Eigenschaften der zu untersuchenden Ionen im voraus sehr gut festlegen und durch die sensitiven Diagnosemöglichkeiten, die in den Ringen zur Verfügung stehen, genau überwachen. Durch geeignete Selektion vor dem Einschub in den Ring, aber auch durch die Ringmagnete selbst, besitzt der Ionenstrahl einen fest definierten Ladungszustand. Wegen der Elektronenkühlung ist der Ionenstrahl nahezu monochromatisch und hat eine sehr geringe Divergenz. Desweiteren ist es am Speicherring zwar möglich mit metastabilen Teilchen zu experimentieren [SLS<sup>+</sup>99], jedoch kann man durch ausreichend langes Warten dafür sorgen, daß sich alle Ionen im Grundzustand befinden. Außerdem lassen sich etwaige Reaktionsprodukte leicht aus dem schnell umlaufenden Strahl abseparieren und nachweisen.

Die ersten Kreisbeschleuniger bzw. Speicherringe waren zunächst für Experimente aus den Bereichen Hochenergie- und Kernphysik entwickelt worden und arbeiteten vorwiegend mit leichten Ionen wie Protonen. Um die Anzahl der Teilchen, die in einem Ring akkumuliert werden können, zu erhöhen, schlug Budker 1966 vor, dem umlaufenden Ionenstrahl einen energiescharfen, „kalten“ Elektronenstrahl gleicher mittlerer Geschwindigkeit zu überlagern [Bud67]. Durch Coulomb-Stöße übertragen die Elektronen Impuls an die Ionen und kühlen diese dabei ab. Da die Elektronen von der Kathode des Elektronenkühlers ständig in unvermindert hoher Energieschärfe nachgeliefert werden, dient der Elektronenstrahl als eine Art Kältereservoir. Diese sogenannte Elektronenkühlung konnte 1974 im eigens dafür erbauten Protonenspeicherring NAP-M in Novosibirsk erfolgreich demonstriert werden [BDK<sup>+</sup>76].

In der Zwischenzeit wurden eine ganze Reihe von Speicherringen in Betrieb genommen, an denen Experimente aus dem Bereich der Atomphysik durchgeführt werden (für eine Übersicht siehe z.B. [Mül94, Lar95, MS96, MW97]). Zu diesen Speicherringen gehören der TSR in Heidelberg [JBB<sup>+</sup>90], ASTRID in Aarhus [Ste88], CRYRING in Stockholm [Dan93a] und ESR in Darmstadt [Fra87]. An den Niederenergie-Speicherringen können Ionen und Moleküle bis zu einer maximalen Ionenenergie von ca. 30 MeV/u ( $\beta \approx 0,25$ ) gespeichert werden. Die höchsten Ladungszustände, die an diesen Ringen erreicht werden, sind meist durch die Maximalenergie des vorgelagerten Beschleunigers bestimmt und reichen bis  $q \approx 50$ . Anders beim ESR in Darmstadt [Fra87]: Durch die Beschleunigung im Schwerionensynchrotron werden Energien erreicht, bei denen selbst Uran vollständig ionisiert werden kann.

Mit einer Bahnlänge von 108,36 m besitzt der ESR (Abbildung 3.3) genau den hal-

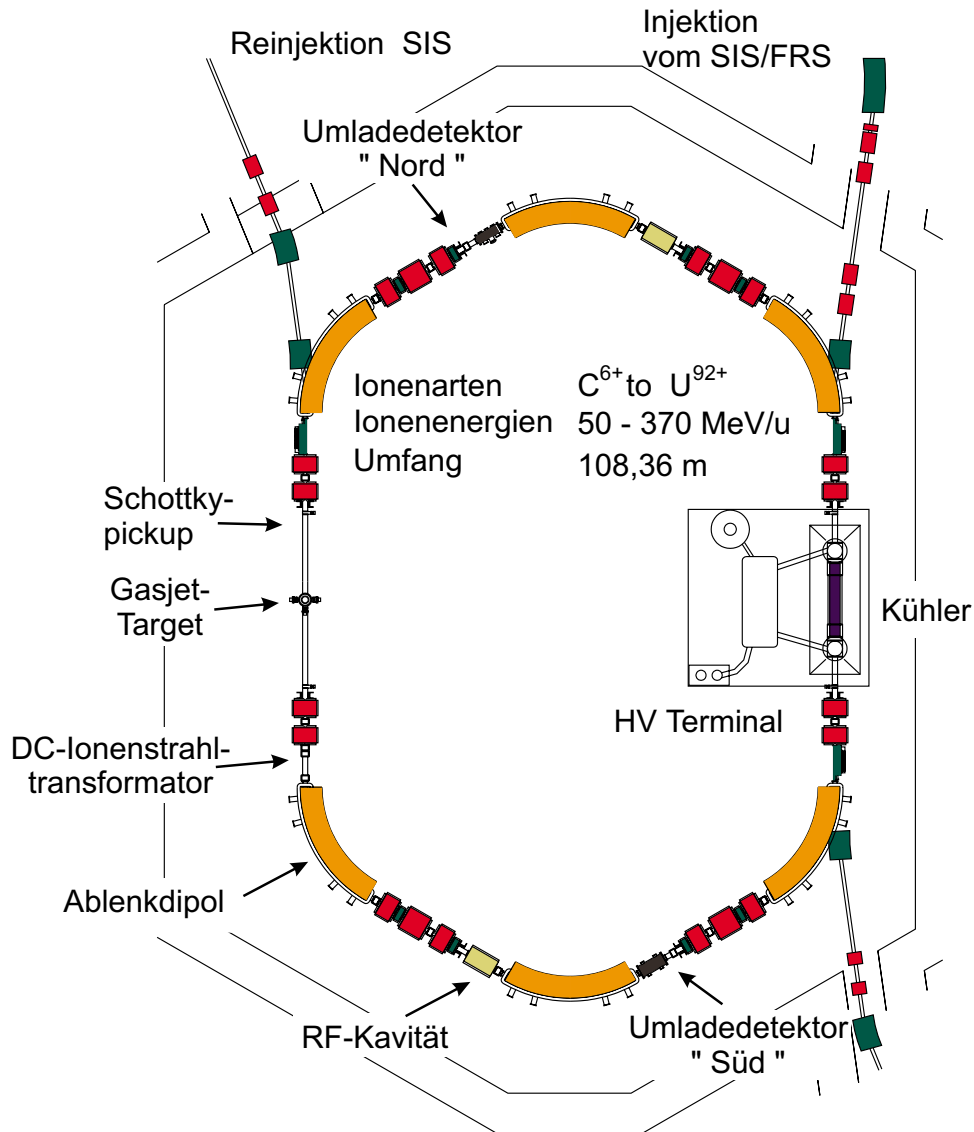


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung des ESR und der wichtigsten Komponenten.

ben Umfang des SIS, so daß von den 4 Ionenpaketen, die im SIS umlaufen, jeweils 2 gleichzeitig in den ESR eingeschossen werden können. Von ihrer Injektionsbahn werden die beiden Pakete mit Hilfe von Hochfrequenzkavitäten um ca. 1,5% abgebremst und auf ihrer späteren Speicherbahn abgelegt. Durch Elektronenkühlung wird schließlich das Phasenraumvolumen des Ionenstrahl verkleinert und seine exakte Energie festgelegt. Dies erlaubt ein mehrmaliges Einschießen auf der immer wieder frei geräumten Injektionsbahn, so daß durch diese *HF-Stacking* genannte

Prozedur hohe Strahlströme angesammelt werden können [Win96b].

Zur Umlenkung des Ionenstrahls besitzt der Ring 6 Dipolmagnete mit einem Ablenkradius von 6,25 m, die ein Dipolfeld von bis 1,6 T erzeugen. Die daraus resultierende magnetische Steifigkeit des Rings von 10 Tm beschränkt die Ionenenergie, z.B. für  $U^{92+}$ -Ionen auf maximal 560 MeV/u. Typische Ionenenergien im Experimentierbetrieb reichen von 40-400 MeV/u, entsprechend den Kühlenergien von 21,8 kV bis 218 kV. Dabei laufen die Ionen zwischen  $0,8 \cdot 10^6$  bis  $2 \cdot 10^6$  mal pro Sekunde um den Speicherring um. Für Teilchenzahlen zwischen  $10^5$  und  $10^9$  liegt die longitudinale Impulsschärfe  $\delta p/p$  des gekühlten Strahls, abhängig von der Anzahl der gespeicherten Ionen, zwischen  $10^{-5}$ - $10^{-4}$ , und die transversalen Emittanzen  $\epsilon_{2\sigma}$  zwischen  $10^{-2}$  mm mrad und 1 mm mrad [SBE<sup>+</sup>96, Win96b].

Der ESR besitzt die Form einer langgestreckten Bienenwabe. In den zwei langen geraden Sektionen sind der Elektronenkühler und ein Gas-Jet Target [GBF<sup>+</sup>89] installiert. An insgesamt 5 verschiedenen Positionen besteht die Möglichkeit, Umladedetektoren in den Speicherring einzufahren [KBD<sup>+</sup>92]. Die Detektoren werden dazu in rechteckige Detektortaschen ( $37 \times 57$  mm<sup>2</sup>) montiert, die auf der Strahlseite eine  $120 \times 20$  mm<sup>2</sup> große, 50  $\mu$ m dicke Eintrittsfolie aus Edelstahl besitzen. Dadurch sind die Detektoren vom Ringvakuum getrennt und können leicht getauscht oder gewartet werden. Von den 5 Taschen befindet sich eine zum Nachweis von Ionisationsprodukten hinter dem Gas-Jet-Target auf der Ringinnenseite. Nach dem Elektronenkühler und dem internen Target erlauben je 2 Taschen in den Vakuumkammern des Dipolmagneten und in den dahinterliegenden Scaperkammern die Aufnahme von Rekombinationsdetektoren. Für die Messungen zur Photorekombination im Rahmen dieser Arbeit wurden schnelle Szintillationsdetektoren in den Detektortaschen der Scaperkammern installiert (in Abbildung 3.3 mit Umladedetektor "Süd" und Umladedetektor "Nord" bezeichnet).

Neben den Experimentiereinrichtungen befinden sich im ESR zahlreiche Einrichtungen, die eine zerstörungsfreie Diagnose des umlaufenden Ionenstrahls ermöglichen. Diese werden im nachfolgenden Unterabschnitt näher beschrieben.

### 3.3.1 Strahldiagnose

Aufgabe der Diagnoseelemente eines Speicherrings ist die rückwirkungsfreie oder zumindest rückwirkungsarme Bestimmung der Eigenschaften des Ionenstrahls. Die wichtigsten davon sind der im Ring akkumulierte Teilchenstrom, die longitudinale Impulsschärfe sowie die horizontale und transversale Emittanz des Strahls. Eine Übersicht der Diagnoseelemente des ESR findet man z.B. in [Ste97b] oder [Win96b].

Die Eigenschaften des longitudinalen Phasenraums, im besonderen die longitudinale Impulsschärfe des Strahls kann durch Analyse des Schottky-Rauschens, das der umlaufende Ionenstrahl erzeugt, ermittelt werden. Das Schottky-Rauschen

entsteht dadurch, daß die umlaufenden Ionen keinen kontinuierlichen elektrischen Strom darstellen, sondern der Strahl mikroskopisch vielmehr aus diskreten Ladungsträgern besteht. Durch das statistische Verhalten der einzelnen geladenen Teilchen zueinander gibt es ständig kleine Stromschwankungen. Dies entspricht Impulsschwankungen  $\Delta p$  der Ionen um einen mittleren Impuls  $p_0$ . Die geladenen Teilchen induzieren einen Bildstrom auf den Platten eines kapazitiven Aufnehmers, des sogenannten *Pick-Ups*. Eine Fouriertransformation überführt das Schottky-Rauschen schließlich in den Frequenzraum. In den so ermittelten Frequenzspektren findet man bei jeder Harmonischen der Umlauffrequenz  $f_0$  Linien der Breite  $\Delta f$ . Bei nicht zu hohen Ionenströmen ist diese Frequenzverteilung des Schottky-Rauschen proportional zur Impulsverteilung der Ionen [Bou95].

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \left( \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma_t^2} \right) \frac{\Delta p}{p_0}. \quad (3.4)$$

Darin ist  $\gamma$  der Lorentzfaktor der Ionen, und  $\gamma_t$  der Lorentzfaktor der sogenannten *Transitionsenergie*.  $\gamma_t$  wird ganz wesentlich durch die ionenoptischen Einstellungen des Speicherrings bestimmt. Im normalen Experimentbetrieb des ESR ist  $\gamma_t = 2,66$  [Win96b]. Für  $\gamma < \gamma_t$  nimmt die Umlauffrequenz, so wie man es erwartet, mit zunehmendem Impuls *zu*. Bei  $\gamma = \gamma_t$  kehrt sich diese Abhängigkeit, bedingt durch die relativistische Massenzunahme, um, d.h. für  $\gamma > \gamma_t$  nimmt die Umlauffrequenz mit zunehmendem Impuls *ab*. Da durch das Schottky-Signal die Umlauffrequenz des Ionenstrahls festgestellt wird, kann unter Kenntnis der Bahnlänge die Ionenenergie bestimmt werden. I. A. ist jedoch die Bahnlänge nicht sehr gut bekannt, so daß diese Methode ungenauer ist als diejenige über die Messung der Kathodenspannung des Elektronenkühlers. Allerdings lassen sich durch Beobachtung des Schottky-Frequenzspektrums kleine *relative Änderungen* der Strahlenergie feststellen. Auf diese Weise kann während einer Meßperiode von 1-2 Wochen die Konstanz der Experimentierbedingungen überprüft werden. Die aufgenommene Rauschleistung läßt zudem Rückschlüsse auf die Anzahl der gespeicherten Teilchen zu. Für nicht zu kleine Teilchenzahlen  $N$  gilt für die Rauschleistung  $P_{\text{tot}}$  bei einer bestimmten Harmonischen der Umlauffrequenz

$$P_{\text{tot}} = 2q^2 e^2 f_0^2 N. \quad (3.5)$$

Besonders wichtig ist das Schottky-Spektrum jedoch für den Nachweis der Elektronenkühlung, da aus der Breite der Schottky-Linie mit Hilfe von Gleichung 3.4 direkt auf die Impulsschärfe und damit auch auf die Kühlung geschlossen werden kann. Als Beispiel zeigt Abbildung 3.4 ein Schottky-Spektrum von  $U^{92+}$ -Ionen bei einer Strahlenergie von 320 MeV/u vor und nach der Elektronenkühlung. Die Impulsbreite der Ionen hat sich dabei von anfangs  $\Delta p/p \approx 1 \cdot 10^{-3}$  auf ungefähr  $\Delta p/p \approx 1 \cdot 10^{-5}$  verringert. Details zu dem Schottky-Diagnose-System, wie es im ESR eingebaut ist, findet man in [Sch91].

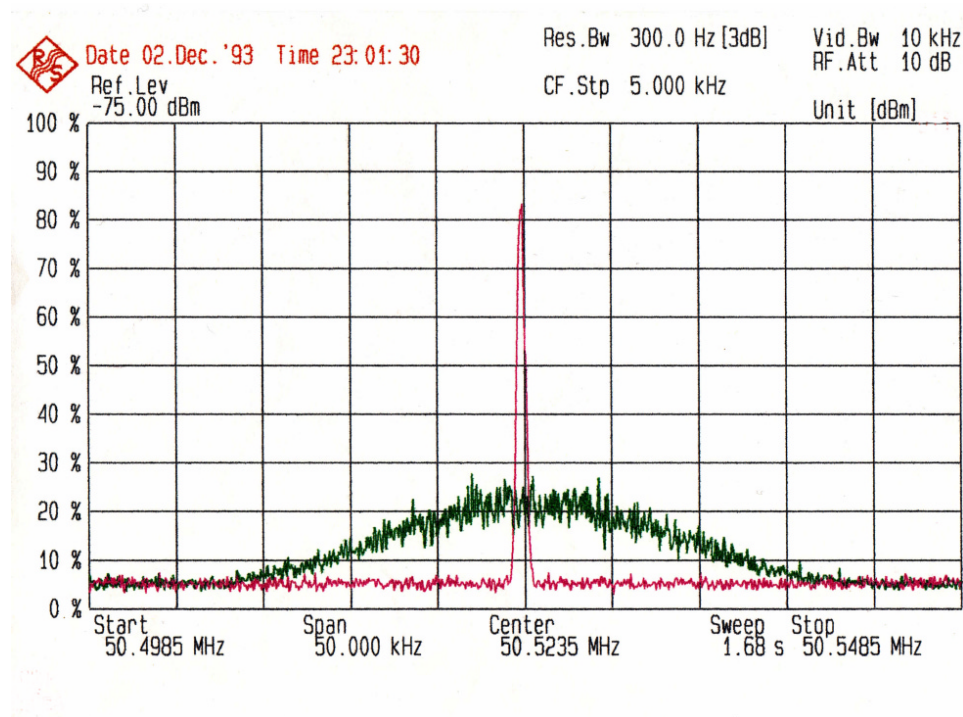


Abbildung 3.4: Schottky-Spektrum für einen 320 MeV/u  $U^{92+}$ -Ionenstrahl vor und nach der Elektronenkühlung [Ste00a].

Die Untersuchung des transversalen Phasenraums erfolgt indirekt. Zunächst wird dazu die räumliche Ausdehnung des Ionenstrahls bestimmt. Da sich die Eigenschaften der ionenoptischen Elemente eines Speicherrings und damit auch die Einhüllende des Ionenstrahls mit hoher Genauigkeit berechnen lassen, kann man durch die Kombination dieser beiden Informationen auf die transversale Emittanz  $\epsilon$  des Strahls schließen. Für die horizontale ( $x$ -)Richtung beispielsweise ist die Emittanz  $\epsilon_x = x^2/\beta_{\text{Det}}$ , wobei  $x$  die Breite des Ionenstrahls und  $\beta_{\text{Det}}$  die berechnete  $\beta$ -Funktion am Detektorort ist [Ste97b].

Zur Messung der räumlichen Ausdehnung muß der Ionenstrahl mit einem geeigneten Target in Wechselwirkung treten. Hierzu können, obwohl im ESR ein sehr gutes Vakuum von  $\sim 10^{-11}$  mbar herrscht, Stöße mit den Restgasatomen dienen. Dazu werden ionisierte Restgaspartikel, die in einem engen Schlauch um den Primärstrahl entstehen, durch ein kleines homogenes elektrische Feld ( $\sim 100V$ ) senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Strahls abgezogen und auf positionsempfindliche Detektoren gelenkt. Auf den Detektorplatten dieses sog. *Strahlprofilmonitors* wird somit sowohl in horizontaler als auch vertikaler Richtung ein Abbild des Primärstrahls projiziert.

Alternativ kann mit ortsauflösenden Detektoren [Ste91], die in den Umladetaschen



montiert werden, die räumliche Ausdehnung des im Kühler oder internen Target umgeladenen Reaktionsproduktstrahls ermittelt werden. Unter der Annahme, daß die Form die Ausdehnung des Primärstrahls widerspiegelt, lassen sich so ebenfalls Schlüsse auf Strahlgröße und Strahlage ziehen.

Zur Messung des im Ring akkumulierten Strahlstroms stehen ein Gleichstrom-(DC)-Ionenstrahltransformator und ein schneller Strahltransformator zur Verfügung [Ree90]. Für diese Arbeit wurde ausschließlich mit dem Gleichstromtransformator gemessen. Strahltransformatoren arbeiten nach dem Prinzip der Induktion [Ree90, Wil96]. Dazu wird der Ionenstrahl durch die Öffnung eines Ringkerns aus weichmagnetischem Material geführt, um den zusätzlich eine Spule gewickelt ist. Ein im Ring umlaufender Strahlpuls erzeugt im Ringkern ein zeitlich veränderliches Magnetfeld, das wiederum in der Spule eine Spannung induziert. Der Ionenstrahl ist damit quasi die Primärwindung eines Transformators. Nach dem Induktionsgesetz bewirkt nur die zeitlich Veränderung eines Stroms eine Induktionsspannung. Zur Messung eines Gleichstroms bedarf es daher eines *Stromwandlers* bzw. eines *magnetischen Modulators*. Dazu werden um zwei identische Weicheisenkerne jeweils eine Erreger- und eine Detektorspule gewickelt. Die Erregerspulen werden von einem periodischen Strom  $I(t) = I_0 \sin \omega t$  durchflossen, der für die beiden Spulen exakt gegenphasig ist. In jedem der beiden Weicheisenkerne wird dadurch ein ebenfalls periodisches Magnetfeld  $B(t)$  erzeugt. Da das Magnetfeld des Weicheisenkerns eine Hystereseschleife durchläuft, erhält man wegen deren Nichtlinearität auch Oberschwingungen von  $\omega$ . Auf Grund der Symmetrie der beiden Magnetkerne heben sich Oberschwingungen mit einer geradzahligen Vielfachen von  $\omega$  gerade auf. Überlagert man diesem Wechselstrom einen zusätzlichen Gleichstrom, der hier durch den Ionenstrom erzeugt wird, ist die Symmetrie aufgehoben, so daß auch geradzahlige Oberschwingungen auftreten. Deren Amplitude ist dem Gleichstrom proportional und erlaubt eine Bestimmung des Ionenstroms.

### 3.4 Der Elektronenkühler

In einem Speicherring besitzt der Elektronenkühler eine ganze Reihe von Aufgaben. Zunächst einmal soll er das Phasenraumvolumen des eingeschossenen, „heißen“ Ionenstrahls verkleinern, also dessen Strahlqualität verbessern. Trotz des sehr guten Vakuums von  $10^{-11}$  mbar kollidieren die in einem Speicherring umlaufenden Ionen ständig mit Restgasteilchen und verlieren einen Teil ihrer Energie. Mehrfachstreuung der Ionen untereinander (engl. *intra beam scattering*) bewirkt eine stetige Vergrößerung der Emittanz des Strahls. Für den ESR wurden der Energieverlust und die Vergrößerung der Emittanz  $\epsilon_y$  unter den typischen Betriebsbedingungen

(Vakuumdruck) des ESR empirisch ermittelt [Win96b]:

$$\frac{dE}{dt} = -3,56 \text{ eV s}^{-1} \cdot \frac{q^2}{\beta} \quad (3.6)$$

$$\frac{d\epsilon_y}{dt} = 5,9 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1} \cdot \frac{q^2 \langle \beta_y \rangle}{A^2 \beta^3 \gamma^2} \quad (3.7)$$

In diesen Gleichungen ist  $q$  die Ladung und  $A$  die Massenzahl des Ions und  $\langle \beta_y \rangle$  der Mittelwert der Amplitudenfunktion des Ionenstrahls. Durch fortwährendes Kühlen können die Aufstreuung und der Energieverlust kompensiert werden, so daß sich ein Gleichgewichtszustand zwischen Kühl- und Aufheizprozessen einstellt. Da nach dem Kühlen Elektronen und Ionen die gleiche mittlerer Geschwindigkeit besitzen, definiert die Spannung des Kühlers auch die Energie des Ionenstrahls. Durch Variation der Kühlerspannung kann so eine Feinabstimmung der Ionenenergie mit einer relativen Genauigkeit von  $10^{-6}$  durchgeführt werden.

In Abbildung 3.5 ist der Elektronenkühler des ESR schematisch dargestellt und in Tabelle 3.1 sind seine wichtigsten Betriebsdaten zusammengefaßt. Der Elektronenstrahl wird mit einer planaren, mit Bariumoxid beschichteten Wolframkathode mittels thermischer, raumladungsbegrenzter Emission bei ca. 1300 K Kathodentemperatur erzeugt. Zur Kompensation der Raumladungsfelder zwischen Kathode und erster Anode ist die Elektronenkanone in der sogenannten Pierce-Geometrie aufgebaut. Der Rand der Kathode steht dabei in einem Winkel von 67,5 Grad zur Elektronenstrahlachse. In einem separaten Beschleunigungsspalt werden die Elektronen nun auf eine Energie von bis zu 320 keV beschleunigt. Durch die Trennung von Beschleunigung und Extraktion des Elektronenstrahls läßt sich der Elektronenstrom unabhängig von der gewählten Beschleunigungsspannung einstellen. Der gesamte Elektronenstrahl wird von einem Solenoidfeld geführt, das typischerweise zwischen 0,05 und 0,15 T gewählt wird. Aufgabe dieses Führungsfeldes ist es, ein Aufweiten des Elektronenstrahls auf Grund seiner eigenen Raumladung zu verhindern. Da die Elektronen stets den Magnetfeldlinien folgen, bestimmt auch deren Homogenität ganz entscheidend die Eigenschaften des Elektronenstrahls (Abschnitt 3.4.1). Das Ein- und Auslenken des Elektronenstrahls erfolgt in den Toroidbereichen des Kühlers, wo dem longitudinalen Führungsfeld ein Dipolfeld überlagert ist. Auf einer Strecke von 2,5 m, der Kühlstrecke, überlappt der Elektronenstrahl mit dem Ionenstrahl. Vor dem Auffangen der Elektronen im Kollektor wird der Elektronenstrahl durch eine Gegenspannung wieder abgebremst, um die Verlustleistung so gering wie möglich zu halten. Im Überlappbereich der beiden Strahlen befinden sich insgesamt 4 Strahlsondenpaare. Das in Strahlrichtung letzte Paar der Strahlsonden kann durch Anlegen einer Spannung von ca.  $\pm 300$  V auch als Ziehelektrode benutzt werden, um langsame Restgasionen bzw. langsame gestreute Elektronen aus dem Kühler zu entfernen. In der Mitte des Kühlers sind zwei Driftröhre montiert, die eine Gesamtlänge von 1,94 m und einem Durchmesser von 0,2 m besitzen, Für die Experimente zur PR wurden die beiden Driftröhren

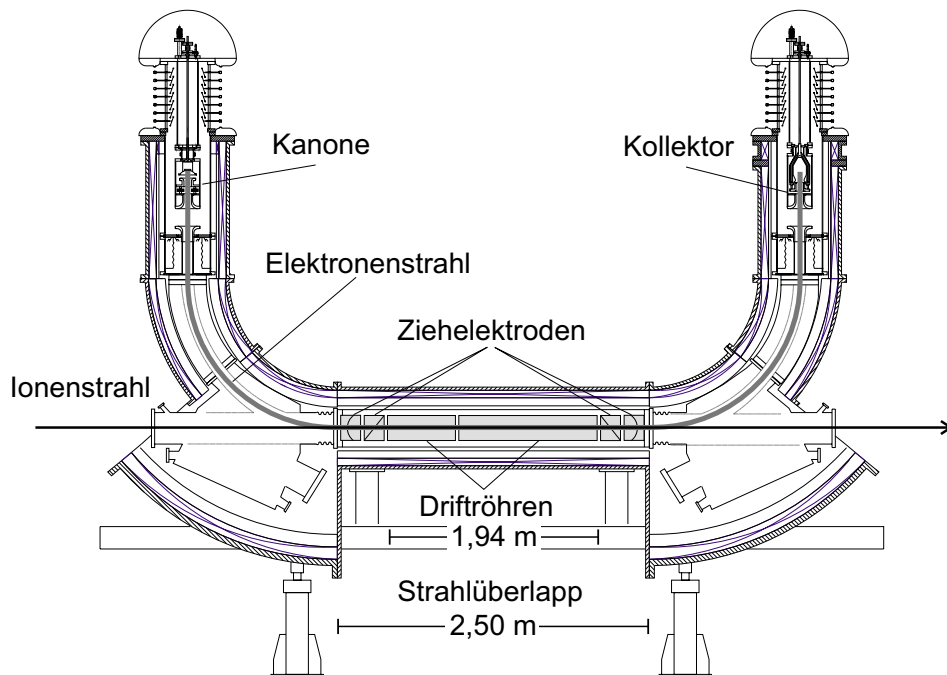


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung des ESR-Elektronenkühlers.

**Elektronenstrahl:**

Energie	16,5 - 320	keV
Durchmesser	50,8	mm
Stromstärke	max. 10	A
Transversaltemperatur $k_B T_{\perp}$	$\sim 120$	meV
Longitudinaltemperatur $k_B T_{\parallel}$	$\sim 0,1$	meV

**Strahlführung:**

Magnetische Flußdichte	max. 0,25	T
Gesamtlänge des Kühlsolenoids	2500	mm
Mittlerer systematischer Fehlwinkel	$\pm 0,1$	mrad
Durchmesser der Driftröhre	200	mm

Tabelle 3.1: Betriebsdaten des ESR-Elektronenkühlers

dazu benutzt, um durch Anlegen einer Spannung von bis zu  $\pm 5$  kV die Relativenergie zwischen Elektronen- und Ionenstrahl zu verändern. Auf dieses Verfahren wird in Abschnitt 3.5.1 näher eingegangen. Die beiden nächsten Abschnitte befassen sich eingehender mit den Eigenschaften des Elektronenstrahls und mit dem Prinzip der Elektronenkühlung. Die Eigenschaften des Elektronenstrahls sind auch für die durchgeführten Experimente von großer Bedeutung, da sie die Linienform der gemessenen Resonanzen bestimmen (Abschnitt 4.1).

### 3.4.1 Eigenschaften des Elektronenstrahls

Zur Beschreibung eines Elektronenstrahls wird dieser üblicherweise als ein einkomponentiges Plasma angenommen, dessen statistische Geschwindigkeitsschwankungen mit Hilfe der thermodynamischen Größe Temperatur  $T$  charakterisiert werden. Für jeden Freiheitsgrad ist die Geschwindigkeit gaußförmig um eine mittlere Geschwindigkeit  $v_0 = \langle v \rangle$  verteilt. Man definiert die Temperatur  $T$  über die Varianz der Geschwindigkeitsverteilung.

$$N_{\text{Fhg}} \cdot \frac{1}{2} k_B T = \frac{1}{2} m_e \langle (v - v_0)^2 \rangle \quad \text{mit} \quad v_0 = \langle v \rangle, \quad (3.8)$$

mit der Anzahl der Freiheitsgrade  $N_{\text{Fhg}}$ . Bei raumladungsbegrenzter Emission aus einer thermisch geheizten Kathode (1300 K), besitzen die Elektronen zunächst eine Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung

$$f(\vec{v}_e) = \left( \frac{m_e}{2\pi k_B T_{\text{Kat}}} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m_e v^2}{2k_B T_{\text{Kat}}} \right) \quad (3.9)$$

mit  $v_0 = 0$  und  $k_B T_{\text{Kat}} = 0,11$  eV. Durch die elektrostatische Beschleunigung der Elektronen reduziert sich die Temperatur in Beschleunigungsrichtung  $T_{\parallel}$  um mehrere Größenordnungen. Dies liegt daran, daß sich die Breite der Energieverteilung  $\Delta E_{\text{Kat}} = k_B T_{\text{Kat}}$  durch die Beschleunigung nicht verändert. Da jedoch  $\Delta E \approx m_e v \Delta v_{\parallel}$  nimmt die longitudinale Geschwindigkeitsverschmierung  $\Delta v_{\parallel}$  und damit die Temperatur ab.<sup>2</sup> Eine relativistisch korrekte Rechnung [Wol86] liefert

$$k_B T_{\parallel} = \frac{(k_B T_{\text{Kat}})^2}{4\gamma^2 \beta^2 m_e c^2} \left( 1 + 2 \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2. \quad (3.10)$$

Für eine Beschleunigungsspannung von  $U = 50$  kV ergibt dies eine longitudinale Temperatur von  $k_B T_{\parallel} = 3,3 \cdot 10^{-8}$  eV.

Diese niedrige Temperatur wird in einem realen Elektronenstrahl nie erreicht. Grund dafür sind Relaxationsprozesse innerhalb des Elektronenstrahls: Durch Coulomb-Stöße der Elektronen untereinander sind transversaler und longitudinaler

<sup>2</sup>Dies folgt direkt aus  $E + \Delta E = \frac{1}{2} m_e (v + \Delta v)^2$  mit  $E = \frac{1}{2} m_e v^2$  und  $(\Delta v)^2 \ll v \Delta v$ .

Freiheitsgrad aneinander gekoppelt. Daher erfolgt ein Energieübertrag von einem Freiheitsgrad auf den anderen. Der Temperaturanstieg hängt somit von der Position im Kühler ab und kann mit

$$k_B \Delta T_{\parallel} [\text{eV}] = \frac{1,67 \cdot 10^{-20} n_e [\text{m}^{-3}]}{\sqrt{k_B T_{\perp} [\text{eV}] \beta_e}} \cdot L_C \cdot \Delta s [\text{m}] \quad (3.11)$$

abgeschätzt werden [KLM<sup>+</sup>82, PSG<sup>+</sup>96]. Darin ist  $\Delta s$  der Abstand von der Kathode,  $n_e$  die Dichte der Elektronen und  $L_C \approx 12$  der Coulomb-Logarithmus (vgl. Abschnitt 3.4.2). Für eine Beschleunigungsspannung von  $U = 50$  kV ( $\beta = 0,412$ ) und eine Elektronendichte von  $n_e = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}$  (entsprechend  $I_{el} = 100$  mA am ESR-Kühler) erhöht sich  $kT_{\parallel}$  von der Kathode bis zur Mitte des Kühlers ( $\Delta s \approx 4$  m) um ungefähr 0,015 meV. Allerdings kann dieser Wert nur als eine Abschätzung nach oben dienen, da durch das longitudinale Magnetfeld im Kühler die Bewegung der Elektronen in transversale Richtung eingeschränkt ist und so Stoßprozesse teilweise unterdrückt werden.

Einen weiteren Beitrag zur Erhöhung der longitudinalen Temperatur erhält man durch die Relaxation der potentiellen, im Strahl gespeicherten Energie. Die Elektronen im Strahl sind vor der Beschleunigung statistisch verteilt und besitzen neben der kinetischen Energie auch eine potentielle Energie durch das Coulomb-Feld benachbarter Elektronen. Erfolgt die Beschleunigung der Elektronen schnell, ändert sich die relative Position der Elektronen zueinander nicht, und ein Nichtgleichgewichtszustand entsteht [KLM<sup>+</sup>82]. Die so gespeicherte potentielle Energie überträgt sich auf den longitudinalen Freiheitsgrad und heizt ihn damit auf. Für die Erhöhung der longitudinalen Temperatur durch diesen Prozeß gilt [KLM<sup>+</sup>82, PSG<sup>+</sup>96]:

$$k_B \Delta T_{\parallel} [\text{eV}] = C \cdot \frac{en_e^{1/3} [\text{m}^{-1}]}{4\pi\epsilon_0}. \quad (3.12)$$

Die Konstante  $C$  ist eine maschinenabhängige Konstante und ist für den ESR-Kühler  $C \approx 2$  [Win96b].  $C$  kann durch eine adiabatische Beschleunigung der Elektronen, d.h. durch einen geeigneten Aufbau von Elektronenkanone und Beschleunigungsstruktur deutlich gesenkt werden. Für die oben angegebenen Parameter ist die Temperaturerhöhung durch die Relaxation der potentiellen Energie  $\Delta T_{\parallel} \approx 0,04$  meV. Neben den Relaxationsprozessen trägt zudem noch die Konstanz der verwendeten Netzgeräte zur longitudinalen Temperatur bei. Typische Werte für die longitudinale Temperatur, wie sie unter den oben angegebenen Betriebsbedingungen am ESR-Kühler erreicht werden, liegen bei  $k_B T_{\parallel} \approx 0,1$  meV.

Im Gegensatz zur longitudinalen Temperatur wird die transversale Geschwindigkeitsbreite durch die Beschleunigung nicht verringert. An den Kühlern einiger Speicherringe, wie dem TSR und dem CRYRING, aber auch dem neu in das SIS eingebauten Kühler [Gro98] kann die transversale Temperatur durch die sogenannte adiabatische transversale Expansion [Dan93b] des Elektronenstrahls ver-

ringert werden. Dazu wird die Elektronenkanone in ein sehr starkes longitudinales Magnetfeld  $B_{\text{Kat}}$  eingebettet, das langsam (adiabatisch) bis in die Kühlsektion auf die Stärke  $B_{\text{Sol}}$  des Kühlsolenoids reduziert wird. Durch die Abnahme des Magnetfeldes weitet sich der Elektronenstrahl auf, da die Elektronen den magnetischen Feldlinien folgen (umgekehrt zum Prinzip der magnetischen Flasche). Aus der Konstanz des Phasenraums folgt eine Abnahme der transversalen Temperatur gemäß  $B_{\text{Kat}}/B_{\text{Sol}} = T_{\perp,\text{Kat}}/T_{\perp,\text{Sol}}$ . Beim ESR-Kühler ist dieses Verfahren jedoch nicht vorgesehen, so daß die Kathodentemperatur eine untere Grenze für die transversale Temperatur  $T_{\perp}$  darstellt. Üblicherweise wird angenommen, daß für die mittlere transversale Geschwindigkeit  $v_{\perp,0} = 0$  gilt. Allerdings treten in den Beschleunigungsspalten der Elektronenkanone stets transversale, elektrische Felder auf, und auch die Raumladungskräfte der Elektronen sind stets radial nach außen gerichtet. Da der Elektronenstrahl durch das Magnetfeld geführt wird, werden die Elektronen nicht von ihrer Bahn gelenkt, sondern sie werden auf eine Kreisbahn mit dem Radius  $r_{\text{Zyk}}$  um die Magnetfeldlinien herum gezwungen. Die Frequenz dieser Zyklotronbewegung ist  $\omega_{\text{Zyk}} = eB/\gamma m_e$ , und die tangentielle Geschwindigkeit der Elektronen  $v_{\text{Zyk}} = r_{\text{Zyk}}\omega_{\text{Zyk}}$ . Diese Anregung der Zyklotronbewegung nimmt mit steigendem Radius von der Elektronenstrahlmitte drastisch zu, da sich hier die Aperturfehler der Beschleunigungsoptik am stärksten auswirken. Aus technischen Gründen liegt beim ESR-Kühler (Aufbau von Kanone und Kollektor) das Zentrum des Elektronenstrahls gegenüber dem Ionenstrahl systematisch um 7-8 mm verschoben. Aus elektronenoptischen Simulationsrechnungen erhält man für eine radiale Abweichung von 7,5 mm, einem Magnetfeld von 0,1 T und einem Elektronenstrom von 250 mA für den ESR-Kühler eine Zyklotrongeschwindigkeit von  $v_{\perp,\text{Zyk}} = 0,26 \text{ m/s} \cdot (U[\text{kV}])^{2,8}$  [Win96b]. Dieser Wert muß für die entsprechende Beschleunigungsspannung mit der thermischen Bewegung von  $v_{\perp,\text{Kat}} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  verglichen werden. Für 50 kV ist  $v_{\perp,\text{Zyk}} \approx 1,5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$  und kann gegenüber der thermischen Geschwindigkeit vernachlässigt werden. Ab einer Elektronenenergie von 125 keV ist jedoch  $v_{\perp,\text{Zyk}} > v_{\perp,\text{Kat}}$  und muß daher unbedingt berücksichtigt werden.

Zusammengefaßt erhält man für den Elektronenstrahl eine Geschwindigkeitsverteilung in Form einer anisotropen Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(\vec{v}_e, v_{0,\parallel}, v_{0,\perp}) = \frac{m_e}{2\pi k_B T_{\perp}} \exp\left(-\frac{m_e(v_{\perp} - v_{0,\perp})^2}{2k_B T_{\perp}}\right) \times \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k_B T_{\parallel}}} \exp\left(-\frac{m_e(v_{\parallel} - v_{0,\parallel})^2}{2k_B T_{\parallel}}\right). \quad (3.13)$$

Neben der Geschwindigkeitsverteilung ist das Raumladungspotential des Elektronenstrahls eine weitere wichtige Größe. Es führt dazu, daß die Elektronen gegenüber ihrer nominellen Energie leicht abgebremst sind. Nimmt man die Elektrodendichte als gleichmäßig über den Strahlradius  $R_E$  verteilt an, so ist das Potential

des Elektronenstrahls in einer leitenden Röhre vom Durchmesser  $R_{\text{Drift}}$  [Jac82]:

$$\Phi(r) = \begin{cases} -\frac{\rho_e}{4\epsilon_0} R_e^2 \left( \frac{r^2}{R_e^2} - 1 - 2 \ln \frac{R_{\text{Drift}}}{R_e} \right) & \text{für } r < R_e \\ -\frac{\rho_e}{2\epsilon_0} R_e^2 \ln \frac{r}{R_{\text{Drift}}} & \text{für } R_e \leq r \leq R_{\text{Drift}}. \end{cases} \quad (3.14)$$

Setzt man für die Ladungsdichte  $\rho = I_e / \pi R_e^2 \beta_0 c$  den Elektronenstrom ein, sowie die Parameter  $R_{\text{Drift}} = 10$  cm und  $R_e = 2,54$  cm für den ESR-Kühler, erhält man für das Raumladungspotential auf der Achse des Elektronenstrahls

$$\Phi_0 = -\frac{I_e}{4\pi\epsilon_0\beta_0 c} \left( 1 + 2 \ln \frac{R_{\text{Drift}}}{R_e} \right) \stackrel{\text{ESR}}{=} -0,11215 \cdot \frac{I_e [\text{mA}]}{\beta_0}. \quad (3.15)$$

Beispielsweise ist  $\Phi_0 = 27,17$  V für eine Kühlspannung von  $U = 50$  kV und einen Elektronenstrom von  $I_e = 100$  mA. Um diesen Wert werden die Elektronen gegenüber der Kühlspannung abgebremst. Da dadurch auch  $\beta_0$  entsprechend kleiner wird, stellt Gleichung 3.15 genau genommen eine Iterationsvorschrift dar. Im obigen Beispiel ändert sich  $\beta_0$  um  $\Delta\beta_0 \approx 2,5 \cdot 10^{-4}$ , so daß es ausreicht, Raumladungskorrekturen direkt mit Gleichung 3.15 zu berechnen. Die radiale Abweichung des Ionenstrahls von der Achse des Elektronenstrahls von 7,5 mm ändert das Raumladungspotential um weniger als 2,5 % und kann hier ebenfalls vernachlässigt werden.

### 3.4.2 Das Prinzip der Elektronenkühlung

Das Prinzip der Elektronenkühlung versteht man vielleicht am besten, wenn man sich zunächst vorstellt, daß man einen absolut monoenergetischen Elektronenstrahl hat. Wird in dieses einkomponentige Plasma ein heißer Ionenstrahl mit annähernd gleicher mittlerer Geschwindigkeit eingebettet, übertragen die Ionen, die eine andere Geschwindigkeit als die Elektronen haben, durch Coulomb-Stöße Energie auf die Elektronen. Die aufgeheizten Elektronen werden aber aus der Wechselwirkungszone entfernt und durch frische von der Kathode ersetzt. Nach einer gewissen Zeit, d.h. nach mehreren Umläufen der Ionen im Speicherring, verschwindet dadurch der Geschwindigkeitsunterschied der Ionen zu den Elektronen, und der Ionenstrahl ist nun ebenfalls monoenergetisch. Die Ionen haben eine Reibungskraft  $dE/dx$ , die sogenannte *Kühlkraft* erfahren. Tatsächlich ist nun aber der Elektronenstrahl nur in guter Näherung monoenergetisch und besitzt selbst eine gewisse Geschwindigkeitsverteilung  $f(\vec{v}_e)$  (siehe letzter Abschnitt). Zur Herleitung einer Formel für die Kühlkraft nimmt man, in Analogie zur Herleitung der Bethe-Bloch-Formel [Jac82], an, daß die Elektronen und Ionen nur binäre Stöße ausführen. Für

die Kühlkraft ohne Berücksichtigung des Kühlermagnetfelds berechnet man unter dieser Annahme den folgenden Ausdruck (z.B. [Pot90]):

$$\vec{F}^{nm}(\vec{v}_i) = \frac{dE}{dx} \frac{\vec{v}_i}{v_i} = -F_0 \int L_C(\vec{u}) f(\vec{v}_e) \frac{\vec{u}}{u^3} d^3 \vec{v}_e. \quad (3.16)$$

Darin ist  $\vec{u} = \vec{v}_i - \vec{v}_e$  der Vektor der Relativgeschwindigkeit zwischen Elektronen und Ionen, die Konstante  $F_0 = 4\pi q^2 e^4 n_e / m_e (4\pi\epsilon_0)^2$  und  $L_C = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} b^{-1} db = \ln(b_{\max}/b_{\min})$  der Coulomb-Logarithmus. Er ist eine Folge der Integration über alle möglichen Stoßparameter  $b$  und insbesondere der Langreichweitigkeit des Coulomb-Potentials und beschreibt das Verhältnis von minimalem zu maximalem Impulsübertrag im Stoß. Aus Gleichung 3.16 entnimmt man, daß die Kühlkraft von der Relativgeschwindigkeit  $u$  abhängt. Für große Geschwindigkeiten nimmt  $F^{nm}$  mit  $u^{-2}$  ab und für kleine Werte von  $u$  gilt  $F^{nm} \propto u$ .

Eine wichtige Größe zur Abschätzung der Kühlkraft ist der Coulomb-Logarithmus. In vielen Arbeiten wird  $L_C \approx 10$  als konstant angenommen. Eine Verbesserung erhält man, wenn man für  $b_{\min} = qe^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e u^2$  den Stoßparameter für maximalen Impulsübertrag einsetzt, sowie für niedrige Stoßgeschwindigkeiten für  $b_{\max} = \lambda_D$  die Debye-Abschirmlänge bzw. für hohe Geschwindigkeit  $b_{\max} = \lambda_{ad}$  den adiabatischen Abschirmradius wählt. Für kleine Relativgeschwindigkeiten und hohen Ladungszustand  $q$  wird jedoch das so berechnete  $L_C$  negativ [Win96b]. Eine Näherungsformel, die die tatsächlichen Trajektorien von Elektronen und Ionen sowie die Debye-Abschirmung berücksichtigt, wurde von Ordonez und Molina angegeben [OM94].

$$L_C = \frac{(1 + \Lambda)^2 \ln(1 + \Lambda)}{(2 + \Lambda)^2} - \frac{\Lambda}{2(2 + \Lambda)} + 0,15 \Lambda e^{-0,5\Lambda} \quad (3.17)$$

Darin ist  $\Lambda = 1,17 \lambda_D / b_{\min}$  mit der Debye-Länge  $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 k_B T / n_e e^2}$  und  $b_{\min}$  wie oben. Der Ausdruck 3.17 zeigt das geforderte „gutmütige“ Verhalten und konvergiert für niedrige Geschwindigkeiten gegen 0.

Schon bei den ersten Experimenten zur Elektronenkühlung haben Budker et al. [BDK<sup>+</sup>76] festgestellt, daß die Kühlkraft deutlich effektiver ist, als man aus dem obigen Modell erwarten würde. Grund dafür ist das magnetische Feld, das benutzt wird, um ein Aufweiten des Strahls zu verhindern, sowie die extrem niedrige longitudinale Temperatur [Pot90]. Durch das Magnetfeld rotieren die Elektronen mit einer Frequenz  $\omega_{Zyk} = eB/\gamma m_e$  in einem Radius  $r_{Zyk} = v_{\perp}/\omega_{Zyk}$  um ihre Bewegungsrichtung. Für langsame (adiabatische) Stöße, d.h. für eine lange Stoßzeit  $b/v_i > \omega_{Zyk}^{-1}$  und einen großen Stoßparameter  $b > r_{Zyk}$  ist die transversale Bewegung des Elektrons quasi eingefroren, und die Elektronenkühlung wird nur noch durch die mehrere Größenordnungen kleinere Temperatur  $T_{\parallel}$  der Elektronen bestimmt. Dies kann man sich verdeutlichen, wenn man sich anschaut, welche Arbeit  $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l}$  das Elektron bei dem Coulombstoß verrichten kann [Bos95]. Im adia-



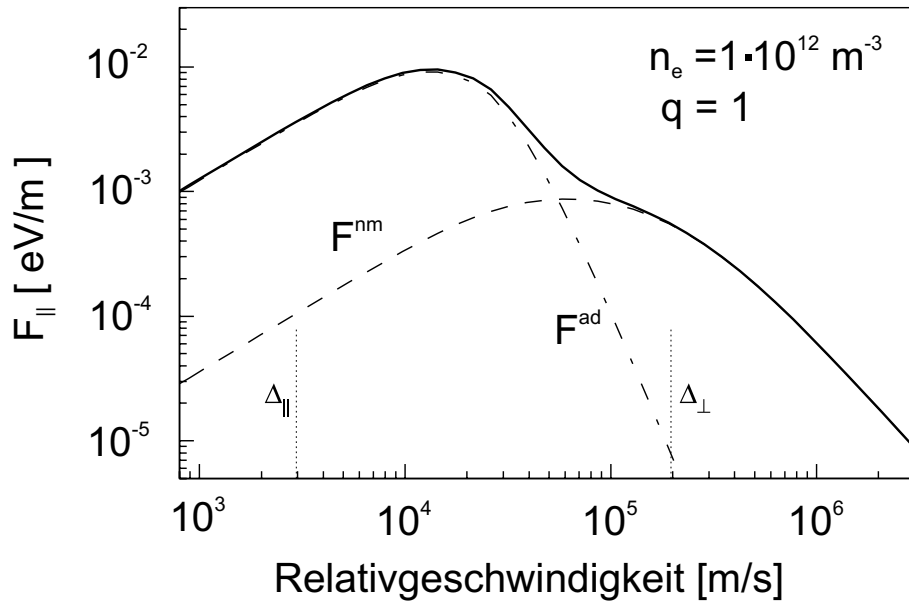


Abbildung 3.6: Modellrechnung für den magnetischen (adiabatischen) und den nichtmagnetischen Beitrag zur Kühlkraft [Win96b, Ste00a]. Als Temperaturen für den Elektronenstrahl wurden  $k_B T_{||} = 5 \cdot 10^{-5}$  eV und  $k_B T_{\perp} = 0,11$  eV gewählt.  $\Delta_{||}$  und  $\Delta_{\perp}$  sind die daraus resultierenden Geschwindigkeitsbreiten.

batischen Fall ist die Stoßzeit so lang, daß das Elektron mehrere vollständige Zyklotronumläufe vollführt. Für eine geschlossene Kurve ist das Wegintegral für die Arbeit gerade 0, so daß in der transversalen Ebene kein Energieaustausch stattfinden kann. Das Elektron erscheint als eine über ihren Zyklotronradius verschmierte Ladungsscheibe, deren Bewegung keine transversalen Freiheitsgrade mehr hat. Fliegt das Ion jedoch schnell an dem rotierenden Elektron vorbei, „sieht“ es in der kurzen Vorbeiflugzeit nur ein kleines Wegstück der Kreisbewegung, so daß in diesem Fall der Stoß analog zum Stoß ohne Magnetfeld verläuft.

Abbildung 3.6 zeigt eine Modellrechnung [Win96b, Ste00a] für die longitudinale Kühlkraft eines einfach geladenen Ions bei einer Energie von 250 MeV/u. Für niedrige Energien übersteigt der magnetische Anteil  $F^{\text{ad}}$  den Beitrag der nichtmagnetischen Kühlkraft  $F^{\text{nm}}$  um mehrere Größenordnungen, wohingegen  $F^{\text{ad}}$  bei hohen Energien vernachlässigt werden kann.

Eine Übersicht über das Thema Elektronenkühlung findet man beispielsweise in [Pot90, Bos95].

## 3.5 Bestimmung der experimentellen Größen

In Kapitel 3.2 wurde das Meßprinzip vorgestellt, mit dem man an Schwerionen-Speicherringen Messungen zur PR durchführen kann. In den folgenden Abschnitten wird dargestellt, wie dieses Prinzip bei den Experimenten am ESR realisiert wurde. Dazu wird zunächst beschrieben, wie mit Hilfe der Driftröhren im Elektronenkühler die Variation der Elektronenenergie, und damit auch der Relativenergie, durchgeführt wurde. Die weiteren Abschnitte beschäftigen sich mit der Bestimmung der wichtigsten Observablen, nämlich Elektronen- und Ionenstrom sowie der Messung der Rekombinationsrate, und wie diese Daten mit Hilfe der eingesetzte Meßelektronik aufgenommen wurden.

Nach Gleichung 3.3 wird für die Berechnung des absoluten Ratenkoeffizienten neben den Teilchenströmen und den kinematischen Größen  $\beta$  bzw.  $\gamma$  von Elektronen- und Ionenstrahl, die Überlapplänge von Elektronen- und Ionenstrahl benötigt. Auf die Bestimmung der Überlapplänge wird im Rahmen der Simulationen zur DR-Linienform näher eingegangen (Abschnitt 4.1).

### 3.5.1 Variation der Relativenergie

Die Strahlenergien von Elektronen- und Ionenstrahl werden im Experiment im Laborsystem bestimmt. Für einen Vergleich mit Rechnungen für die atomaren Stoßprozesse müssen die Laborenergien in das Schwerpunktsystem von Elektron und Ion transformiert werden.

Zur Herleitung einer relativistischen Beziehung zwischen Labor- und Schwerpunktsenergien wird lediglich die Lorentzinvarianz des Skalarproduktes zweier relativistischer Vierervektoren benötigt. Der relativistische Viererimpuls  $\mathcal{P} = (\mathcal{E}/c; \vec{p})$  ist aus der Gesamtenergie  $\mathcal{E} = E + m_0 c^2$  und dem gewöhnlichen (Dreier-)Impulsvektor  $\vec{p}$  zusammengesetzt. Da das Skalarprodukt zweier Vierervektoren lorentzinvariant ist, gilt insbesondere:

$$\mathcal{P}_{\text{lab}}^2 = \mathcal{P}_{\text{CM}}^2. \quad (3.18)$$

Das Schwerpunktsystem wird dadurch definiert, daß in ihm der Dreierimpuls verschwindet, d.h.  $\vec{p}_{\text{CM}} = 0$ <sup>3</sup>. Die Viererimpulse des Schwerpunktsystems und des Laborsystems sind demnach

$$\mathcal{P}_{\text{CM}} = \left( \frac{\mathcal{E}_{\text{CM}}}{c}; 0 \right) \quad \text{und} \quad \mathcal{P}_{\text{lab}} = \left( \frac{\mathcal{E}_e + \mathcal{E}_i}{c}; \vec{p}_e + \vec{p}_i \right) \quad (3.19)$$

worin  $\mathcal{E}_{e,i}$  und  $\vec{p}_{e,i}$  die Gesamtenergie bzw. der Dreierimpuls von Elektron (e) und Ion (i) sind. Durch Einsetzen von Gleichung 3.19 in Gleichung 3.18 erhält man

<sup>3</sup>Das durch  $\vec{p}_{\text{CM}} = 0$  definierte System ist ein *Impulsschwerpunktsystem*, man spricht jedoch fälschlicherweise oft von einem *Massenschwerpunktsystem*. Dieser Unterschied rührt von der relativistischen Massenzunahme her und verschwindet im Grenzfall niedriger Energie.

die Gesamtenergie des Schwerpunktsystems:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{\text{CM}} &= [(\mathcal{E}_e + \mathcal{E}_i)^2 - c^2 (p_e^2 + p_i^2 + 2\vec{p}_e\vec{p}_i)]^{1/2} \\ &= \left[ (m_{0,e}c^2)^2 + (m_{0,i}c^2)^2 + 2\mathcal{E}_e\mathcal{E}_i(1 - \beta_e\beta_i \cos \Theta) \right]^{1/2}. \quad (3.20)\end{aligned}$$

$\Theta$  ist der Winkel zwischen den Dreivektoren von Elektronen- und Ionenimpuls. Werden von  $\mathcal{E}_{\text{CM}}$  noch die Ruhmassen des Ions und des Elektrons subtrahiert, erhält man die gesuchte „kinetische“ Schwerpunktsenergie  $E_{\text{CM}}$ . Bei der Berechnung der Schwerpunktsenergie muß man darauf achten, daß die Variablen mindestens in doppelter Präzision (8 Byte) programmiert werden, da sonst, insbesondere durch die Differenzbildung großer Zahlen, numerische Fehler das Ergebnis verfälschen. Dieses numerische Problem kann man mit einer Näherungsformel für niedrige Schwerpunktsenergien  $E_{\text{CM}} \ll 30 \cdot \sqrt{A}$  MeV umgehen [Spi95]:

$$\gamma_{\text{CM}} = \gamma_e\gamma_i - \sqrt{(\gamma_e^2 - 1) \cdot (\gamma_i^2 - 1) \cos \Theta}. \quad (3.21)$$

Aus der relativistischen Energie-Masse-Beziehung  $\gamma = 1 + E/m_0c^2$  erhält man sofort die gewünschte Energie. Ein Vorteil der obigen Formel liegt darin, daß sie im Vergleich zu Gleichung 3.20 ein einfaches Auflösen nach der Elektronen- bzw. der Ionenenergie erlaubt. Für die in dieser Arbeit untersuchten Schwerpunktsenergien gilt für die Genauigkeit der Näherung 3.21 stets  $\Delta E_{\text{CM}} \leq 2 \cdot 10^{-4}$  eV.

Um die Relativenergie zwischen Elektronen- und Ionenstrahl zu ändern, werden an die Driftröhren, die sich im Inneren des Kühlsolenoids befinden (vgl. Abbildung 3.5), Spannungen zwischen -5 kV und +5kV angelegt. Die Kühlerelektronen werden dadurch abgebremst oder beschleunigt. Auf die um mehrere Größenordnungen schwereren Ionen hingegen hat dieses Potential praktisch keinen Einfluß. Auf diese Weise kann man bei einer Kühlspannung von  $U_K = 50$  kV, entsprechend einer Ionenenergie von 91,8 MeV/u, einen Bereich von  $-125,8 \text{ eV} < E_{\text{CM}} < 113,3 \text{ eV}$  abdecken (siehe Abbildung 3.7). Das negative Vorzeichen drückt aus, daß die Elektronen bei einer negativen Driftröhrenspannung langsamer fliegen als die Ionen. Bei positivem Vorzeichen sind die Elektronen schneller. Diese Unterscheidung ist physikalisch bedeutungslos, jedoch ist der Vergleich von Spektren gemessen bei „positiver“ und bei „negativer“ Schwerpunktsenergien eine Hilfe bei der Experimentdatenauswertung. Den obigen Meßbereich kann man erweitern, indem man die Spannung der Kathode um bis zu 5 kV gegenüber ihrem Kühlwert erhöht oder verringert. Um die Ionen zu kühlen, werden die Elektronen durch eine gleich große Gegenspannung an den Driftröhren auf die Kühlenergie gebracht. Durch diesen Trick kann man den maximalen Hub der Driftröhrennetzgeräte von  $2 \times 5 \text{ kV} = 10$  kV ausnutzen, und man erreicht für  $U_K = 50$  kV eine Schwerpunktsenergie bis zu  $E_{\text{CM}} = 432,3 \text{ eV}$ . Die Kathodenspannung beträgt dabei  $U_{\text{Kath}} = 55 \text{ kV}$  (vgl. Abbildung 3.7).

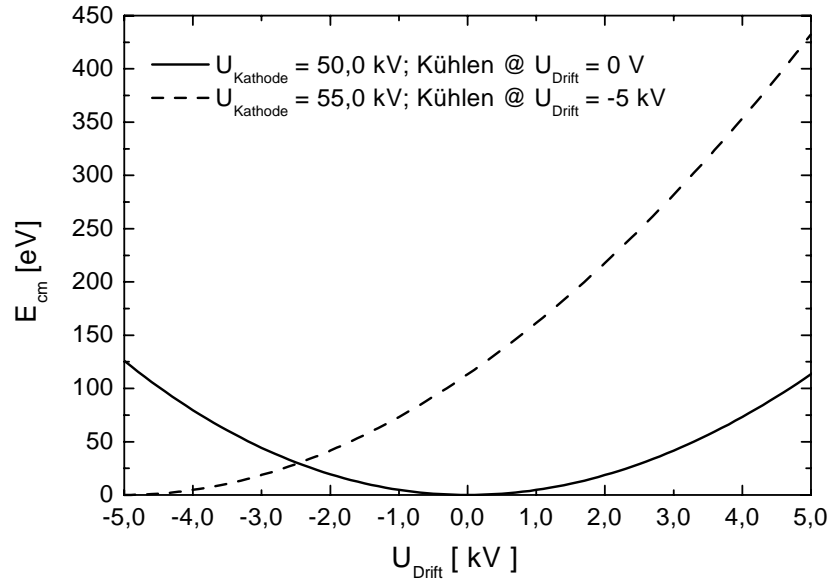


Abbildung 3.7: Schwerpunktsenergie in Abhängigkeit der Laborenergie (Driftrohrspannung) bei einer Kühlenergie von  $E_K = 50$  keV. Die durchgezogene Kurve wurde für  $E_{Kath} = E_K$  berechnet, mit Kühlen bei  $U_{Drift} = 0$ . Für die gestrichelte Kurve ist  $E_{Kath} = E_K + 5$  kV = 55 kV, mit  $U_{Drift} = -5$  kV zum Kühlen.

Zur Variation der Relativenergie wird an die Driftrohre eine schnelle Abfolge von Meß- und Kühlspannungen angelegt. Nach jedem Meßpunkt von typisch 40 ms Dauer folgt eine kurze Kühlperiode von 20 ms. Das Zwischenkühlen sorgt dafür, daß für jeden Meßpunkt die Qualität und Energie des Ionenstrahls dieselbe ist. Ohne diese Zwischenschritte würde sich der Ionenstrahl durch Stöße der Ionen untereinander allmählich aufheizen, und die Kühlkraft die Ionengeschwindigkeit in Richtung der Elektronengeschwindigkeit bei den Meßpunkten verändern. Abbildung 3.8 zeigt schematisch eine solche Serie von Meß- und Kühlspannungen („Energiescan“). Die Spannungswerte wurden dabei im Laborsystem so gewählt, daß im Schwerpunktsystem eine äquidistante Abfolge von Meßpunkten entsteht. Die Form ist also eine Folge der nicht linearen Transformation zwischen Labor-Schwerpunktsystem.

Zur Ansteuerung der Driftröhren wurde an der GSI eine speziell abgestimmte, schnelle und hochgenaue Spannungsversorgung entwickelt („Horneff-Netzteil“) [Hor92]. Um den Anforderungen gerecht zu werden, besteht das Horneff-Netzteil aus insgesamt 16 Einzelgeräten, von denen je 8 eine positive Spannung und je 8 eine negative Spannung von bis zu 5 kV erzeugen können. Die Netzteile werden durch schnelle bipolare Schalter abwechselnd mit den Driftröhren verbunden, so daß die gerade nicht geschalteten Geräte bereits auf die nächste Spannungsstufe

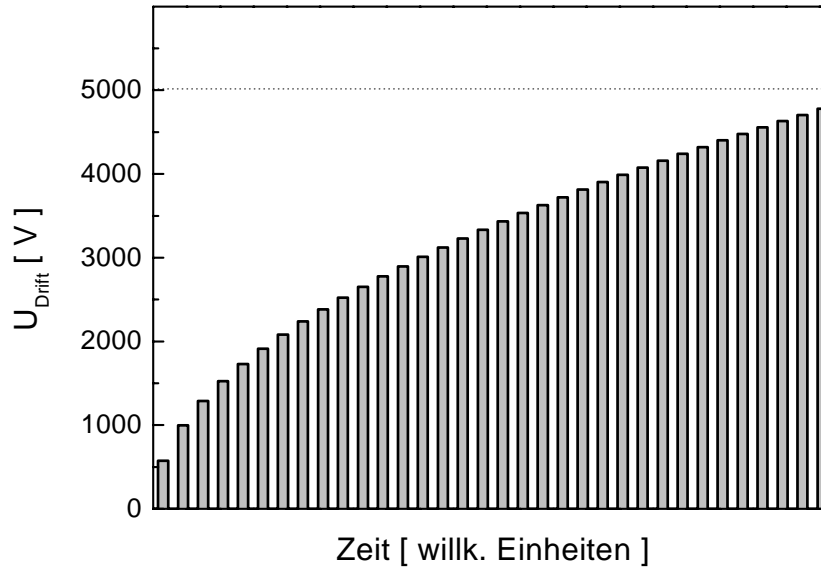


Abbildung 3.8: Schematische Darstellung einer Abfolge von Meß- und Kühlspannungen im Laborsystem.

vorgeladen werden. Durch diese Konstruktion erreicht man bereits 2 ms nach dem Umschalten auf einen neuen Spannungswert eine relative Genauigkeit der Spannung von besser als  $10^{-4}$ . Damit eine solche Genauigkeit erreicht werden kann, darf die Zeit für 8 aufeinander folgende Spannungen 200 ms nicht unterschreiten. Wird diese Zeit deutlich verkürzt, verringert sich die relative Genauigkeit bis in den Prozentbereich. Das Design des Gerätes ist auf eine kurze Reaktionszeit ausgelegt, sowie darauf, den einmal eingestellten Wert mit einer Genauigkeit von  $< 10^{-4}$  konstant zu halten. Dabei werden Abstriche von der Genauigkeit gemacht, mit der ein geforderter SOLL-Wert erreicht wird, so daß man bei schnellem Wechsel zwischen Spannungen deutlich größere Abweichungen zwischen SOLL- und IST-Wert erhält. Dies ist jedoch kein großes Problem, da der IST-Wert über einen Spannungsteiler, ebenfalls mit einer Genauigkeit von  $< 10^{-4}$ , ausgelesen und von der Datenaufnahme mitgeschrieben wird. Wichtig ist dabei, daß auch der Kühlwert in der angegebenen Zeit nicht exakt erreicht wird. Durch die Kühlkraft wird also der Ionenstrahl innerhalb der Kühlzeit auf den leicht veränderten neuen Wert gezogen, so daß dieser der neue Referenzpunkt 0 für den nachfolgenden Meßwert ist. Dabei macht es einen Unterschied, ob zum Kühlen die die Driftröhrspannung  $U_{\text{Drift}}^{\text{SOLL}} = 0$  oder  $U_{\text{Drift}}^{\text{SOLL}} = -5 \text{ kV}$  gewählt wird. Soll die Driftröhrspannung 0 V erreicht werden, wird die Driftröhre zur schnelleren Entladung kurzzeitig über einen Widerstand von 1 k $\Omega$  kurzgeschlossen. Die Abweichung vom SOLL-Kühlwert liegt daher für  $U_{\text{Drift}}^{\text{SOLL}} = 0$  bei  $\pm 1\text{-}4 \text{ V}$  und bei  $U_{\text{Drift}}^{\text{SOLL}} = -5 \text{ kV}$  bei ca. 20 V und ist größer je größer der Abstand zum vorherigen Spannungswert war.

Der ESR-Kühler und damit auch das Horneff-Netzgerät ist in das Beschleuniger-Kontrollsystem der GSI integriert, dessen Ablauf mit sogenannten virtuellen Beschleunigern (VB) gesteuert wird. Die VB sind genormte Softwareschnittschnellen zu den Hardwarekomponenten und helfen u.a. den zeitlichen Ablauf der verschiedenen Beschleunigerabschnitte und -komponenten zu synchronisieren. Die maximale Dauer eines VB ist auf 14,2 sec beschränkt, so daß in dieser Zeit bei einem 40/20 ms Meß-/Kühlrhythmus 236 Spannungspaare an die Driftröhren angelegt werden können. Bei den Messungen mit  $\text{Au}^{76+}$  und den Testmessungen mit  $\text{U}^{89+}$  standen zunächst nur 3 frei programmierbare VB zur Energievariation zur Verfügung. Diese Anzahl wurde für die Messungen mit  $\text{Pb}^{79+}$  auf 7 erhöht. Seit den neuesten Messungen mit  $\text{U}^{89+}$  kann das Driftrohr-Netzteil unabhängig vom übrigen Beschleunigerablauf angesteuert werden, so daß mittlerweile die obigen Einschränkungen bezüglich Zeit und Abfolge der Meßpunkte aufgehoben sind.

### 3.5.2 Bestimmung von Elektronen- und Ionenstrom

Über das Steuerprogramm ECOOL des Elektronenkühlers kann ein SOLL-Wert für den Elektronenstrom für einen festen Wert der Kathodenspannung unabhängig von dieser frei gewählt werden. Der IST-Wert kann durch eine Messung im Kollektorkreis des Elektronenkühlers bestimmt werden und steht dem Experimentator als digitalisiertes Signal zur Verfügung. Wegen der geringen Integrationszeiten zwischen zwei Ereignistriggern ist eine ereignisweise Bestimmung des Stroms sehr ungenau. Für die Auswertung der Daten wurde daher der SOLL-Wert bei der Kühlenergie verwendet. Mit einem Bedingungsfenster auf den IST-Wert wurde in der Datenanalyse sichergestellt, daß stets mit dem gleichen Wert für den Elektronenstrom gemessen wurde. Dies ist besonders wichtig, da der Wert für den Elektronenstrom des Kühlers beim Akkumulieren der Ionen im Ring häufig auf einen anderen Wert gestellt werden muß, als während der Messung. Messungen, die dadurch versehentlich mit einem anderen Elektronenstrom durchgeführt wurden, können so leicht entdeckt und getrennt ausgewertet werden. Der eingestellte SOLL-Wert und der gemessene IST-Wert weichen typischerweise weniger als 2% voneinander ab [Ste00a]. Der Absolutwert für den Elektronenstrom ist jedoch nicht genauer als 10% bekannt, da die Elektronendichte im Strahl z.B. durch eine nicht vollständig gleichmäßige Emission aus der Kathode nicht vollständig homogen über den Strahl verteilt sein kann. Für eine Driftrohrspannung  $U_{\text{Drift}} \neq 0$  muß man in der Analyse zusätzlich berücksichtigen, daß der Elektronenstrahl abgebremst oder beschleunigt wurde und der Elektronenstrom sich entsprechend geändert hat.

Das Befüllen des ESR mit Ionen erfolgt durch HF-Stacking (vgl. Abschnitt 3.3). Dabei wurden Strahlströme lithiumähnlicher schwerer Ionen von bis zu 1 mA akkumuliert. Da bei den hohen ESR-Energien die Wirkungsquerschnitte für Um-

ladungen mit dem Restgas, insbesondere für Elektroneneinfang aus dem Restgas, klein sind, ist die Lebensdauer des Ionenstrahls im wesentlichen durch Rekombinationsverluste im Elektronenkühler bestimmt. Die Lebensdauer des gespeicherten Strahls liegt dadurch deutlich höher als an den Niederenergie-Speicherringen, und man erreicht für nackte Ionen Speicherzeiten von mehr als 1 Stunde. Bei den Messungen zu dieser Arbeit konnte mit einer Füllung lithiumähnlicher Ionen typischerweise zwischen 10 min und 30 min lang experimentiert werden.

Abbildung 3.9 zeigt den gemessenen Ionenstrom gespeicherter  $\text{Au}^{76+}$ -Ionen für drei aufeinanderfolgende Stacks. Der Ionenstrom wurde mit dem DC-Strahltransformator (siehe Abschnitt 3.3.1) gemessen, dessen digitales Signal in der Datenaufnahme mitgeschrieben wird. Zur Datenauswertung wird dieses Signal durch eine Exponentialfunktion mit Offset angefittet, um Rauschen und Störungen auszugleichen.

Eine Kontrolle der so gewonnenen Ionenstromnormierung kann erfolgen, indem man sich das zeitliche Verhalten der normierten Umladerate z.B. in einem Bereich anschaut, in welchem man im Spektrum nur Untergrund und RR findet. Für ein fest gewähltes Energieintervall sollte diese normierte Umladerate zeitlich konstant sein. Tatsächlich wurde jedoch eine stackweise Abnahme der Rekombinationsrate mit der Zeit festgestellt (siehe Abbildung 3.10). Diese Abnahme liegt bei typischerweise zwischen 5% und erreicht in wenigen Ausnahmefällen 25%. Eine

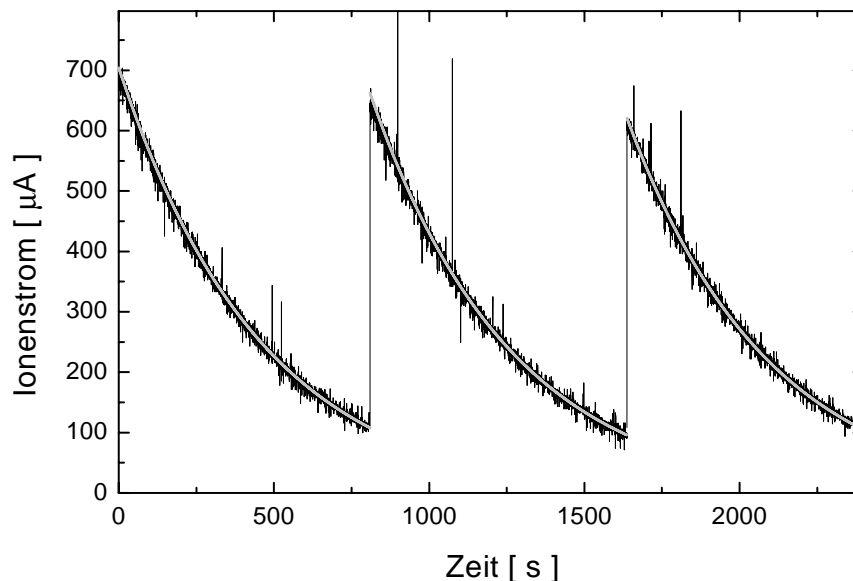


Abbildung 3.9: Gemessener Ionenstrom für drei aufeinanderfolgende Stacks von 97,3 MeV/u  $\text{Au}^{76+}$ -Ionen. Die durchgezogene Linie ist ein Exponentialfit an die Meßwerte.

mögliche Erklärung könnte ein Untergrund sein, der nicht vom Ionenstrom abhängt. Für die Fläche von DR-Resonanzen, deren Ratenkoeffizient in jedem Fall vom Ionenstrom abhängt, stellt man jedoch dieselbe Abnahme fest. Daraus kann geschlossen werden, daß praktisch der gesamte Untergrund ionenstromabhängig ist. Wegen der größeren Ausdehnung des Ionenstrahls bei hohem Ionenstrom und damit auch einer größeren Impulsunschärfe und Divergenz kann man sich auch vorstellen, daß der Ratenkoeffizient für RR beim Kühlen, der den Großteil des Strahlverlustes ausmacht, zu Beginn eines Speicherzyklusses geringer ist als am Ende. Ein rein exponentieller Fit liefert dann ein falsches Ergebnis. Weiterhin ist bekannt [Ree90], daß der Ionenstrahltrafo Schwankungen im Offset von  $\pm 5 \mu\text{A}$  sowie prinzipbedingt eine Nichtlinearität von  $\simeq 0,1\%$  besitzt, was ebenfalls zumindest einen Teil des Effekts erklären könnte. In der Auswertung wurde das Abfallen korrigiert, indem zusätzlich zu dem Offset aus dem Fit ein weiterer empirischer Offset (typisch ca.  $10\text{-}20 \mu\text{A}$ ) addiert wurde. Dadurch werden die Ratenkoeffizienten bei niedrigen Strömen leicht angehoben, die Korrektur für hohe Ionenströme ist hingegen gering. Dieses Vorgehen ist unter anderem auch dadurch gerechtfertigt, daß der Großteil die Meßstatistik überwiegend von den hohen Ionenströmen bestimmt wird. Der absolute Fehler der Ionenstromnormierung kann somit auf ca.  $10\%$  abgeschätzt werden.

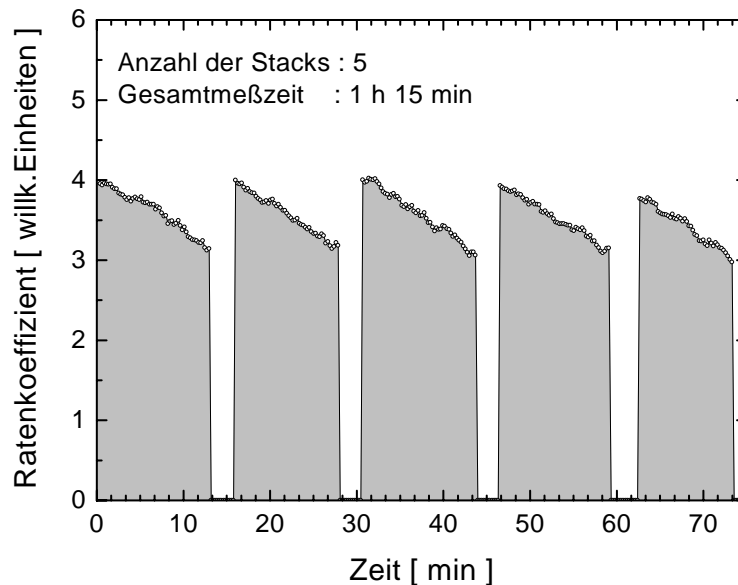


Abbildung 3.10: Zeitlicher Verlauf der auf den angepaßten Ionenstrom normierten Umladezählrate in einem Untergrund-Bereich des Rekombinationsspektrums von  $\text{Au}^{76+}$ . Zu sehen ist ein zeitlicher Abfall für jeden der 5 Speicherzyklen, erwartet würde eine zeitlich konstante Umladerate.



### 3.5.3 Nachweis der umgeladenen Teilchen

Die Reaktionsprodukte wurden mit einem schnellen Plastik-Szintillationsdetektor, der in der Detektortasche der Scraperkammer des ESR-Südbogens montiert war, nachgewiesen. In der Experimentelektronik wurde das Ladungssignal des Photomultipliers mit einem Signalteiler in zwei Signale aufgeteilt, von denen das eine mit einem Diskriminator in Zählpulse zum Einzelteilchennachweis umgeformt wurde. Wichtig ist hierbei, daß die Diskriminatorschwelle so eingestellt wird, daß sowohl für die hohen Zählraten bei hohem Ionenstrom und beim Kühlen (bis zu 1 MHz) als auch für niedrige Zählraten im Untergrundbereich bei niedrigem Ionenstrom (einige hundert Hz), ein Teilchennachweis mit einer Effizienz von möglichst 100% erfolgt.

Zur Kontrolle der Pulshöhe wurde das zweite Detektorsignal mit Hilfe eines ADC digitalisiert und von der Datenaufnahme registriert. Um keine unnötige Totzeit zu erzeugen, wurde die Pulshöhe jedoch nicht bei jedem einzelnen Detektortreffer verarbeitet, sondern je nach erwarteter Zählrate mit einem Faktor 32 bis 512 untersetzt. Abbildung 3.11 zeigt ein solches Pulshöhenspektrum, wie es über einen Zeitraum von mehreren Stunden durch umgeladene  $\text{Au}^{75+}$ -Ionen erzeugt wurde. Die Diskriminatorschwelle liegt ungefähr bei Kanal 40. Die Breite des Pulshöhenspektrums ist nicht repräsentativ für die Energieauflösung des Detektors, da über einen Meßzeitraum von einigen Stunden integriert wurde, und während dieser Zeit sowohl hohe als auch niedrige Zählraten verarbeitet wurden. Zudem setzt durch

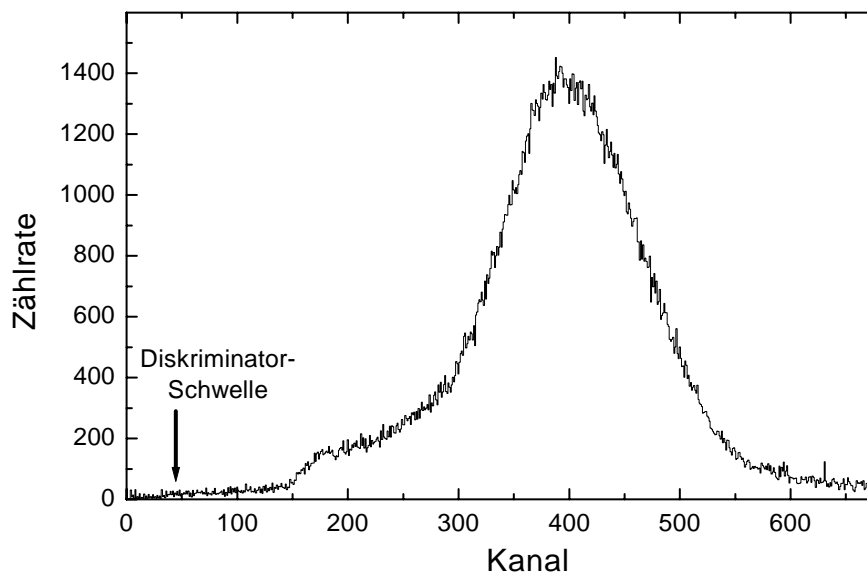


Abbildung 3.11: Typische Pulshöhenverteilung des Szintillationszählers. Das Spektrum wurde in einer Zeit von ca. 2h gewonnen.

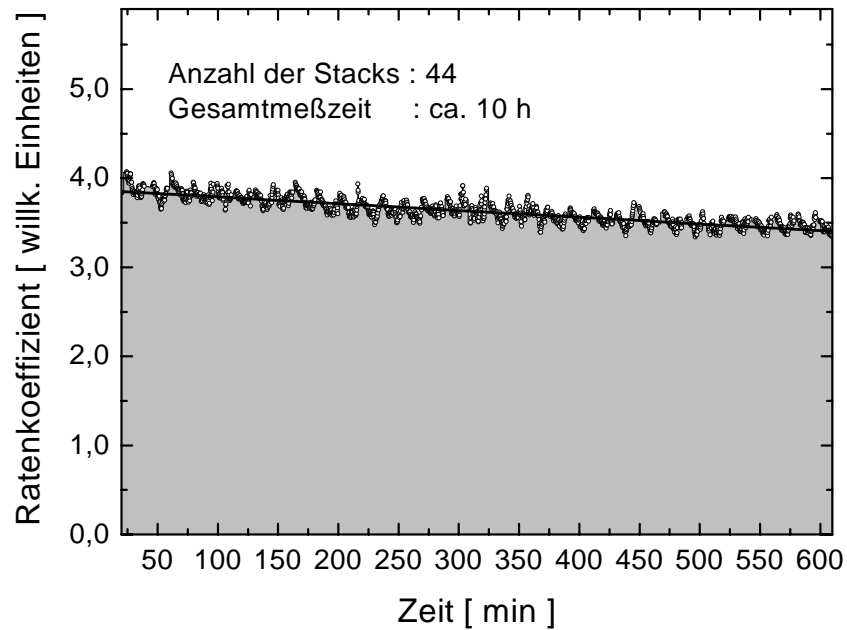


Abbildung 3.12: Beispiel für ein Spektrum zur Kontrolle der Ansprechwahrscheinlichkeit im Verlauf der zeitlichen Entwicklung der normierten Umladerate.

den massiven Beschuß mit den schweren hochenergetischen Ionen ein gewisser Alterungsprozeß ein, der ebenfalls die Pulshöhe ändert.

Der Nachweis der Detektoreffizienz, bzw. dessen Langzeitverhalten kann außerdem mit einer Methode analog zu der im letzten Abschnitt beschriebenen kontrolliert werden. Dazu wird die normierte und pro Speicherzyklus korrigierte Untergrundzählrate gegen die Meßzeit aufgetragen (siehe Abbildung 3.12). In diesem Beispiel nimmt die Ansprechwahrscheinlichkeit über einen Zeitraum von 10 Stunden um ca. 10% ab. Durch Verfahren des Detektors um wenige Millimeter, so daß der Ionenstrahl auf eine weniger stark geschädigte Stelle trifft, oder durch Erhöhen der Detektorspannung kann man erreichen, daß die Detektoreffizienz wieder auf ihren ursprünglichen Wert von nahezu 100% angehoben wird. Eine Abnahme der Ansprechwahrscheinlichkeit um 10%, wie im obigen Beispiel, war bei den Messungen die Ausnahme, da die Pulshöhen regelmäßig sowohl in der Online-Analyse als auch mit einem Oszilloskop direkt bei der Meßelektronik kontrolliert wurden und nötige Korrekturen sofort durchgeführt wurden.

### 3.5.4 Meßelektronik und Datenaufnahme

Die Datenaufnahme bei den Messungen zur PR wurde mit dem an der GSI entwickelten Softwarepaket GOOSY (**G**SI **O**nline **O**ffline **S**ystem) durchgeführt. Die-

ses Paket erlaubt durch seinen modularen Aufbau gleichzeitig die Ansteuerung der Meßelektronik, den Netzwerktransport und das Speichern der experimentellen Datenpakete sowie eine Darstellung und Voranalyse der Daten parallel zur Messung. Die Daten werden im sogenannten *List-mode* Verfahren abgespeichert, bei dem die Werte aller Meßeinschübe der Elektronik auf ein Zeichen („Trigger“) hin ausgelesen, zu einem Zählereignis („Event“) zusammengefaßt und als Rohdaten weggeschrieben werden. Dieses Verfahren erlaubt es, nach Beendigung der Strahlzeit eine detaillierte Analyse der Daten vorzunehmen. Abbildung 3.13 zeigt ein Blockschaltbild einer typischen Verschaltung der zur Messung benötigten elektronischen Bauelemente. Die einzelnen Experimentparameter werden mit Hilfe einzelner CAMAC-Module gesammelt.

Das Zeichen für das Auslesen der Module wird durch das SUM OUT-Signal der Triggerbox TB8000 gegeben, wodurch der CAMAC-Frontend-Prozessor J11 die Datenaufnahme kurzzeitig anhält und den Ausleseprozeß startet. Gleichzeitig wird das Triggersignal an eine sogenannte IOL-Box geleitet, deren STATUS- und BUSY-Signale (SF und BF) die Triggerbox und die Zähler während des Auslesevorgangs sperren. Mögliche Eingangssignale für die Triggerbox sind ein konstantes Timersignal, das GATE-Signal des Horneff-Netzteil, der Beginn eines neuen virtuellen Beschleunigers (VB) oder der Zählimpuls eines Umladedetektors. Da die Zählrate des Umladedetektors bis zu 1 MHz beträgt, kann nicht für jeden einzelnen Detektortreffer die Auslese gestartet werden. Der Detektortrigger wurde daher um einen Faktor 32 bis zu einem Faktor 512 untersetzt. Für den Abstand zwischen zwei Timerpulsen wurde je nach geforderter Zeitauflösung der Messungen eine Zeit zwischen 1 ms und 10 ms gewählt. Das GATE-Signal wird vom Horneff-Netzteil abgesetzt, wenn die vorgewählte Driftröhrenspannung stabil anliegt und legt somit den Beginn einer Messung bei gegebener Energie fest.

Mit Hilfe der einzelnen CAMAC-Module werden die unterschiedlichen für die PR relevanten Observablen sowie einige zusätzliche Kontrollparameter aufgezeichnet. Ein Scaler der Firma LeCroy sammelt die frequenzgewandelten Signale für Ionenstrom, Elektronenstrom, Kühlspannung, Vakuumdruck von Kühlerkathode und Kollektor, ein schnelles Zeitsignal von 100 kHz oder 1 MHz zur Normierung auf die Zeit und die Signale von GATE und Summentrigger. Außerdem wird in diesem Scaler die Umladerate des Meßdetektors („Süd“) und eines Untergrunddetektors („Nord“) gezählt. Die Pulshöhensignale der beiden Detektoren werden in einem Analog-Digital-Konverter (ADC) gewandelt und gespeichert. Die Pattern-Unit PU1001 erlaubt das Speichern eines 16-Bit breiten Datenworts. Mit seiner Hilfe wird der Ereignistrigger aufgezeichnet, der den Ausleseprozeß gestartet hat. Die Spannung, die an den Driftröhren anliegt wird unter Verwendung eines Präzisionsspannungsteilers gemessen. Das Spannungssignal (IST) wird einmal als analoges Signal der Datenaufnahme zugeführt und mit einem ADC frequenzgewandelt und gespeichert. Darüber hinaus wird das IST-Spannungssignal von einem ADC,



der sich im Driftrohr-Netzgerät befindet gewandelt und das digitalisierte Signal über ein GSI spezifisches Übertragungssystem, den MIL-Bus, an die Meßelektronik übertragen und dort dessen durch eine MIL-CAMAC-Schnittstellenkarte gespeichert. Die Auflösung des im Horneff-Netzteil eingebauten ADCs beträgt 65536 Kanäle für den Bereich von -5 kV bis +5kV. Die Wiederholbarkeit bei mehreren aufeinander folgenden Durchläufen der Meßspannungen beträgt im Mittel weniger als 3 Bit (FWHM). Das Analogsignal der IST-Spannung wird in der Experimentelektronik von einem ADC gewandelt, der eine deutlich geringere Auflösung von 2100 Kanälen besitzt, und wird meist nur zur Kontrolle des „digitalen“ Spannungssignals genutzt. Man kann dazu in der Auswertung nur die Ereignisse berücksichtigen, für die beide Aufzeichnungen der IST-Werte korrekt waren. Zur Berechnung der Relativenergie wird jedoch das feiner aufgelöste „digitale“ Signal benutzt.



# Kapitel 4

## Datenauswertung und Ergebnisse

In den Messungen zur Photorekombination am ESR wurden die lithiumähnlichen Ladungszustände von Gold ( $^{197}\text{Au}^{76+}$ ), Blei ( $^{208}\text{Pb}^{79+}$ ) und Uran ( $^{238}\text{U}^{89+}$ ) untersucht. Dabei wurde Wert darauf gelegt, bei den verschiedenen Meßperioden („Strahlzeiten“) bei möglichst ähnlichen Ionenenergien Daten aufzunehmen. In einer ersten Teststrahlzeit Ende 1996, nach einem umfangreichen Umbau des Elektronenkühlers, wurden zunächst Experimente mit lithiumähnlichen Uranionen bei einer Energie von 107,1 MeV/u durchgeführt, entsprechend einer Kühlspannung von 58740 V. Im weiteren wurden Goldionen bei einer Energie von 97,3 MeV/u (53390 V), Bleiionen bei 97,5 MeV/u (53510 V) und nochmals Uranionen, diesmal bei 92,3 MeV/u (50620 V) gespeichert. Bei diesen Ionenenergien erreicht man mit den  $\pm 5$  kV Hub des Driftrohrnetzteils Relativenergien zwischen 0 und 100-120 eV. Zur Untersuchung bei Relativenergien von bis zu 400 eV wurden Messungen im erweiterten Meßbereich (vgl. Abschnitt 3.5.1) durchgeführt. Dazu wurde die Kathodenspannung des Kühlers gegenüber der Kühlspannung um 5 kV bei  $\text{Au}^{76+}$  und  $\text{Pb}^{79+}$  sowie um 3,9 kV bei  $\text{U}^{89+}$  erhöht. Die Ionenstrahlkühlung wurde dann bei einer entsprechenden Gegenspannung an den Driftröhren erreicht.

Neben zahlreichen Kontrollmessungen mit Elektronenströmen zwischen 20 mA und 300 mA wurde der größte Teil der Experimentdaten bei Elektronenströmen von 80 mA und 100 mA gewonnen. Dieser Wert stellt einen Kompromiß dar zwischen Zählstatistik, bzw. dem Verhältnis von Ereignis- zu Untergrundzählrate einerseits, und zu schneller Abnahme des Ionenstroms sowie mögliche Einflüsse der Raumladung der Elektronen andererseits. Darüber hinaus erlaubt es die längere Lebensdauer des gespeicherten Strahls bei nicht zu hohen Elektronenströmen, daß eine Rampe mit mehr als 1000 Meßpunkten (je 40 ms Messen und 20 ms Kühlen) mit einer Füllung des Speicherrings mehrmals vollständig abgearbeitet werden kann.

Zur Interpretation der Meßergebnisse ist es wichtig, die Eigenschaften des Spektrums, die den experimentellen Rahmenbedingungen zuzuschreiben sind, mög-

lichst gut zu kennen. Bei PR-Messungen am Speicherring ist diese Apparatefunktion im wesentlichen durch die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen gegeben. In den folgenden Abschnitten wird der Einfluß der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen auf die Resonanzenergie und die beobachtete Linienform sowie auf die Absolutnormierung diskutiert. Hierbei wird insbesondere auf Beiträge durch die Driftröhren eingegangen, da diese eine Besonderheit der Experimente am ESR-Kühler sind. Dazu wird eine numerische Simulationen vorgestellt, die den Einfluß des Kühlermagnetfelds und der Potentialverteilung der Driftröhre auf die Stoßkinematik und damit auch auf die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen berücksichtigt.

Im Anschluß an die Betrachtungen zur Linienform werden die experimentellen Ergebnisse dieser Arbeit präsentiert. Dazu wird zunächst eine kurze Übersicht über PR-Messungen mit lithiumähnlichen Projektionen gegeben. Die Daten dieser Arbeit werden dazu in einen Kontext mit Messungen von leichteren lithiumähnlichen Ionen gestellt sowie mit früheren Messungen schwerer Ionen, die ebenfalls am ESR durchgeführt wurden, verglichen.

Bei niedrigen Relativenergien findet man für jedes berylliumähnliche rekombinierte Ion zwei Resonanzserien, die zu den  $\Delta n=0$ -Anregungen  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$  und  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$  gehören. Für die hier untersuchten sehr schweren Ionen werden die freien Elektronen bei der  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$ -Anregung in hohe Rydberg-Zustände mit  $n \geq 20$  eingefangen. Experimentelle Daten zu den Eigenschaften dieser doppelt angeregten Zustände mit einem hochangeregten Elektron, insbesondere zur ihrer Feinstruktur und dem Skalierungsverhalten der Ratenkoeffizienten (siehe auch Abschnitt 2.1.5) werden vorgestellt.

Die Energiedifferenz zwischen dem  $1s^2 2s_{1/2}$ -Grundzustand und dem ersten angeregten Zustand  $1s^2 2p_{1/2}$  wird auch als Lamb-Verschiebung für lithiumähnliche Ionen bezeichnet. Ein Schwerpunkt dieser Arbeit liegt darin, diesen Wert mit größtmöglicher Genauigkeit aus den PR-Spektren zu extrahieren. Die zugrunde liegende Idee ist es, aus einer Extrapolation der Resonanzlagen der  $1s^2 2p_{1/2} n l_j$ -Rydberg-Zustände zur Seriengrenze  $n \rightarrow \infty$  auf die Anregungsenergie zu schließen. Dieses Verfahren sowie seine praktische Umsetzung werden detailliert beschrieben. Die Ergebnisse werden mit QED-Rechnungen zur Lamb-Verschiebung verglichen. Die Besonderheit dieses Verfahrens liegt darin, daß der eine Wert für die Anregungsenergie aus einer Vielzahl gemessener Resonanzen bestimmt wird. Deren energieabhängiges Verhalten, eben entlang der Rydberg-Serie, ist bekannt, so daß in der Fitprozedur zur Bestimmung der Seriengrenze gleichzeitig eine verbesserte Energiegleichung der Spektren durchgeführt werden kann.

Die zweite Gruppe von Resonanzen, die in den Messungen beobachtet wurden, sind der  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$ -Anregung zuzuordnen. Der niedrigste Zustand, in



den ein Einfang des Elektrons hier energetisch möglich ist, ist  $n = 6$  bei Gold und Blei bzw.  $n=5$  bei Uran. Als Folge des Einfangs in diese vergleichsweise niedrigen Rydberg-Zustände ist die Wechselwirkung zwischen Rumpfelektronen und Rydberg-Elektron groß. Die doppelt angeregten Zwischenzustände besitzen eine geringere Lebensdauer und damit eine große natürliche Linienbreite von bis zu 1 eV. Relativistische Effekte wie z.B. Spin-Bahn-Wechselwirkung oder Breit-Wechselwirkung sind nun stärker ausgeprägt.

Die Messungen zur PR werden mit theoretischen Vorhersagen verglichen. Die meisten dieser Rechnungen zur PR wurden von T. Steih aus dem Institut für Theoretische Physik II der Universität Gießen durchgeführt [Ste00b]. Die theoretischen Ergebnisse wurden unter Verwendung eines vollrelativistischen MCDF-Computercodes (GRASP [DGJ<sup>+</sup>89]) berechnet und berücksichtigen die Breit-Wechselwirkung. Details der theoretischen Methoden, mit denen die Rechnungen durchgeführt wurden, sind in [ZGS90, ZGS91, Zim96, ZGS97] beschrieben. In der Literatur findet man für niedrig liegende Resonanzen lithiumähnlicher Ionen weitere Rechnungen anderer Theoriegruppen, z.B. für  $\text{Au}^{76+}$  [SML<sup>+</sup>92], für  $\text{Pb}^{79+}$  [MSB00], für  $\text{Bi}^{80+}$  [BP91] oder für  $\text{U}^{89+}$  [PB90]. Diese eignen sich für einen Vergleich mit den Messungen dieser Arbeit nur bedingt, da die Theoriewerte in Form bereits gefalteter Spektren publiziert wurden, wobei durch die Faltung Details der Rechnungen verloren gehen. Die dort angenommenen „Energieauflösungen“ werden durch die neuen experimentellen Ergebnisse teilweise um mehr als eine Größenordnung übertroffen, so daß ein Vergleich nicht sehr aussagekräftig ist.

## 4.1 Linienform der DR Resonanzen

Der im Experiment gemessene Ratenkoeffizient  $\alpha$  (Gleichung 3.1) ist das geschwindigkeitsgemittelte Produkt  $\langle v \cdot \sigma \rangle$ .  $\alpha$  steht mit dem Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  über eine Faltung mit der Verteilungsfunktion  $f(v_{\text{Rel}}, \vec{v})$  der Relativgeschwindigkeiten bzw. -energien zwischen Elektronen und Ionen in Verbindung:

$$\alpha(v_{\text{Rel}}) = \langle v \cdot \sigma(v) \rangle = \int \sigma(v) \cdot v \cdot f(v_{\text{Rel}}, \vec{v}) d^3v. \quad (4.1)$$

Dabei muß  $f$  den Eigenschaften einer Dichtefunktion genügen und auf 1 normiert sein. Gleichung 4.1 bedeutet u.a., daß die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnittsverlaufs, insbesondere die natürliche Linienform einer Resonanz, mit der Apparatefunktion verzahnt ist. Ist die natürliche Linienbreite deutlich geringer als die experimentelle Auflösung, was aufgrund der langen Lebensdauer des Zwischenzustands bei leichten Ionen häufig der Fall ist, spiegelt die gemessene Resonanzform die Geschwindigkeitsverteilung  $f$  wider. Man kann in diesem Fall

durch einen Fit die Verteilungsfunktion sowie deren Parameter bestimmen und somit die DR zur Strahldiagnose einsetzen (siehe z.B. [KHS<sup>+</sup>92, GHB<sup>+</sup>00]).

Diese Fit-Prozedur, die zu den Standardwerkzeugen zur Auswertung von PR-Spektren an Speicherringen gehört, ließ sich jedoch nicht auf die Messungen mit den schweren Ionen, die in dieser Arbeit untersucht wurden, übertragen. Bei den schweren Ionen haben die Zustände der  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$ -Anregung eine so kurze Lebensdauer, daß die natürlichen Linienbreiten zwischen 0,1 eV und ca. 1 eV liegen. Sie sind damit in derselben Größenordnung wie die experimentelle Energiebreite (vgl. mit Kapitel 4.6). Auf der anderen Seite bestehen die langlebigen  $1s^2 2p_{1/2} n l_J$ -Rydberg-Zustände, die also eine genügend kleine natürlich Breite besitzen, aus einer Vielzahl von einzelnen, eng benachbarten Zuständen (vgl. Kapitel 4.4). Daher sind die  $2p_{1/2}$ -Resonanzen für einen Linienfit nur eingeschränkt geeignet, so daß die Parameter  $T_{\parallel}$  und  $T_{\perp}$  der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen (vgl. 3.4.1) nicht so genau bekannt sind, wie in den Experimenten mit leichten Ionen.

### 4.1.1 Einfluß der Temperaturen des Elektronenstrahls

Wegen der sehr viel größeren Masse der Ionen im Vergleich mit ihren Stoßpartnern, den Elektronen, kann man bei Messungen mit einem gekühlten Ionenstrahl in den meisten Fällen dessen Impulsunschärfe und Divergenz in guter Näherung vernachlässigen. Die Verteilung der Relativgeschwindigkeiten wird daher durch die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen angenähert. Wie bereits in Abschnitt 3.4.1 beschrieben, wird für die Verteilungsfunktion eine asymmetrische Maxwell-Boltzmann-Verteilung (Gleichung 3.13) angenommen, bei der  $v_{0,\perp} = 0$  und  $v_{0,\parallel} = v_{\text{Rel}}$  sind. Die Parameter der Verteilung, die longitudinale Temperatur  $T_{\parallel}$  und die transversale Temperatur  $T_{\perp}$ , bewirken eine Verbreiterung der Resonanz,  $T_{\perp}$  zudem eine Energieverschiebung  $\delta E$ . Die gemessene Breite  $\Delta E$  einer Resonanz ist gegeben durch [Mül99b]:

$$\Delta E_{\text{FWHM}} \approx \sqrt{(\ln 2 k_B T_{\perp})^2 + 16 E \ln 2 k_B T_{\parallel} + \Gamma^2}. \quad (4.2)$$

Darin ist  $\Gamma$  die natürliche Linienbreite. Die beiden anderen Terme stellen den von der Temperatur des Elektronenstrahls abhängigen Anteil zur Breite dar. Bei kleinen Relativenergien ist die Energieauflösung am besten und wird von der transversalen Temperatur bestimmt. Der Beitrag von  $T_{\perp}$  ist energieunabhängig, jedoch vergrößert sich die experimentelle Breite mit wachsender Relativenergie  $\propto \sqrt{E \cdot k_B T_{\parallel}}$ . Für eine Energie  $E \approx \ln 2 \cdot (k_B T_{\perp})^2 / 16 k_B T_{\parallel}$  tragen longitudinale und transversale Temperatur zu gleichen Anteilen zur Energieauflösung bei.

Die transversale Temperatur bewirkt eine asymmetrische Linienform mit einem flachen Abfall auf der Seite niedriger Energien und einem steilen Abfall auf der Seite hoher Energien. Abbildung 4.1 zeigt den Einfluß von transversaler Temperatur (links) und Relativenergie (rechts) auf die experimentelle Linienform. Wie

man der Abbildung entnehmen kann, ist der Schwerpunkt des Resonanzpeaks gegenüber der Resonanzenergie  $E_{\text{Res}}$  verschoben. Um diese Verschiebung näher zu untersuchen, wurde ein Testspektrum vernachlässigbar schmaler („ $\delta$ -förmiger“) Resonanzen verschiedener Resonanzenergien mit den Parametern  $k_B T_{\parallel} = 0,2 \text{ meV}$  und  $k_B T_{\perp} = 120 \text{ meV}$  gefaltet und jeweils der Linienschwerpunkt bestimmt. Dabei wurde der Bereich von ungefähr 3 Linienbreiten (FWHM) links und rechts des Linienmaximums berücksichtigt. Die Abweichungen  $\delta E$  des Linienschwerpunkts gegenüber der Resonanzenergie sind in Abbildung 4.2 gegen die Relativenergie aufgetragen. Wie zu erwarten entspricht die Energieverschiebung  $\delta E$  im wesentlichen dem Wert für die transversalen Temperatur. Die longitudinale Temperatur verbreitert lediglich die Resonanzen, verschiebt jedoch den Schwerpunkt der Linie nicht.

Wie bereits erwähnt, war es bei den Messungen mit den schweren Ionen am ESR nicht möglich, die Temperaturen durch einem Fit direkt zu bestimmen. Wegen der fein aufgelösten Strukturen in den PR-Spektren (siehe z. B. Abbildung 4.27) kann man jedoch abschätzen, daß für die longitudinale Temperatur  $0,1 \text{ meV} \lesssim k_B T_{\parallel} \lesssim 0,25 \text{ meV}$  gelten muß. Da am ESR-Kühler nicht mit einer transversalen Expansion des Elektronenstrahls gearbeitet wird, ist  $k_B T_{\perp}$  nach unten durch die Kathodentemperatur  $k_B T_{\text{Kat}} \approx 0,12 \text{ eV}$  beschränkt. Einflüsse durch eine zusätzliche gerichtete Zyklotronbewegung der Elektronen, wie sie im Beschleunigungsspalt der Elektronenkanone angeregt wird, sind erst bei deutlich höheren Elektronenenergien

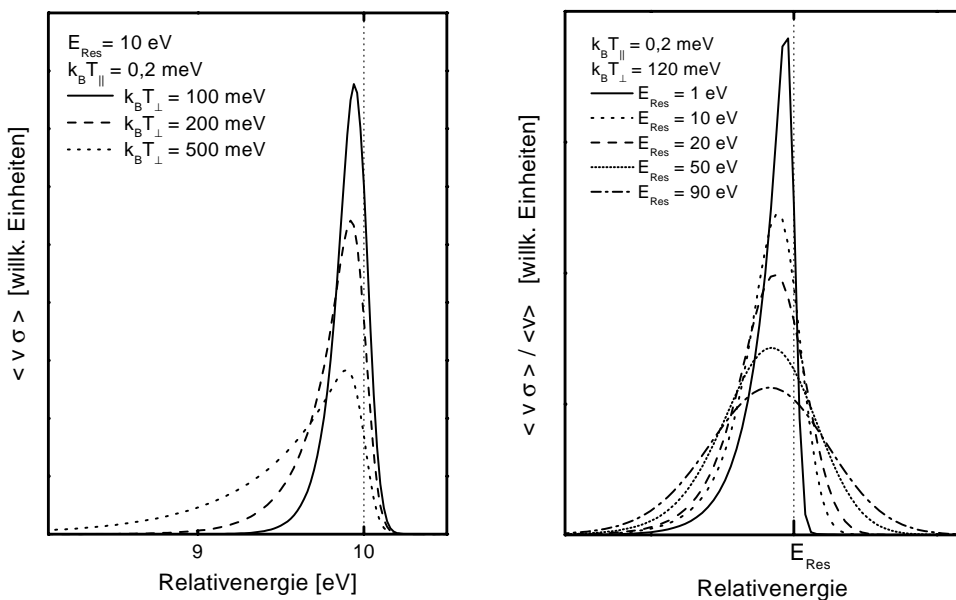


Abbildung 4.1: Einfluß von transversaler Temperatur (links) und Resonanzenergie  $E_{\text{Res}}$  (rechts) auf die Linienform einer DR-Resonanz.

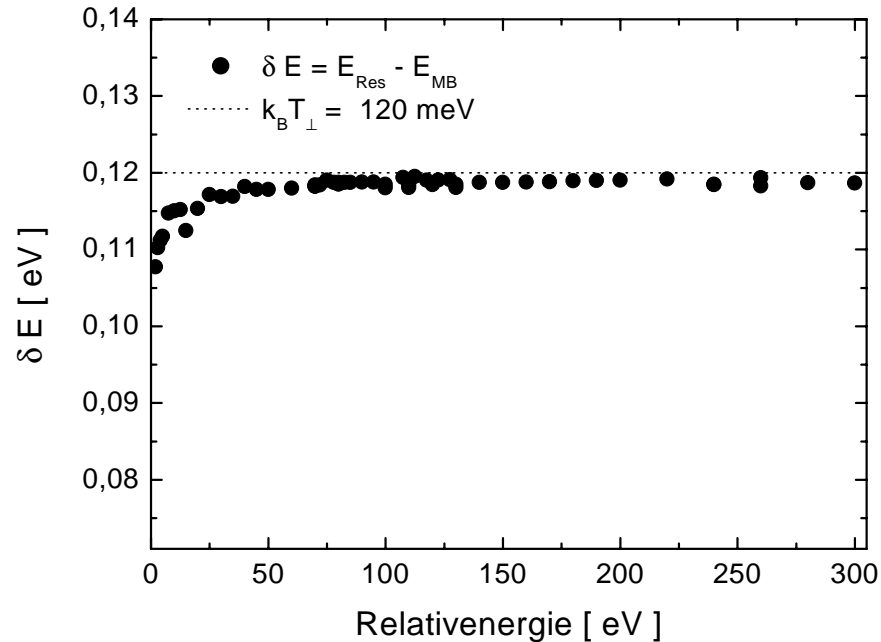


Abbildung 4.2: Energieverschiebung des Resonanzschwerpunkts durch die transversale Temperatur  $k_B T_{\perp} = 120$  meV.

ab ca.  $E_e = 100$  keV von Bedeutung (vgl. Abschnitt 3.4.1). Üblicherweise wird bei PR-Messungen, die an anderen Speicherringen durchgeführt werden, die erwartete transversale Temperatur, z. B. die Kathodentemperatur für einen nicht expandierten Strahl, durch die Resonanzform auch bestätigt (z.B. [KHS<sup>+</sup>92]). Desweiteren, wieder mit dem Argument, daß bestimmte Details eines PR-Spektrums nicht aufgelöst wären, kann man  $k_B T_{\perp} \lesssim 240$  meV abschätzen. In der weiteren Auswertung wurde meist  $k_B T_{\parallel} = 0,1 - 0,2$  meV und  $k_B T_{\perp} = 120$  meV verwendet.

### 4.1.2 Einfluß von Driftröhre und Magnetfeld

Um Details der gemessenen Resonanzformen zu erklären, muß man über die Maxwell-Boltzmann-Verteilung für die Elektronengeschwindigkeit hinaus noch Homogenität und Richtung des Kühlermagnetfelds sowie speziell bei den Messungen am ESR-Kühler die Potentialverteilung der Driftröhren berücksichtigen. Da die Elektronen den magnetischen Flußlinien des Kühlermagnetfelds folgen, ändert sich durch eine transversale Magnetfeldkomponente der effektive Winkel zwischen Elektronen- und Ionenstrahl. Insbesondere in den Ein- und Auslenkbereichen des Elektronenstrahls, den sog. Toroidsektionen des Kühlers, ergeben sich Wechselwirkungswinkel, die sich deutlich von  $0^\circ$  unterscheiden.

Am ESR-Kühler wird die Elektronengeschwindigkeit mit Hilfe der Driftröhren va-

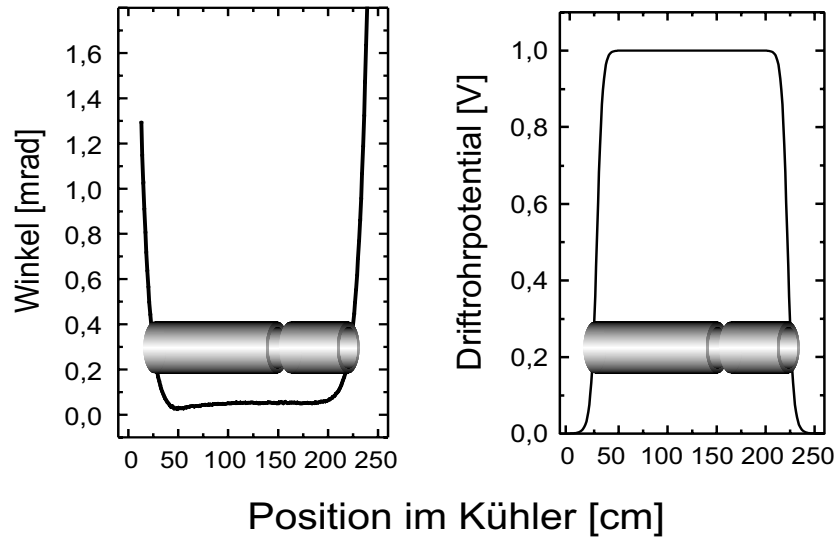


Abbildung 4.3: Winkelverteilung durch das Kühlermagnetfeld (links) und Potentialverteilung der Driftröhren (rechts) für den ESR Kühler entlang der Elektronenstrahlachse. Die Winkelverteilung wurde aus gemessenen Magnetfelddaten [Win96a] ermittelt. Das Driftröhrepotential wurde mit Gleichung 4.5 berechnet und ist auf 1 V normiert.

riert. Der gemessene Ratenkoeffizient hängt dadurch zusätzlich von der Potentialverteilung innerhalb und an den Rändern der Driftröhren ab. Abbildung 4.3 zeigt die Winkel- und Potentialverteilung für den ESR-Kühler. Während die Potentiale außerhalb der Driftröhren schnell auf den Wert 0 absinken, steigt der Wechselwirkungswinkel außerhalb der Driftröhre stark an. Im Unterschied zu den PR-Messungen am ESR wird an anderen Speicherringen, wie z. B. dem TSR, die Relativenergie nicht mit Driftröhren variiert. Stattdessen wird die Kathodenspannung und damit auch die Elektronenenergie mit einem schnellen Netzteil direkt geändert. In diesem Fall muß man den Einfluß des Toroidbereichs des Kühlers geeignet berücksichtigen [LWH<sup>+</sup>96]. Durch die Verwendung der Driftröhren wie am ESR-Kühler besitzen die Elektronen lediglich im Bereich der Driftröhre die gewünschte Meßenergie. In den Toroidsektionen ist die Elektronenenergie mit der durch die Kathode bestimmten Energie identisch. Das Ein- und Auslenken des Strahls produziert lediglich einen nahezu konstanten Untergrundbeitrag und beeinflusst für Relativenergien über  $E_{\text{Rel}} > 0,5$  eV die gemessene Linienform praktisch nicht.

Allerdings muß man stattdessen nun die Randfelder bzw. den Potentialverlauf der Driftröhren beachten, und die effektive Wechselwirkungslänge  $L_{\text{eff}}$  für eine bestimmte Sollenergie ist deutlich kürzer als der gesamte Überlappbereich der beiden

Strahlen. Um den Einfluß der Driftröhren und der Winkel durch das Kühlermagnetfeld geeignet zu beschreiben, wurde ein Computerprogramm geschrieben, das die Stoßkinematik simuliert. In der Simulation wird für eine bestimmte Sollenergie  $E_{\text{CM}}^{\text{SOLL}}$  eine Verteilung der Schwerpunktsenergien unter Berücksichtigung von Kühlermagnetfeld und Driftröhropotential durch ein Monte-Carlo-Verfahren ermittelt. Dazu wird zunächst aus der Sollenergie und der Ionenenergie ein Sollwert für die Driftröhrenspannung berechnet (z. B. mit Gleichung 3.21). Aus diesen Werten wird je ein Vektor für den Sollimpuls von Ion  $\vec{p}_i$  und Elektron  $\vec{p}_e$  gebildet.

$$\vec{p}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta_i \gamma_i m_{0,i} c \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{p}_e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta_e \gamma_e m_{0,e} c \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Darin ist die z-Richtung die Soll-Flugrichtung von Elektronen und Ionen. Die statistisch verteilten Geschwindigkeiten der Elektronen wurde modelliert, indem, einer abgeflachten Maxwell-Boltzmann-Verteilung entsprechend, für jede der drei Raumrichtungen eine gaußförmig verteilte Zufallsvariable angenommen wurde. Die Breite der Gaußkurve ist in z-Richtung durch  $k_B T_{\parallel}$  sowie in x- und y-Richtung durch  $k_B T_{\perp}$  vorgegeben (vgl. Abschnitt 3.4.1). Die daraus resultierenden zusätzlichen zufällig verteilten drei Impulskomponenten werden zum Vektor  $\vec{p}_e$  hinzugefügt. Zusätzlich wird für jedes Elektron-Ion-Paar eine z-Position entlang des 2,5 m langen Überlappbereichs „gewürfelt“. Für diese Position kann aus gemessenen Magnetfelddaten [Win96a] für den ESR-Kühler ein Stoßwinkel berechnet werden (siehe Abbildung 4.3 links) und ein Wert für das Driftröhropotential ermittelt werden. Für den Potentialverlauf zwischen zwei zylinderförmigen Röhren<sup>1</sup> mit Radius  $b$ , die auf den Potentialen  $V_1$  und  $V_2$  liegen, findet man in der Literatur einen geschlossenen Ausdruck [Rei94]:

$$V(r, z) = \frac{V_1 + V_2}{2} + \frac{V_2 - V_1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{k} \frac{J_0(ikr)}{J_0(ikb)} dk. \quad (4.4)$$

In dieser Gleichung ist  $r$  der Abstand von der Zylindermitte und  $J_0$  die Besselfunktion 0-ter Ordnung. Der Punkt  $z = 0$  liegt zwischen den beiden Zylindern. Auf der Achse kann das Potential durch

$$V(r = 0, z) = \frac{V_1 + V_2}{2} + \frac{V_2 - V_1}{2} \tanh \left( \frac{1,318 z}{b} \right) \quad (4.5)$$

angenähert werden. Diese einfacher auszuwertende Form wurde in der Monte-Carlo-Simulation verwendet. Winkel und Potential werden nun in die Impulsvektoren  $\vec{p}_i$  und  $\vec{p}_e$  eingerechnet, und mit Gleichung 3.20 wird die Schwerpunktsenergie

<sup>1</sup>Beim ESR-Kühler sind das die Driftröhren und die direkt daran anschließenden Positionssonde (siehe Abbildung 3.5).

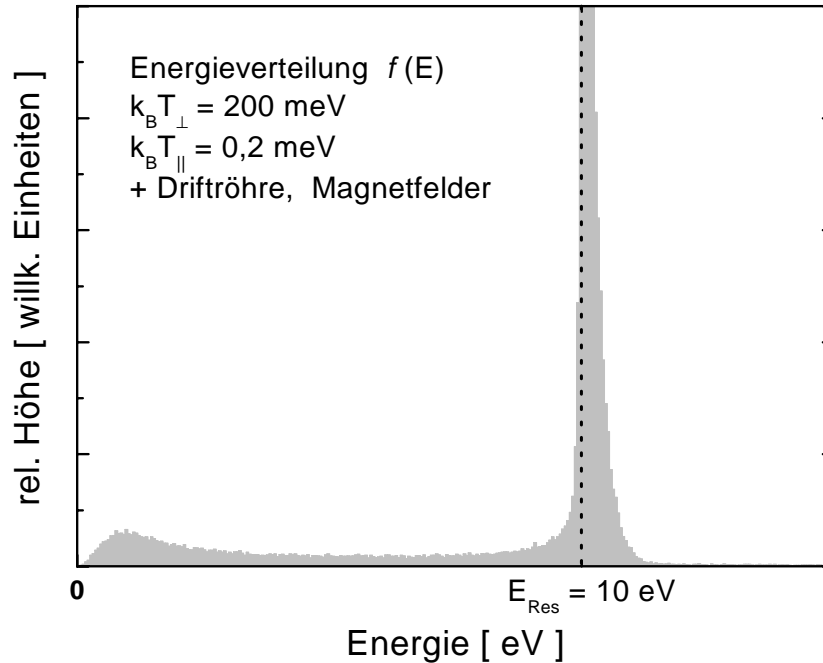


Abbildung 4.4: Verteilung der Schwerpunktsenergien bei einer Sollenergie von 10 eV bei einer Kathodenspannung von  $U_{\text{Kat}} = 50 \text{ kV}$ . Berücksichtigt sind die Temperaturen  $kT_{\parallel} = 0,2 \text{ meV}$  und  $kT_{\perp} = 200 \text{ meV}$ , die Winkelverteilung durch Magnetfelder und die Potentialverteilung der Driftröhre. Um die Einflüsse von Winkeln und Potential besser sichtbar zu machen wurde der Peak zur Hälfte abgeschnitten.

berechnet. Für jeden Wert der Sollenergie wurde je nach Anforderungen an die Genauigkeit dieser Vorgang zwischen 50000 und 500000 mal wiederholt.

Das Verfahren, die Simulation auf den Impulsvektoren aufzubauen und das Skalarprodukt in 3.20 direkt zu berechnen, erlaubt es, die Simulation auf einfache Art und Weise zu erweitern, um z. B. die Zyklotronbewegung der Elektronen oder eine Impulsunschärfe und Divergenz des Ionenstrahls zu berücksichtigen. Abbildung 4.4 zeigt eine mit dem oben beschriebenen Verfahren gewonnene Energieverteilung für eine Sollenergie  $E_{\text{CM}}^{\text{SOLL}} = 10 \text{ eV}$  bei einer Kathodenspannung von  $U_{\text{Kat}} = 50 \text{ kV}$ . Der Schwanz zu niedrigen Energien hin stammt von den Randfeldern der Driftröhre. Für eine Position im Kühler außerhalb der Driftröhren erwartet man, daß das Potential auf 0 absinkt, was im obigen Beispiel zu einer Schwerpunktsenergie 0 führt. Die Verteilungsfunktion würde zu  $E_{\text{CM}} = 0$  hin wieder anwachsen. Diese Beiträge von  $E_{\text{CM}} = 0$  werden jedoch dadurch unterdrückt, daß außerhalb der Driftröhren der Wechselwirkungswinkel bedingt durch die Toroide stark ansteigt. Man erhält daher in diesem Bereich trotz Potential 0 *hohe* Schwerpunktsenergien.

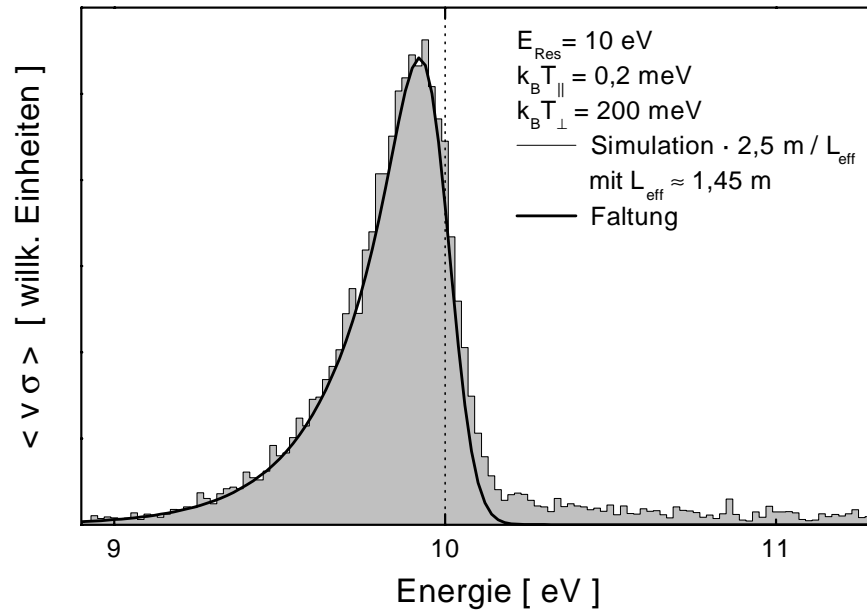


Abbildung 4.5: Einfluß von Magnetfeld und Potentialverlauf der Driftröhre auf die Resonanzform. Für eine Resonanz bei  $E_{\text{Res}} = 10 \text{ eV}$  wird die Faltung mit einer asymmetrischen Maxwell-Boltzmann-Verteilung mit der Monte-Carlo-Simulation verglichen. Die Simulation ist hinsichtlich der effektiv wirksamen Länge der Driftröhre korrigiert. Die Größe „Energie“ entspricht der durch die Kathoden- und Driftröhrenspannung bei vorgegebener Ionenenergie erwarteten Energie im Schwerpunktssystem.

Mit der so gewonnenen Verteilung können theoretische Wirkungsquerschnitte numerisch gefaltet werden, um so einen Ratenkoeffizienten zu bestimmen, der direkt mit gemessenen Werten verglichen werden kann. Abbildung 4.5 zeigt ein Beispiel für eine solche Simulation für eine vernachlässigbar schmale Testresonanz<sup>2</sup> bei einer Resonanzenergie von  $E_{\text{Res}} = 10 \text{ eV}$ . Die anderen Parameter sind analog zum obigen Beispiel gewählt. Im selben Bild ist zum Vergleich eine Faltung derselben Resonanz mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung dargestellt. Die Simulation wurde hinsichtlich der effektiv wirksamen Driftröhrlänge  $L_{\text{eff}}$  korrigiert (siehe nächster Abschnitt). Die Resonanzform, wie sie aus der Simulation gewonnen wurde, stimmt mit der Maxwell-Boltzmann-gefalteten Resonanz auf der Seite der kleineren Energien überein, zu hohen Energien hin ist die Resonanz durch den Einfluß der Driftröhre zusätzlich ausgeschmiedt.

<sup>2</sup>Die selbst geschriebene numerische Faltungsroutine verlangt, daß die Resonanz eine beliebig kleine, aber endliche Breite besitzt, eine Faltung mit einer  $\delta$ -förmige Resonanz ist also nicht möglich.



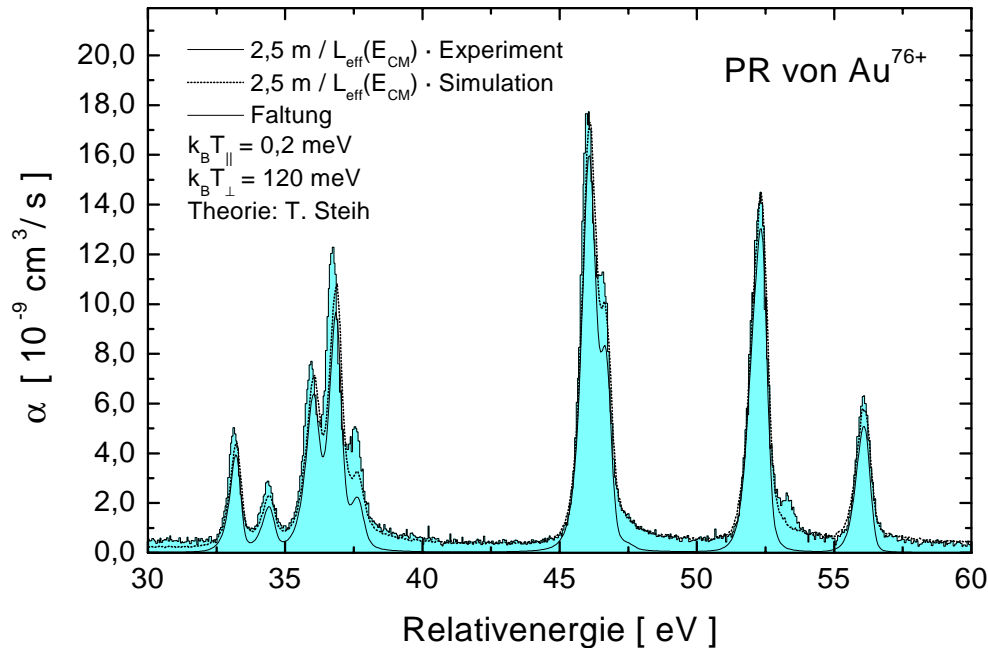


Abbildung 4.6: Vergleich eines gemessenen PR-Spektrums von  $\text{Au}^{76+}$  mit der Simulation (gepunktete Linie). Die Linie ist in der Abbildung nur schwer zu erkennen, da sie nahezu deckungsgleich mit der experimentellen Kurve verläuft. Zum Vergleich ist eine Faltung der Theorie mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung eingezeichnet (durchgezogene Linie). Die Theoriedaten [Ste00b], die in die Simulation eingehen, wurden um  $-0,9$  eV verschoben.

Eine solche Linienform läßt sich in den experimentell gemessenen Spektren verifizieren. Als Beispiel zeigt Abbildung 4.6 ein PR-Spektrum für  $\text{Au}^{76+}$  im Energiebereich  $30 \text{ eV} \leq E_{\text{rel}} \leq 60 \text{ eV}$ . Der Beitrag des RR sowie ein zusätzlicher konstanter Anteil des Untergrundes wurden so abgezogen, daß der bei  $E_{\text{rel}} = 42,5$  eV durch die Simulation ermittelte Untergrund mit dem Experiment übereinstimmt. Man beachte, daß der verbleibende Untergrund jeweils auf der Seite hoher Energie einer Resonanz größer ist als auf der niedriger Energie. Die gemessenen Daten werden mit der DR-Theorie für die  $(1s^2 2p_{3/2} 6l_j)$ -Resonanzzustände von T. Steih [Ste00b] verglichen. Dazu wurden die Theoriedaten um  $-0,9$  eV verschoben und zum einen mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung mit  $k_B T_{\parallel} = 0,2$  meV und  $k_B T_{\perp} = 120$  meV und zum anderen mittels der oben beschriebenen Simulation gefaltet. Die experimentelle Energieachse ist bereits mit dem in Abschnitt 4.5 beschriebenen Verfahren neu kalibriert, für die Absolutwerte der Ratenkoeffizienten wurde die Korrektur für die effektive Driftrohrlänge (nächster Abschnitt) durchgeführt. Auf die physikalischen Details der Resonanzzustände wird in den Abschnitten 4.4 bis 4.6 näher eingegangen. Zunächst einmal ist die exzellente Übereinstimmung

zwischen Theorie und Experiment festzustellen. Gegenüber der direkten Faltung mit der Maxwell-Boltzmann-Verteilung erhält man aus der Simulation zusätzliche Untergrundbeiträge bzw. lange Schwänze auf der Hochenergieseite der Resonanzen. Es zeigt sich, daß die Kombination aus Theorie und Simulation mit den oben gewählten Parametern den experimentellen Verlauf nahezu exakt wiedergeben kann. Schaut man genau hin, entdeckt man bei  $E_{\text{Rel}} \approx 37,5$  eV und bei  $E_{\text{Rel}} \approx 53$  eV Unterschiede zwischen Simulation und Experiment. Diese sind auf  $(1s^2 2p_{1/2} n\ell_j)$ -Resonanzen mit  $n = 21, 22$  zurückzuführen, die in der Simulation nicht berücksichtigt wurden.

### 4.1.3 Effektive Wechselwirkungslänge

In die Absolutnormierung des gemessenen Ratenkoeffizienten  $\alpha$  geht nach Gleichung 3.1 auch der Überlapp  $L$  zwischen Elektronen- und Ionenstrahl ein. Dieser beträgt am ESR 2,5 m. Zum Vergleich mit berechneten Wirkungsquerschnitten ist nach Gleichung 4.1 zusätzlich die Kenntnis der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen nötig. Wie im letzten Abschnitt gezeigt, läßt sich diese jedoch, insbesondere wegen der Potentialverteilung der Driftröhre, am ESR-Kühler nicht in einer geschlossenen Form angeben. Von der gesamten Überlapplänge werden durch die Driftröhre lediglich 1,94 m abgedeckt. Durch die Randfelder vergrößert sich diese effektiv nutzbare Wechselwirkungslänge für  $U_{\text{Drift}} \rightarrow 0$ , bzw. verkürzt sich für Driftröhrenspannungen, die deutlich von 0 verschieden sind (siehe zu diesem Thema auch [Hof99, HBB<sup>+</sup>01]). Um die gemessenen Daten unabhängig von der speziellen experimentellen Geometrie angeben zu können, besteht die Möglichkeit, die gemessenen Spektren zu entfalten [LWH<sup>+</sup>96, HBB<sup>+</sup>01]. Eine solche Entfaltung ist jedoch insbesondere wegen der diskreten Energieachse und des statistischen Rauschens der Daten sehr fehleranfällig und erzeugt ein zusätzliches Rauschen durch die Entfaltungsprozedur<sup>3</sup>. Darüber hinaus muß entschieden werden, welche Beiträge der Ratenkoeffizienten einem oft nicht genau bekannten Untergrund zuzuordnen sind und welche der Photorekombination. Wegen der Vielzahl der Unsicherheiten wurde, im Hinblick auf die Bestimmung der Lamb-Verschiebung und den Nachweis sehr feiner Details in den Spektren von einer Entfaltung der Daten abgesehen.

Stattdessen wurde ein alternatives Verfahren entwickelt, um eine geometrieunabhängige Absolutnormierung angeben zu können. Dieses beruht darauf, die Experimentdaten auf eine energieabhängige effektive Wechselwirkungslänge  $L_{\text{eff}}(E)$  zu normieren, wobei die Energieabhängigkeit nur sehr schwach ist. Um die Funktion

<sup>3</sup>Anschaulich gesehen ist dieses zusätzliche Rauschen eine Art „Fehlerfortpflanzung“. Die der Entfaltung zu Grunde liegende mathematische Theorie, insbesondere fehlerbehafteter Funktionen ist äußerst komplex und ein aktuelles Forschungsgebiet der Mathematik. Auf sie kann im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden.

$L_{\text{eff}}(E)$  zu bestimmen, wurde  $L_{\text{eff}}$  zunächst bei diskreten Energien  $E_j$  aus einem Vergleich von Simulation und Faltung mit einer abgeflachten Maxwell-Boltzmann-Verteilung für ein gegebenes Testspektrum gewonnen. Die Energieabhängigkeit erhält man schließlich aus einem Fit an die Einzelpunkte  $L_{\text{eff}}(E_j)$  (vgl. Abbildung 4.8).

Zur Bestimmung der einzelnen Punkte  $L_{\text{eff}}(E_j)$  wurde ein Testspektrum erzeugt, dessen „Resonanzen“ mit den „Resonanzenergien“  $E_{\text{Res}} = E_j$  sich nach der Faltung nicht überlappen dürfen. Dieses Spektrum wurde zum einen mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung mit  $k_B T_{\parallel} = 0,2$  meV und  $k_B T_{\perp} = 120$  meV gefaltet. Zum anderen wurde dieses Spektrum der im letzten Abschnitt beschriebenen Monte-Carlo-Faltung mit 200000 Wiederholungen pro Energiepunkt unterzogen. Hierbei wurden jeweils die in den Strahlzeiten verwendeten experimentellen Parameter für die Kühlspannung  $U_{\text{Kühl}}$  ( $\text{Au}^{76+}$  bei 53390 V,  $\text{Pb}^{79+}$  bei 53510 V,  $\text{U}^{89+}$  bei 50620

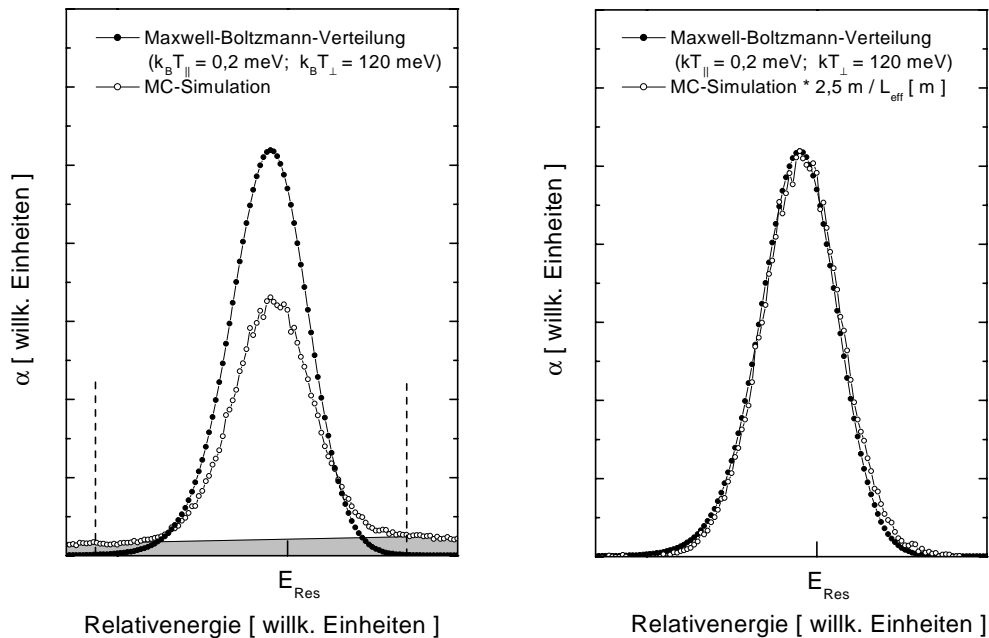


Abbildung 4.7: Vergleich von analytisch gefalteter (volle Kreise) und Monte-Carlo-gefalteter Resonanz (offene Kreise) zur Bestimmung von  $L_{\text{eff}}$ . Links vor der Korrektur. Die grau schraffierte Fläche rührt von Potential- und Winkelverteilung her und wurde als Untergrund behandelt.  $L_{\text{eff}}$  läßt sich dann aus dem Verhältnis der Linienflächen bestimmen. Die senkrechten Linien geben die verwendeten Integrationsgrenzen an. Im rechten Bild wurde die Monte-Carlo-gefaltete Resonanz mit dem ermittelten Wert von  $L_{\text{eff}}$  neu normiert.

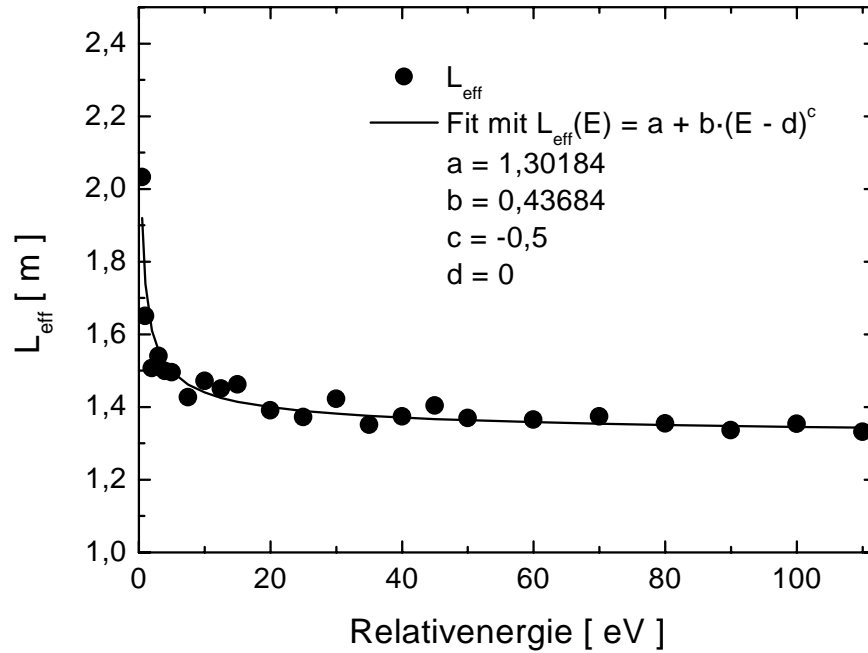


Abbildung 4.8: Beispiel für einen Fit der Funktion 4.6 an die einzelnen  $L_{\text{eff}}(E_j)$ . Die Parameter  $U_{\text{Kühl}} = 53390$  V und  $U_{\text{Off}} = 0$  entsprechen dabei den Werten der Messung mit  $\text{Au}^{76+}$ .

V) und Offsetspannung  $U_{\text{Off}}$  für den erweiterten Meßmodus ( $\text{Au}^{76+}$  und  $\text{Pb}^{79+}$  mit 5000 V,  $\text{U}^{89+}$  mit 3900 V) berücksichtigt.  $L_{\text{eff}}$  ist dann das Verhältnis der Peakflächen von Monte-Carlo-Simulation ( $A_{\text{MC}}$ ) zu analytischer Faltung ( $A_{\text{MB}}$ ) multipliziert mit der gesamten Überlapplänge  $L = 2,5$  m, also  $L_{\text{eff}}(E_j) = L \cdot A_{\text{MC}}/A_{\text{MB}}$ . Der Integrationsbereich wurde beim Maxwell-Boltzmann-Spektrum auf die dreifache Linienbreite (FWHM) festgelegt. Diese Integrationsgrenzen wurden für die simulierten Spektren beibehalten, hier wurde jedoch zunächst der „Untergrund“ herrührend von „Driftröhre“ und „Winkel“ abgezogen. Abbildung 4.7 zeigt ein Beispiel für dieses Verfahren. Auf der linken Seite sind die Faltung mit der Maxwell-Boltzmann-Verteilung und die simulierte Testresonanz zusammen dargestellt. Er-

$U_{\text{Kühl}}$ [V]	$U_{\text{Off}}$ [V]	$a$ [m]	$b$ [m]	$c$	$d$ [eV]
50620/53390/53510	0	1,30184	0,43684	-0,5	0
50620	-3900	0,81121	0,95933	-0,09951	68,8
53390/53510	-5000	0,8964	0,89634	-0,11178	106,0

Tabelle 4.1: Fitparameter aus der Bestimmung von  $L_{\text{eff}}(E)$ .

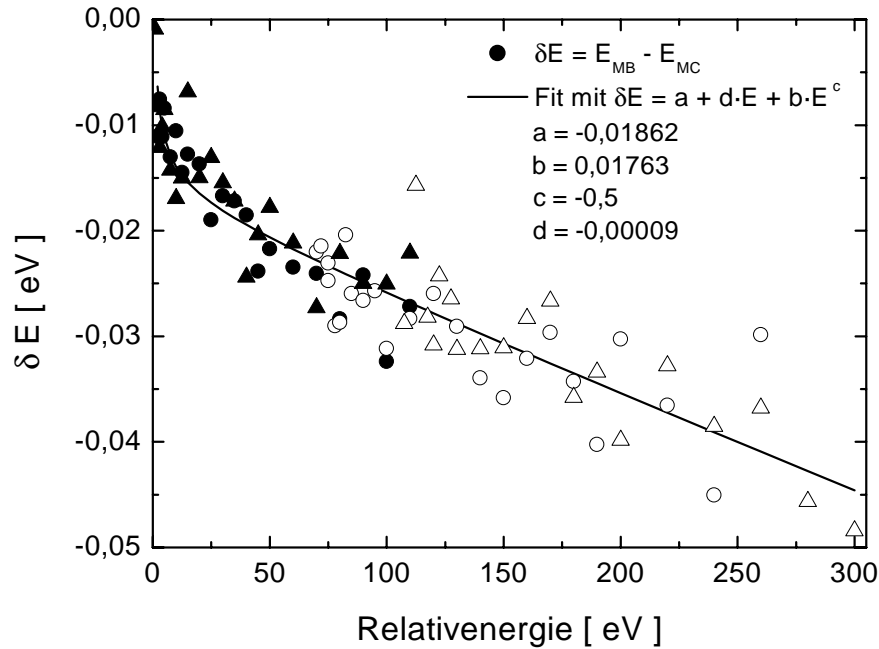


Abbildung 4.9: Energieverschiebung  $\delta E$  von Testresonanzen durch den Einfluß von Potential- und Winkelverteilung. Die vollen Symbole entstammen den Simulationen für Gold/Blei (Dreiecke) und Uran (Kreise); sie entsprechen den Messungen im normalen Meßmodus (Kühlung bei  $U_{\text{Drift}} = 0$ ). Die offenen Symbole entsprechen den Messungen im erweiterten Modus (mit Offset der Kathode). Die Streuung der ermittelten Datenpunkte um das Fitresultat ist  $\pm 0,0035$  eV ( $1\sigma$ ).

staunlicherweise stellt man an der Linienform nach Abzug des zu hohen Energien hin ansteigenden Untergrunds praktisch keinen Einfluß von Potential- und Winkelverteilung mehr fest. Bei genauerer Untersuchung findet man, daß die die Schwerpunkte der Linien leicht gegeneinander verschoben sind (siehe unten).

Die Einzelwerte für  $L_{\text{eff}}$  wurden durch die Funktion

$$L_{\text{eff}}(E) [\text{m}] = a + b \cdot (E - d)^c \quad (4.6)$$

angepaßt, wobei  $d$  die Relativenergie für  $U_{\text{Drift}} = 0$  ist, und im Fitverfahren nicht variiert wird. Wegen der „experimentellen Breite“ der Resonanz liefert dieses Verfahren nur dann sinnvolle Ergebnisse, wenn  $E_j$  ungefähr 1 eV größer als  $d$  ist. Abbildung 4.8 zeigt ein Beispiel für einen solchen Fit der Funktion 4.6. Die Fitparameter für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen sind in der Tabelle 4.1 zusammengefaßt. Während der Auswertung der Testspektren stellte sich heraus, daß die Streuung der Einzelwerte  $L_{\text{eff}}(E_j)$  für unterschiedliche Kathodenspannungen bei gleichem Meßmodus sehr gering ist. Die verschiedenen Datensätze wurden daher mit einem einzigen Fit ausgewertet.

Wie bereits zuvor erwähnt, ist der Schwerpunkt der Resonanzlinie durch Potential- und Winkelverteilung leicht gegenüber dem Schwerpunkt aus der Faltung mit der Maxwell-Boltzmann-Verteilung verschoben. Die ermittelten Abweichungen  $\delta E = E_{MB} - E_{MC}$  sind für alle untersuchten Testresonanzen in Abbildung 4.9 gegen die Relativenergie aufgetragen. Durch die Driftröhre sind die Linienschwerpunkte zu höheren Relativenergien hin verschoben, wobei die Verschiebung für höhere Schwerpunktsenergien ausgeprägter ist. Diese Verschiebung wirkt damit teilweise der nahezu konstanten Verschiebung durch die transversale Temperatur (vgl. Abschnitt 4.1) entgegen. Im Rahmen der Streuung der simulierten Punkte sieht man keinen Unterschied zwischen den verschiedenen Meßmodi. Die Daten der Simulation wurden durch die Funktion

$$\delta E_{\text{Drift}} = a + d \cdot E + b \cdot E^c \quad (4.7)$$

angepaßt, wobei sich für die Fitparameter die Werte  $a = -0,01862$ ,  $b = 0,01763$ ,  $c = -0,5$  und  $d = -0,00009$  ergaben.

## 4.2 Fehler des absoluten Ratenkoeffizienten

In diesem Abschnitt wird die Berechnung des Fehlers des gemessenen absoluten Ratenkoeffizienten diskutiert. Die Genauigkeit der Energieeichung wird im Zusammenhang mit dem Anpassungsverfahren besprochen, das zur Bestimmung der Lamb-Verschiebung entwickelt wurde (Abschnitt 4.5).

Jeder einzelne Meßpunkt, der in den Spektren dargestellt ist, setzt sich aus der fehlergewichteten Summe einer großen Anzahl von Einzelmessungen („Ereignissen“) zusammen.

Die Absolutnormierung der Meßpunkte wird durch Gleichung 3.3 beschrieben. Jede darin eingehende Größe trägt zum experimentellen Fehler bei. Bei einer festen Meßenergie müssen von diesen Größen lediglich die Reaktionsrate und der Ionenstrom für jedes einzelne Ereignis ermittelt werden. Die anderen Größen sind entweder während einer Messung konstant (Ladungszustand, Elektronenstrom, Radius des Elektronenstrahls, effektive Wechselwirkungslänge) oder werden über einen längeren Zeitraum bzw. im Nachhinein ermittelt (Ansprechwahrscheinlichkeit). Fehler der kinematischen Größen  $\beta_{e,i}$  und  $\gamma_{e,i}$  von Elektronen- und Ionenstrahl sind verglichen mit denen der anderen Parameter um mehrere Größenordnungen kleiner und können für den Fehler der Absolutnormierung vernachlässigt werden. Bei einer fest vorgewählten Energie läßt sich daher der Ratenkoeffizient  $\alpha_k$  einer einmaligen Messung vereinfacht als Konstante  $c$  multipliziert mit dem Verhältnis aus Umladerate und Ionenstrom  $\alpha = c \cdot R/I_i$  schreiben. Aus dem Gesetz der

Fehlerfortpflanzung bei vernachlässigbaren Kovarianzen (siehe z. B. [Bra99])

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_j} \right)^2 (\Delta x_j)^2} \quad (4.8)$$

folgt mit  $y = \alpha$ ,  $x_1 = R$  und  $x_2 = I_i$  für den Fehler des Ratenkoeffizienten

$$\Delta \alpha = c \cdot \sqrt{\left( -\frac{R}{I_i^2} \cdot \Delta I_i \right)^2 + \left( \frac{\Delta R}{I_i} \right)^2}, \quad (4.9)$$

wobei  $\Delta R$  und  $\Delta I_i$  die Fehler von Reaktionsrate und Ionenstrom sind. Der Fehler des Ionenstroms kann im Bereich  $2 \text{ mA} \gtrsim I_i \gtrsim 50 \mu\text{A}$  mit  $\Delta I_i \approx 5 \mu\text{A}$  (Schwankungen des Nullpunkts) abgeschätzt werden (vgl. Abschnitt 3.5.2). Zur Bestimmung der Reaktionsrate wird die Anzahl der umgeladenen Teilchen  $N$  in einem Zeitfenster  $t$  ermittelt.  $R = N/t$  ist also selbst eine zusammengesetzte Größe. Für den Fehler der Anzahl der als gaußverteilt angenommenen Zahl der umgeladenen Teilchen gilt  $\Delta N = \sqrt{N}$ . Die Messung der Zeit erfolgte mit einem Timer (100 kHz), der mit einem inneren Takt von 10 MHz arbeitet. Der Fehler des Timers ist durch seine Ablesegenauigkeit (bei 100 kHz entspricht 1 count  $10 \mu\text{s}$ ) gegeben. Man kann daher  $\Delta t = 1/3 \cdot 10 \mu\text{s}$  annehmen ( $1 \sigma$ ). Lediglich für kurze Ereigniszeiten von  $< 1 \text{ ms}$ , mit denen gelegentlich gemessen wurde (typisch sind 4-10 ms), muß dieser Beitrag berücksichtigt werden. Der Fehler  $\Delta R$  berechnet sich dann analog gemäß Fehlerfortpflanzung mit Gleichung 4.8.

Ein weiteres Problem besteht darin, daß sich die Umladerate nicht allein aus Photorekombinationsereignissen zusammensetzt, sondern auch aus Untergrundbeiträgen beispielsweise durch Umladungen im Restgas. Auf diese Problematik wird weiter unten näher eingegangen.

Die Einzelmessungen  $\alpha_k$ , die bei gleichem Parametersatz (Elektronenstrom, Ladungszustand etc.) in ein bestimmtes Energieintervall fallen, können unter der Annahme gaußverteilter Fehler zusammengefaßt werden. Den fehlergewichteten Mittelwert  $\hat{\alpha}$  erhält man dann mit

$$\hat{\alpha} = \left( \sum_{k=1}^n w_k \right)^{-1} \cdot \sum_{k=1}^n w_k \alpha_k \quad \text{mit} \quad w_k = \frac{1}{(\Delta \alpha_k)^2} \quad (4.10)$$

für  $n$  Einzelmessungen pro Meßpunkt. Das Zusammenfassen unter der Annahme gaußverteilter Fehler ist nicht ganz unproblematisch, da bereits einzelne Ausreißer das Ergebnis stark verfälschen können. Z. B. führt eine elektronische Störung, die gelegentlich vorkommen kann, zu einer unphysikalischen, hohen Zählrate. Dieser große Wert erhält dann darüber hinaus, unter der Annahme gaußverteilter Ereignisse, einen zu kleinen Fehler und bekommt damit einen großen Wichtungsfaktor

zugewiesen. Alternativ kann das Zusammenfassen der Daten über eine sogenannte *robuste* Methode, die weniger empfindlich auf einzelne Ausreißer reagiert, zur Bestimmung des Mittelwerts erfolgen [BL98a, Bra99]. So kann man statt mit dem Quadrat des Meßfehlers nur mit dessen Betrag wichten, den Median der Meßwerte verwenden oder einen sogenannten *abgeschnittenen Mittelwert* bilden. Bei letzterem Verfahren werden die Ausreißer nach vorgegeben Kriterien zunächst ermittelt und dann aussortiert. Dies entspricht dem typischen Vorgehen in einer „Offline“-Datenauswertung.

Bei der hier diskutierten Auswertung wurden bestimmte Bedingungen an die Eigenschaften der weiter zu verarbeitenden Rohdaten gestellt. So wurden z. B. Bedingungsfenster auf die Konstanz von gemessenem Elektronenstrom, Hochspannung des Kühlers oder bei zeitlich konstanter Datenauslese auf ein enges Zeitfenster um die eingestellte Zeit gesetzt. Ebenso wurden Ereignisse aussortiert, bei denen die beiden gemessenen IST-Werte für die Driftrohrspannung (bezeichnet mit „digital“ und „analog“, vgl. Abschnitt 3.5.4) einen unterschiedlichen Wert haben oder wenn die Anzahl der gezählten Teilchen unphysikalisch hoch war.

Eigentlich ist die Bezeichnung *Meßpunkt* irreführend, da jeweils die Daten, die in ein gewisses *Energieintervall* fallen, zusammengefaßt wurden. Der zusammengefaßte Ratenkoeffizient wurde hier nicht dem *Mittelpunkt* des Intervalls zugewiesen, wie es häufig in der Datenauswertung gemacht wird, sondern vielmehr dem *Schwerpunkt* des Intervalls. Den Vorteil, daß auf diese Weise die Energieinformation besser erhalten bleibt, erkaufte man sich damit, daß nun die Punkte nicht mehr exakt äquidistant im Schwerpunktssystem sind. Diese Vorgehensweise wurde gewählt, da das Driftrohr-Netzgerät eine deutliche Abweichung zwischen SOLL- und IST-Wert (teilweise mehr als 20 V im Laborsystem, siehe Abschnitt 3.5.1) und damit auch von der eigentlich programmierten Äquidistanz der Meßpunkte zeigt. Bei der Konstruktion des Netzgeräts war aus technischen Gründen diese kleine Unannehmlichkeit zu Gunsten von Schnelligkeit der Einstellung und Präzision des IST-Werts in Kauf genommen worden. Es kommt zu einem Abweichungsmuster, das durch die Abfolge der 8 Einzelnetzteile (4 Meß- und 4 Kühlpunkte) bestimmt wird, zwischen denen durch den Hochspannungsschalter gewechselt wird (siehe Abschnitt 3.5.1). Andererseits können die IST-Werte mit hoher Reproduzierbarkeit von 1-2 Kanälen (entsprechend 0,15 V - 0,3 V) bei einer Auflösung des ADC von 65536 Kanälen für den Bereich der Driftrohrspannungen zwischen -5 kV bis +5 kV ausgelesen werden. Das digitale Auflösungsvermögen durch den ADC ist aber äquidistant im Labor- und nicht im Schwerpunktssystem. Bei fein vorgewählter äquidistanter Schrittweite im Schwerpunktssystem erhält man bei niedrigen Energien deutlich voneinander getrennte Häufigkeitsverteilungen der IST-Laborenergien mit einer Breite von jeweils  $< 0,3$  V. Bei wachsender Schwerpunktsenergie rücken diese Linien immer stärker zusammen und sind schließlich, bedingt durch die digitale Auflösung, äquidistant im Laborsystem. Es ist leicht zu sehen, daß in ein



bestimmtes Energieintervall manchmal eine oder einzelne getrennte Linien fallen, bei hohen Energien ein entsprechendes Intervall aber auch gleichmäßig überdeckt wird. Die daraus entstehenden relativen Energieverschiebungen, insbesondere auch benachbarter Punkte, werden durch die Bestimmung eines Schwerpunktes für jedes Energieintervall umgangen. Der Schwerpunkt  $\hat{E}_m$  des Intervalls mit Index  $m$  wird durch die Wichtung der einzelnen Energien  $E_{k,m}$  mit den  $\alpha_{k,m}$  bestimmt.

Wegen der Dichte der Meßpunkte wurden die experimentellen Fehler der Übersichtlichkeit halber in einigen Spektren, die in den folgenden Abschnitten gezeigt werden, nicht eingezeichnet. Zum Teil liegen die Fehlerbalken auch innerhalb der Symbolgröße. Wenn in den Spektren ein Fehlerbalken eingezeichnet ist, so bezieht dieser sich nur auf den wie oben ermittelten statistischen Fehler. Neben dieser für jede Messung typischen Fehler gibt es noch eine Reihe von systematischen Unsicherheiten, die im wesentlichen für alle Messungen gleich sind:

Die Teilchendichte der Elektronen ist nur auf ca. 10% genau bekannt. In diesem Wert enthalten ist eine Unsicherheit für den Absolutwert des Elektronenstroms [Ste00a] (zur Begründung siehe auch Abschnitt 3.5.2), ein Fehler für die Größe des Elektronenstrahlquerschnitts und ein Beitrag, der eine Folge einer möglicherweise leicht inhomogenen Verteilung der Elektronendichte über den Strahlquerschnitt ist. Eine solche Inhomogenität erhält man z.B., wenn die verwendete Dispenserkathode die Elektronen ungleichmäßig emittiert.

Bei der Bestimmung des Ionenstroms mit dem Strahltransformator muß man außer den statistischen Schwankungen des Nullpunkts noch einen prinzipdedingten, systematischen Fehler von ca. 5-10% (Nichtlinearität, Absoluteichung des Trafos) berücksichtigen.

Die Spektren wurden auf die in Abschnitt 4.1.3 diskutierte effektive Wechselwirkungslänge  $L_{\text{eff}}$  normiert. In die Simulation, die zur Bestimmung von  $L_{\text{eff}}$  eingesetzt wurde, geht eine Reihe von Annahmen über die Kühlergeometrie, Driftröhren und Magnetfeldverteilung im Überlappbereich der beiden Strahlen ein. Die Unsicherheit der Methode wird mit besser als 10% abgeschätzt, da die simulierten Einflüsse von Driftröhre und Winkelverteilung durch die experimentellen Daten bestätigt werden. Die systematischen Unsicherheiten der Absolutnormierung betragen somit ca. 20%.

In den mit Gleichung 3.3 bestimmten Ratenkoeffizienten geht die Umladerate  $R$  ein, die mit dem Einzelteilchendetektor aufgezeichnet wurde. Allerdings werden mit diesem Detektor neben den „echten“ Elektron-Ion-Rekombinationsereignissen auch im Restgas umgeladene Ionen nachgewiesen sowie elektronisches Rauschen oberhalb der eingestellten Diskriminatorschwelle. Diese beiden Untergrundanteile hängen nicht von der Relativenergie von Elektronen und Ionen ab und liefern damit

einen konstanten Untergrundbeitrag<sup>4</sup>. Über diesen vom Elektronenstrom unabhängigen Untergrund hinaus, erhält man aus den Randbereichen des Strahlüberlapps durch die Verteilung der Wechselwirkungswinkel und die Potentialverteilung der Driftröhren einen weiteren Untergrundbeitrag. Dieser Untergrund ist prinzipiell ein „echtes“ Photorekombinationssignal, das jedoch nicht der gewählten Meßenergie zugeordnet werden kann. In den Abschnitten 4.1.2 und 4.1.3 wurden diese Beiträge ausführlich diskutiert. Diese deutlich unterschiedliche Charakteristik der verschiedenen Untergrundanteile bereitet jedoch prinzipielle Schwierigkeiten beim Untergrundabzug. So kann man zwar für die Restgasumladungen einen konstanten Untergrundbeitrag bestimmen, indem beispielsweise zusätzlich der Anteil des RR bei einer bestimmten Energie berechnet und vom Meßspektrum subtrahiert wird. Die resultierende Differenz wird zum Teil durch die Umladung aus dem Restgas bestimmt, enthält jedoch immer noch einen Beitrag, der von der Verschmierung von Rekombinationssignalen aufgrund der Potential- und Winkelverteilung herührt. Neben einem glatten Beitrag durch RR außerhalb der Driftröhre addiert sich ein für jede Resonanz individueller Untergrund, der von der Seite niedriger zur Seite hoher Energie unter der Resonanz ansteigt und dann allmählich wieder abfällt (vgl. dazu auch Abschnitt 4.1.3). Diesen individuellen Untergrund kann man für eine einzeln ausgewertete Resonanz zwar abziehen, jedoch ist dies nicht möglich, wenn ein ganzes Spektrum von Untergrundbeiträgen bereinigt werden soll. Für die in den nächsten Abschnitten gezeigten Spektren wurden zwar die „glatten“ Untergrundbeiträge und häufig auch der RR abgezogen. Die Resonanzen besitzen aber weiterhin den charakteristischen Schwanz zu hohen Energien, der durch die Potentialverteilung der Driftröhre und die Winkelstreuung im magnetischen Führungsfeld hervorgerufen wird. Zur Bestimmung der Fläche (Abschnitt 4.4.2) und Resonanzenergie (Abschnitt 4.5.1) von Rydberg-Resonanzen wurde der Untergrund für jede Linie einzeln ermittelt. Damit wurde in diesen Fällen auch die Driftröhre- und Winkelverteilung geeignet berücksichtigt.

### 4.3 Übersicht über PR-Messungen mit lithiumähnlichen Ionen

In den beiden folgenden Abschnitten wird ein kurzer Überblick über die typischen Eigenschaften von PR-Spektren lithiumähnlicher Ionen gegeben, wie sie in Messungen an Speicherringen gewonnen wurden. PR-Experimente an Speicherringen zeichnen sich dadurch aus, daß durch die kolineare Führung von Elektronen-

---

<sup>4</sup>Bei der Absolutnormierung wird dieser Untergrundbeitrag durch die Normierung auf die Elektronendichte künstlich energieabhängig gemacht. Da am ESR mit konstantem Elektronenstrom für alle Energien eines Spektrums gemessen wurde, ist diese Energieabhängigkeit nur schwach und kann darüber hinaus leicht berücksichtigt werden.

und Ionenstrahl und die damit verbundene Stoßkinematik, eine sehr hohe experimentelle Auflösung bei niedrigen Relativenergien erreicht werden kann (siehe z. B. [Mül99b]). Diese Art von Messungen ist daher prädestiniert für die präzise Untersuchung von  $\Delta n=0$ -Anregungen. Die strukturell einfachsten Ionen, bei denen solche Intraschalenanregungen vom Grundzustand aus möglich sind, sind lithiumähnliche Ionen. Zunächst werden einige ausgewählte Messungen vorgestellt, die mit leichten lithiumähnlichen Spezies ( $C^{3+}$ ,  $Si^{11+}$ ,  $Ni^{25+}$ ) an den Kühlern der Speicherringe TSR und CRYRING durchgeführt wurden. An ihnen werden charakteristische Merkmale der PR-Spektren, insbesondere der Einfluß der Kernladung  $Z$  auf die dielektronischen Resonanzen diskutiert. Im weiteren wird eine Übersicht über die Messungen, die im Rahmen dieser Arbeit mit den schweren lithiumähnlichen Ionen  $Au^{76+}$ ,  $Pb^{79+}$  und  $U^{89+}$  durchgeführt wurden, gegeben. Neben diesen drei Ionen wurden Experimente mit lithiumähnlichem Wismuth  $Bi^{80+}$  durchgeführt. Die Auswertung der Daten ist aber noch nicht vollständig abgeschlossen. Einige vorläufige Ergebnisse kann man in [SBB<sup>+</sup>00b] finden. Außerdem werden die neuen Daten mit älteren Experimenten verglichen, die ebenfalls in unserer Arbeitsgruppe am Speicherring ESR, jedoch unter deutlich schlechteren Bedingungen, gemessen wurden.

### 4.3.1 Merkmale der PR-Spektren: Leichte lithiumähnliche Ionen

Bei lithiumähnlichen Ionen besteht die Möglichkeit, das Valenzelektron innerhalb der  $n = 2$  Hauptschale aus dem  $1s^2 2s$ -Grundzustand in den  $1s^2 2p_j$ -Zustand ( $j = 1/2, 3/2$ ) anzuregen. Die Struktur leichter Ionen wie  $C^{3+}$  kann gewöhnlich sehr gut im Rahmen des LS-Kopplungsschemas beschrieben werden [MdE<sup>+</sup>98], so daß die  $j = 1/2$  und  $j = 3/2$  Unterniveaus der  $1s^2 2p_j$ -Konfiguration nahezu entartet sind ( $E(2s - 2p_{1/2}) = 7,9950$  eV und  $E(2s - 2p_{3/2}) = 8,0085$  eV, [MdE<sup>+</sup>98]). In den DR-Spektren wird daher eine einzige Serie von Rydberg-Resonanzen, die zu den doppelt angeregten berylliumähnlichen Zwischenzuständen  $C^{2+}(1s^2 2p_{1/2,3/2} n\ell_j)$  gehören, aufgelöst (vgl. Abbildung 4.10 oben). Nahe der Seriengrenze von 8 eV erhält man, bedingt dadurch, daß der Abstand der Zustände schneller abnimmt als die Resonanzstärken bzw. die experimentelle Energiebreite, einen *Akkumulationspeak*.

Es fällt auf, daß der Wert 8 eV für  $n \rightarrow \infty$  nicht erreicht wird, sondern die Serie vorher abbricht. Grund dafür ist Feldionisation hoher Rydberg-Zustände durch elektrische Felder  $\vec{F} = \vec{v}_i \times \vec{B}$ , die in den Toroid-, Korrektur- und Dipolmagneten des Kühlers und des Speicherrings auftreten. Die maximale Hauptquantenzahl  $n_{\text{Feld}}$ , die in den Magneten gerade nicht ionisiert wird, kann abgeschätzt werden

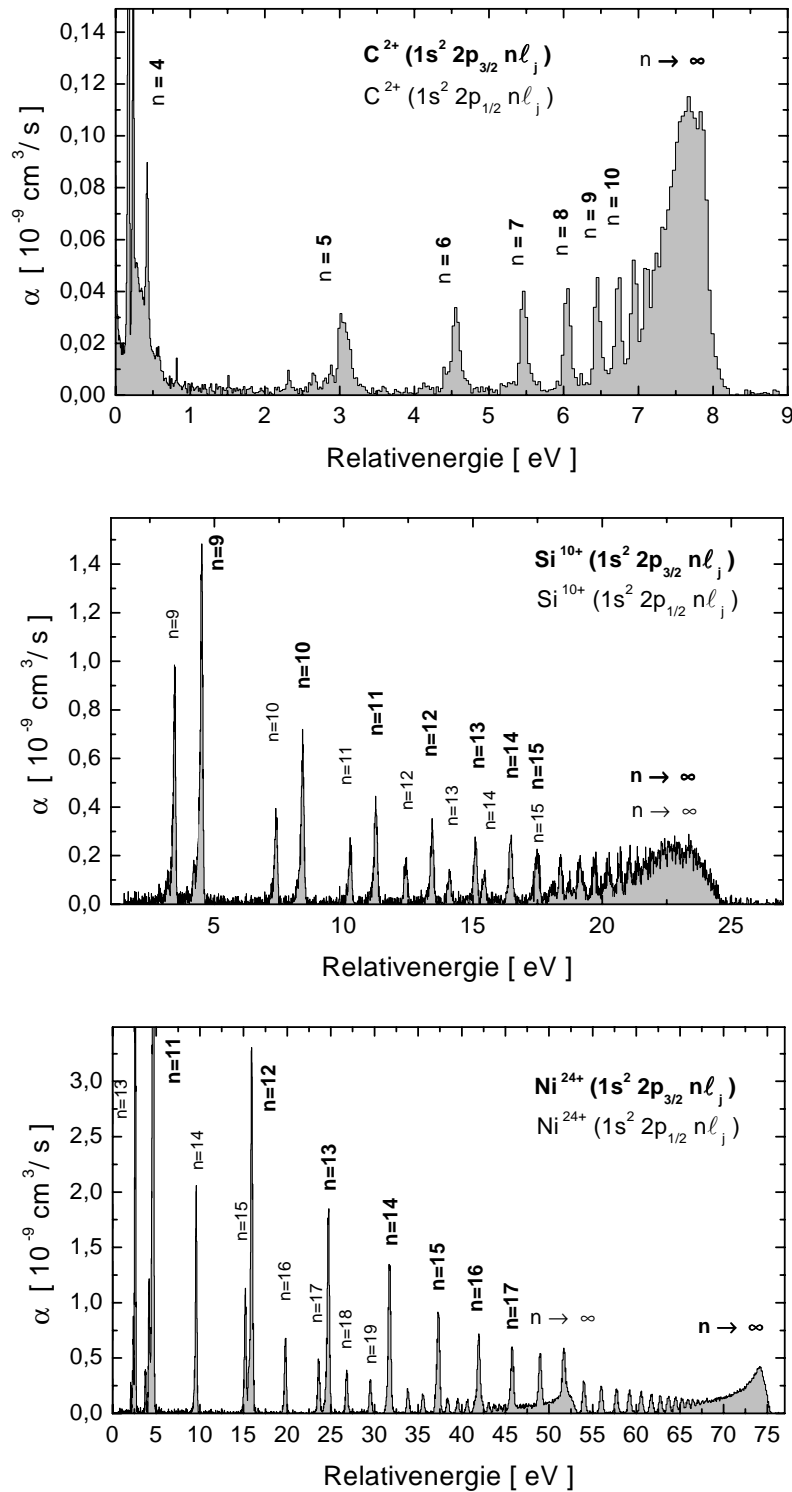


Abbildung 4.10: Messungen zur DR der lithiumähnlichen Ionen  $\text{C}^{3+}$  [Gwi00],  $\text{Si}^{11+}$  [BMS+97] und  $\text{Ni}^{25+}$  [SBB+00a]. Die Messungen mit  $\text{C}^{3+}$  und  $\text{Ni}^{25+}$  wurden am Speicherring TSR durchgeführt, die Messung mit  $\text{Si}^{11+}$  am Speicherring CRY-RING. Im Bild angegeben sind die Konfigurationen der für die Resonanzen charakteristischen doppelt angeregten Zwischenzustände.

durch [MBD<sup>+</sup>87]:

$$n_{\text{Feld}} = \left( 7,3 \cdot 10^{10} \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot \frac{q^3}{F} \right)^{1/4}. \quad (4.11)$$

In dieser Gleichung ist  $F = v_{i,\parallel} B_{\perp}$  das elektrische Feld und  $q$  der Ladungszustand des Ions.

Mit Hilfe der Zahlenwerte für die Seriengrenzen, –eine ausführliche Tabellierung findet sich z. B. in [KBID91]–, kann man abschätzen, welches der niedrigste Zustand  $n_{\text{min}}$  ist, in den für ein bestimmtes  $Z$  ein freies Elektron eingefangen werden kann. In grober Näherung kann man die Bindungsenergien  $E_B$  der eingefangenen Elektronen durch eine Rydberg-Formel beschreiben (siehe dazu auch Abschnitt 4.5):

$$E_B = 13,6 \text{ eV} \cdot \left( \frac{Z-3}{n} \right)^2. \quad (4.12)$$

Die Hauptquantenzahl  $n_{\text{min}}$  ist dann der kleinste Wert für  $n$ , bei dem die Resonanzenergie  $E(2s_{1/2} - 2p_j) - E_B > 0$  ist. Der dielektronische Einfang ist bei  $C^{3+}$   $n \geq n_{\text{min}} = 4$  möglich.

Für steigende Kernladung  $Z$  spaltet die Resonanzserie allmählich stärker in die einzelnen  $j$ -Komponenten auf. Für  $\text{Si}^{11+}$  erkennt man für niedrige Energien zwei getrennte Resonanzserien, wobei jeweils zwei Zustände mit gleicher Hauptquantenzahl des Rydberg-Elektrons zueinander benachbart sind. Für die beide Serien mit  $j = 1/2$  und  $j = 3/2$  ist  $n_{\text{min}} = 9$ . Die Seriengrenzen liegen allerdings noch immer dicht beieinander ( $E(2s - 2p_{1/2}) = 23,81 \text{ eV}$  und  $E(2s - 2p_{3/2}) = 24,83 \text{ eV}$ , [KBID91]), so daß man gerade beginnt zwei Seriengrenzen getrennt aufzulösen. (siehe Abbildung 4.10 Mitte). Dieser ist, verglichen mit der Höhe der Resonanzen mit niedrigerem  $n$  nicht mehr so ausgeprägt. Bei der noch höheren Kernladungszahl  $Z = 28$  für lithiumähnliche Nickelionen (Abbildung 4.10 unten) sind auch die zwei Seriengrenzen ( $E(2s - 2p_{1/2}) = 52,95 \text{ eV}$  und  $E(2s - 2p_{3/2}) = 75,69 \text{ eV}$ , [KBID91]) deutlich voneinander getrennt. Die Resonanzzustände mit gleicher Hauptquantenzahl liegen nicht mehr nebeneinander. So ist beispielsweise  $n_{\text{min}} = 13$  für die Resonanzzustände der  $2p_{1/2}$ -Anregung, während für die  $2p_{3/2}$ -Resonanzen  $n_{\text{min}} = 11$  ist.

Bei sehr schweren Ionen erwartet man schließlich, daß als Folge der relativistischen Spin-Bahn-Kopplung das LS Kopplungsschema durch  $jj$ -Kopplung zu ersetzen ist. Verglichen mit den Abständen  $E(2s - 2p_{3/2})$ , bei denen im Grund- und angeregten Zustand Bahndrehimpuls und Spin zu einem unterschiedlichen  $j$  koppeln, sind das  $2s_{1/2}$ - und das  $2p_{1/2}$ -Niveau nur „schwach“ aufgespalten. Für die schweren Systeme bedeutet „schwach“ aufgespalten immerhin, daß die Energiedifferenz der Zustände z. B. in  $\text{U}^{89+}$   $E(2s - 2p_{1/2}) = 280,6 \text{ eV}$  beträgt.  $2s_{1/2}$ - und  $2p_{3/2}$ -Zustand sind mehr als 4,5 kV voneinander getrennt. Dies dokumentiert Abbildung 4.11 (oben), in der die Aufspaltungen zwischen dem  $2s_{1/2}$ -Grundzustand und den angeregten

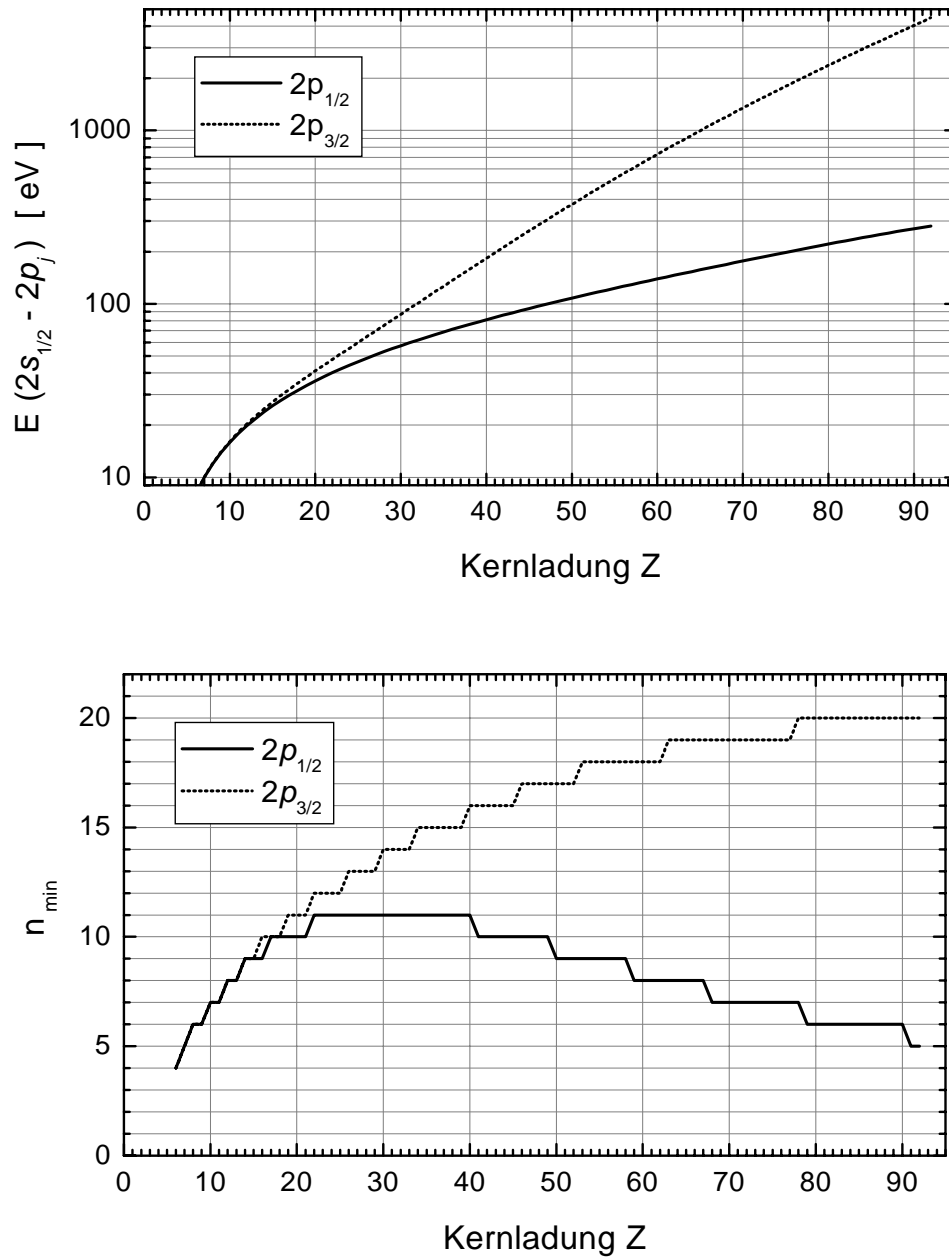


Abbildung 4.11: Aufspaltung  $2s_{1/2} - 2p_{1/2,3/2}$  und kleinste Hauptquantenzahl  $n_{\min}$ , in die der dielektronische Einfang erfolgen kann, in Abhängigkeit von der Kernladung  $Z$ . Die Werte für die Aufspaltung  $E(2s_{1/2} - 2p_j)$  sind [KBID91] entnommen. Für  $n_{\min}$  wurde eine einfache Rydberg-Formel für die Bindungsenergie des Elektrons angenommen.

$2p_{1/2,3/2}$ -Zuständen in Abhängigkeit von der Kernladung zusammengetragen sind. Weiterhin findet man in Abbildung 4.11 (unten) die mit Gleichung 4.12 ermittelten Werte für  $n_{\min}$  in Abhängigkeit von der Kernladung  $Z$ . Interessanterweise nimmt  $n_{\min}$  für die  $2p_{3/2}$ -Serie für Kernladungszahlen  $Z > 40$  wieder ab, wohingegen  $n_{\min}$  für die  $2p_{1/2}$ -Serie über den Bereich aller Werte für  $Z$  zunimmt.

### 4.3.2 Messungen mit schweren lithiumähnlichen Ionen: Übersicht über die Messungen dieser Arbeit

Die DR-Spektren für schwere lithiumähnliche Ionen unterscheiden sich durch den Einfluß von Relativistik und QED signifikant von denen der leichteren Mitglieder dieser isoelektronischen Reihe. Wie man Abbildung 4.11 entnimmt, sind die  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$ -Aufspaltungen bei den schweren Ionen um mehr als eine Größenordnung größer als die  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Energien. Bei der resonanten  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Anregung wird das freie Elektron daher für alle drei untersuchten Spezies ( $\text{Au}^{76+}$ ,  $\text{Pb}^{79+}$ ,  $\text{U}^{89+}$ ) in hohe Rydberg-Zustände mit  $n \geq 20$  eingefangen. Im Unterschied dazu kann der Einfang, der zu den  $2p_{3/2}$ -Resonanzen führt, bereits in  $n_{\min} = 6$  ( $\text{Au}^{76+}$ ,  $\text{Pb}^{79+}$ ) oder sogar  $n_{\min} = 5$  ( $\text{U}^{89+}$ ) erfolgen. Für die zugehörigen berylliumähnlichen Resonanzzustände ist hier die *Feinstrukturaufspaltung* mit ca. 150 eV bis 200 eV<sup>5</sup> praktisch genauso groß, wie die gesamte Anregungsenergie  $E(2s_{1/2} - 2p_{1/2})$  im lithiumähnlichen System. Im Energiebereich von 0-400 eV, der zur Zeit mit dem ESR-Meßaufbau abgedeckt werden kann, weist man daher zum einen die starken  $(1s^2 2p_{3/2} n\ell_j)$ -Resonanzen mit  $n = 5$  oder  $n = 6$ , je nach Kernladung, nach. Die  $(1s^2 2p_{3/2} n\ell_j)$ -Resonanzen bilden Gruppen von Zuständen mit gleichem Drehimpuls  $j$  des Rydberg-Elektrons. Diese Zustände sind selbst nochmals aufgespalten, da der Drehimpuls  $j$  des Rydberg-Elektrons mit dem des Rumpfelektron ( $j = 3/2$ ) zu unterschiedlichen Werten für den Gesamtdrehimpuls  $J$  des doppelt angeregten Zustands koppelt.

Zum anderen findet man im Bereich der Meßenergie eine vollständige Rydberg-Serie deutlich schwächerer  $(1s^2 2p_{1/2} n\ell_j)$ -Linien mit  $n \geq 20$  (vgl. z. B. Abbildung 4.12) bis hin zur Seriengrenze. Die  $2p_{1/2}$ -Seriengrenze selbst konnte in den Messungen zu dieser Arbeit zwar durch Extrapolation dieser Rydberg-Resonanzen bestimmt werden (siehe Abschnitt 4.5), wegen zu geringer Zählstatistik lassen sich Zustände jenseits von  $n \approx 40 - 50$  nicht mehr deutlich unterscheiden. In einer Messung mit lithiumähnlichem Wismuth ( $\text{Bi}^{80+}$ ) ist der direkte Nachweis einer Seriengrenze bei sehr schweren Ionen erstmals gelungen. Die Ergebnisse einer vorläufigen Auswertung der Wismuth-Daten können in [SBB<sup>+</sup>00b] nachgelesen werden.

Die Abbildung 4.12 zeigt je eine Übersichtsmessung für die drei untersuchten

<sup>5</sup>Man beachte, daß bei  $\text{Au}^{76+}$  und  $\text{U}^{89+}$  die Energien  $j = 1/2$ -Zustände unterhalb der Relativenergie 0 liegen und daher eine Rekombination energetisch nicht möglich ist.

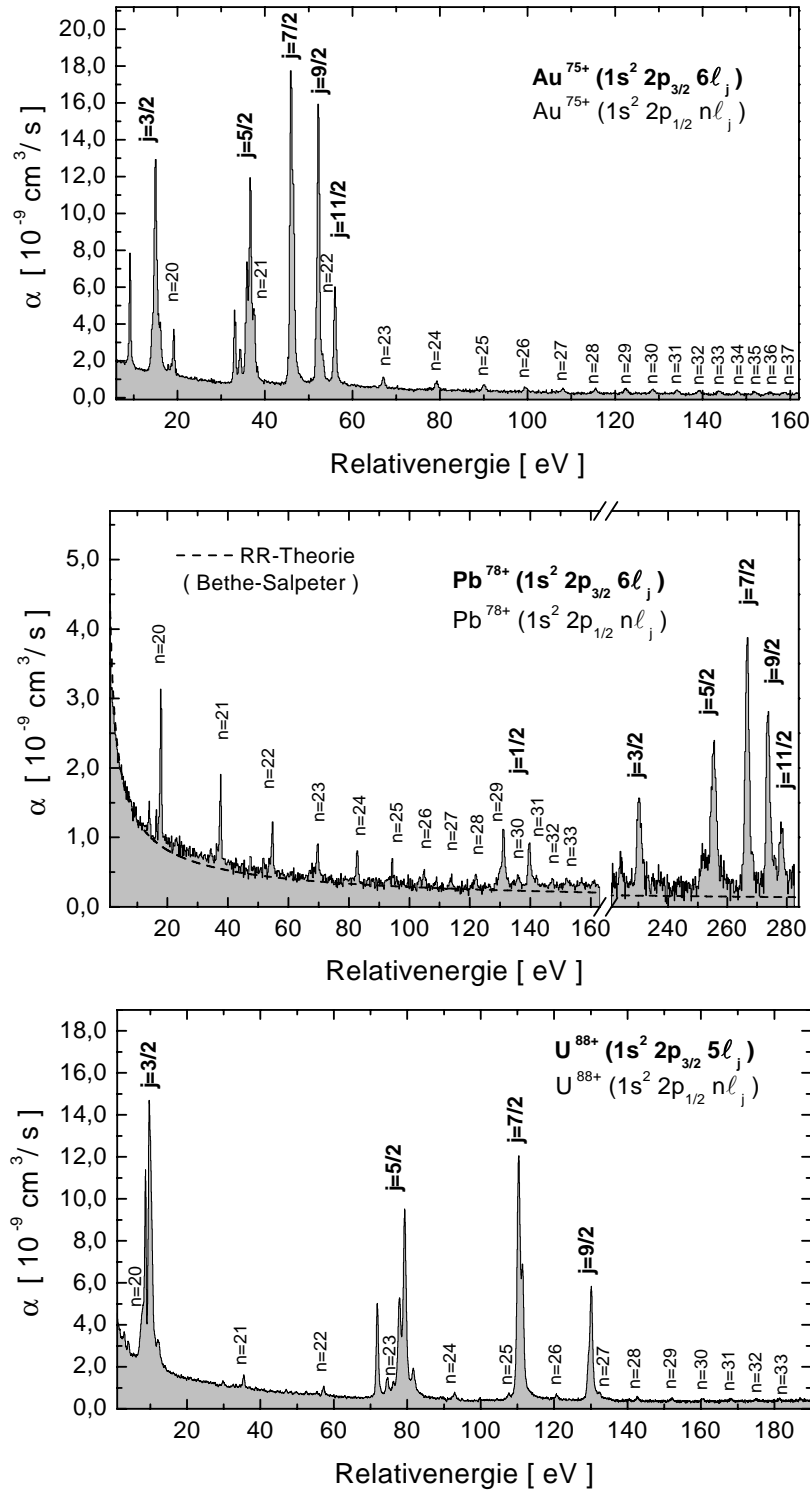


Abbildung 4.12: Übersichtsmessungen zur PR von  $\text{Au}^{76+}$  (oben),  $\text{Pb}^{79+}$  (Mitte) und  $\text{U}^{89+}$  (unten). Der Untergrund wurde bis auf die Beiträge durch Driftrohren und Winkelverteilung abgezogen. Im mittleren Bild ist exemplarisch der mit Gleichung 2.17 (Bethe-Salpeter) berechnete RR-Querschnitt eingezeichnet. Zur Berechnung wurde  $k_B T_{\parallel} = 0,2 \text{ meV}$ ,  $k_B T_{\perp} = 120 \text{ meV}$  und  $n_{\text{max}} = 200$  angenommen (vgl. Abschnitt 2.1.3)



Ionen, der Untergrund wurde bis auf den Beitrag durch die Driftröhren bereits abgezogen. Neben den dielektronischen Resonanzen ist die Energieabhängigkeit des RR zu erkennen. Zum Vergleich wurde für  $\text{Pb}^{79+}$  eine Berechnung des RR nach Gleichung 2.17 (Bethe-Salpeter) durchgeführt und mit in das Bild übernommen. Der Wirkungsquerschnitt wurde mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung mit den Parametern  $k_B T_{\parallel} = 0,2 \text{ meV}$   $k_B T_{\perp} = 120 \text{ meV}$  gefaltet, Hauptquantenzahlen bis einschließlich  $n = 200$  berücksichtigt (vgl. Abschnitte 2.1.3 und 3.4.1). Im angezeigten Bereich stimmen gemessene Daten praktisch identisch mit der Berechnung überein.

Für die Messungen zur DR wurde der Beitrag der RR meist als Untergrund behandelt und zusammen mit dem Untergrund von Stößen mit dem Restgas, elektronischem Rauschen und Untergrundanteil durch Potential- und Magnetfeldverteilung abgezogen. Im Spektrum für  $\text{Pb}^{79+}$  scheint der RR für hohe Energien wieder leicht anzusteigen. Tatsächlich ist dies jedoch auf den Einfluß der Driftröhren und der Winkelverteilung durch das Kühlermagnetfeld zurückzuführen, durch den sich ein zusätzlicher Untergrund auf der Seite hoher Relativenergien einer Resonanz akkumuliert (siehe Abschnitt 4.1.2).

In den Bildern tritt der unterschiedliche Charakter der beiden DR-Resonanzserien deutlich hervor. Für  $\text{Au}^{76+}$  befindet sich die  $(1s^2 2p_{3/2} 6l_j)$ -Mannigfaltigkeit mit  $j \geq 3/2$  im Bereich niedriger Schwerpunktsenergien. Einerseits erlaubt dies, wegen der guten Energieauflösung bei kleinen Energien, eine detaillierte Untersuchung der Aufspaltung durch Kopplung zwischen Rumpf- und Rydberg-Elektron. Andererseits überdecken diese Linien die deutlich schwächeren  $(1s^2 2p_{1/2} n l_j)$ -Resonanzen, die für die Bestimmung der Lamb-Verschiebung herangezogen werden. Mit steigender Kernladung  $Z$  werden die  $2p_{3/2}$ -Resonanzen zu höheren Energien hin verschoben, die Positionen der  $2p_{1/2}$ -Linien ändern sich nur wenig. In  $\text{Pb}^{79+}$  ist daher eine nahezu ungestörte Auswertung der  $2p_{1/2}$ -Zustände möglich. So konnte beispielsweise die Feinstruktur des  $n = 20$ -Zustands von  $\text{Pb}^{79+}$  und des  $n = 21$ -Zustands von  $\text{U}^{89+}$  aufgelöst werden (Abschnitt 4.4.1). Für  $\text{U}^{89+}$  sind die  $2p_{3/2}$ -Resonanzen, soweit zu höheren Energien verschoben, daß nun ein Einfang bereits in  $n = 5$  möglich ist. Die radiative Stabilisierung des  $n = 5$ -Niveaus erfolgt nochmals schneller als aus den  $n = 6$ -Zuständen. Als Folge daraus ist die natürliche Linienbreite einzelner Zustände bis zu 1 eV groß (vgl. Abschnitt 4.6.2). Da die experimentelle Auflösung insbesondere im Bereich der  $1s^2 2p_{3/2} 5l_{3/2}$ -Resonanz bei zwischen 0-15 eV deutlich besser ist als 1 eV, wird die natürliche Linienbreite auch im Experiment nachgewiesen.

Im folgenden werden detaillierte Messungen einzelner Teilbereiche der Spektren vorgestellt. Die Diskussion orientiert sich an verschiedenen physikalischen Fragestellungen:

Für die  $1s^2 2p_{1/2} n l_j$ -Resonanzserie werden Untersuchungen zur Feinstruktur und

zum Skalierungsverhalten der Resonanzstärken mit  $n$  gezeigt. Das daraus gewonnene Wissen ist im weiteren sehr wichtig für die Bestimmung der Lamb-Verschiebung, einer der zentralen Punkte dieser Arbeit.

Die fein aufgelösten Strukturen einzelner  $2p_{3/2}$ -Resonanzen erlauben es, die Güte verschiedener Atomstrukturrechnungen zu überprüfen. Bei schweren hochgeladenen Ionen ist man besonders sensitiv auf relativistische Effekte, wie z. B. die Breit-Wechselwirkung, aber auch auf Größe und Form des Atomkerns.

Als kurzer Prolog werden die neuen Meßdaten im nächsten Abschnitt zunächst mit älteren Experimenten von W. Spies et al. verglichen, um den Fortschritt bei den Messungen zu dokumentieren, der im Laufe der Zeit erzielt wurde.

### 4.3.3 Vergleich mit älteren Messungen

Eines der ersten Experimente, das nach Inbetriebnahme des ESR erfolgreich durchgeführt wurde, war eine Messung der PR von  $\text{Au}^{76+}$  [SML<sup>+</sup>92, Spi95]. Diese Messung war damit auch die erste hochauflösende Messung zur PR schwerer Ionen. Im Laufe der folgenden Jahre wurden weitere Messungen am ESR mit  $\text{U}^{89+}$  [Spi95, SMU<sup>+</sup>97] sowie nochmals mit  $\text{Au}^{76+}$  bei verbesserten Bedingungen [Spi95, SUM<sup>+</sup>95] durchgeführt. Trotz des großen Erfolgs hatten diese Experimente mit einer Reihe von Problemen zu kämpfen. So war es nicht möglich, in den ESR direkt einen lithiumähnlichen Ladungszustand einzuschießen, da die zu diesem Zeitpunkt vom SIS vorgegebene Energie zu hoch war, um in einer Targetfolie einen hohen Prozentsatz lithiumähnlicher Ionen zu erzeugen. Als Ausweg wurde der ESR zunächst mit heliumähnlichen Ionen befüllt und der lithiumähnliche Ladungszustand erst durch Rekombination im Elektronenkühler erbrütet. Desweiteren stellte sich, unter anderem auch durch die Diagnosemöglichkeiten der DR-Messungen, heraus, daß zwischen Elektronen- und Ionenstrahl ein effektiver Fehlwinkel von ca. 3 mrad bestand und das Kühlermagnetfeld eine deutlich größere Inhomogenität besaß als spezifiziert. Der Grund dafür war ein Kurzschluß in einer der verwendeten Korrekturspulen. Darüber hinaus konnte von den 2 Teilstücken der Driftröhre, die die Gesamtlänge im Verhältnis 2:1 teilen, wegen mangelnder Spannungsfestigkeit des längeren Stücks, lediglich das kürzere 66 cm lange Teilstück für die Änderung der Relativenergie genutzt werden. Durch Randfelder, die zudem noch in den Bereich der Driftröhre hineinragen, wird über diese Länge das eingestellte Potential nie ganz erreicht, so daß eine Energieverschiebung des gemessenen Spektrums auftritt [Spi95].

Während einer ausgedehnten Umbauphase, in der Wartungs- und Aufrüstarbeiten am ESR durchgeführt wurden [FBB<sup>+</sup>97], wurden sowohl der Kurzschluß in den Korrekturspulen als auch am langen Driftröhrestück beseitigt. Insbesondere durch die verbesserte Homogenität des Magnetfelds und seiner Ausrichtung, und damit

auch der Eigenschaften des Elektronenstrahls, konnte eine deutlich erhöhte Kühlkraft nachgewiesen werden [FBB<sup>+</sup>97]. Als eine Folge der besseren Strahlqualität ist allerdings die Umladerate durch RR beim Kühlprozeß deutlich erhöht, was zu einem schnelleren Strahlverlust führt.

Bereits unmittelbar nach der Wiederinbetriebnahme des ESR im Dezember 1996 wurden im Rahmen dieser Arbeit in einer Teststrahlzeit Messungen mit lithiumähnlichem Uran bei einer Energie von 107,1 MeV/u durchgeführt. Die niedrige Ionenenergie erlaubte es, die lithiumähnlichen Uranionen direkt in den ESR einzuschleusen und zu speichern. Durch die verbesserte Kühlung konnten die Messungen bei einem niedrigeren Elektronenstrom ( $I_e = 40 - 80$  mA) durchgeführt werden. Seit dieser Zeit konnte durch zahlreiche kleine und große Verbesserungen des Experimentaufbaus und -ablaufs sukzessive die Qualität der Messungen weiter erhöht werden. So erlaubt beispielsweise die Aufhebung der Einschränkungen bezüglich der Anzahl von Meßpunkten pro Durchlauf (3 virtuelle Beschleuniger mit je 14,2 ms Länge, siehe 3.5.1) eine feinere Schrittweite, um die gewonnene Auflösung auch nutzen zu können. Durch den Einbau eines Elektronenkühlers im SIS kann der ESR jetzt deutlich schneller befüllt werden [SBF<sup>+</sup>99], so daß die einzelnen Messungen in schnellerer Abfolge durchgeführt werden können.

Abbildung 4.13 zeigt zum Vergleich Messungen zur DR von Au<sup>76+</sup> und U<sup>89+</sup>, die mit dem ESR-Kühler vor dem Umbau und nach dem Umbau gewonnen wurden. Für U<sup>89+</sup> ist neben der Messung von Spies et al. und der Testmessung vom Dezember 1996 (Messung 1) eine weitere Messung vom Dezember 1999 (Messung 2) eingezeichnet. Diese wurde mit einer gegenüber Messung 1 leicht geänderten Kühlspannung und einer feineren Schrittfolge der Energien durchgeführt. Beide neueren Messungen sind bis auf die Schrittweite nahezu identisch und dokumentieren die Reproduzierbarkeit der Messungen. Beim Vergleich von „alten“ und „neuen“ Spektren ist die Verbesserung der Meßbedingungen augenscheinlich. Gegenüber den alten Daten sind die Schwerpunkte der Resonanzlinien zu höheren Relativenergien verschoben. Die zu kleinen Energien der alten Messung sind auf die Meßbedingungen vor dem Umbau des Kühlers zurückzuführen. Sie sind eine Folge des effektiven Fehlwinkels zwischen Elektronen- und Ionenstrahl und der verkürzten Driftröhre. Die neuen Messungen sind bereits mit dem in Abschnitt 4.5.2 beschriebenen Verfahren neu kalibriert.

Der Vergleich zeigt, wie sensitiv die DR auf das experimentelle Umfeld, insbesondere auf die Eigenschaften des Elektronenstrahls, ist, und ist damit ein Beispiel für die gute Eignung der DR zur Strahldiagnose.

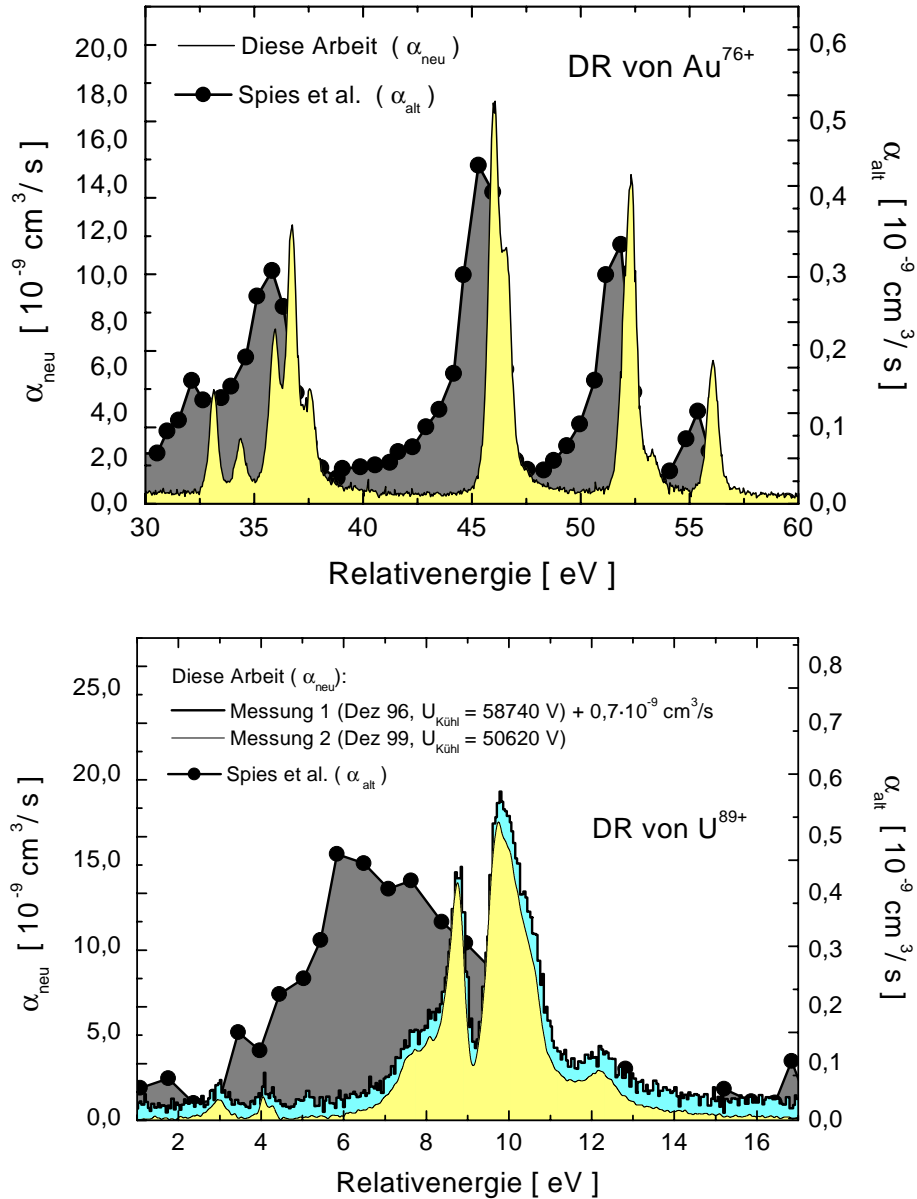


Abbildung 4.13: Vergleich der DR-Messungen von  $\text{Au}^{76+}$  (oben) und  $\text{U}^{89+}$  (unten) vor („alt“) und nach („neu“) dem Umbau des ESR-Elektronenkühlers. Die Experimentdaten vor dem Umbau sind den Referenzen [SUM<sup>+</sup>95] ( $\text{Au}^{76+}$ ) und [SMU<sup>+</sup>97] ( $\text{U}^{89+}$ ) entnommen und als dunkelgraue Fläche und ausgefüllte Kreise dargestellt. Zu diesen Meßwerten gehört die rechte Skala für den Ratenkoeffizienten. Dabei ist zu beachten, daß zur Vergleichbarkeit der Absolutskalen die früheren Messungen entsprechend der damaligen effektiven Wechselwirkungslänge skaliert werden müßten. Die hellen Flächen sind die Messungen nach dem Umbau. Für ( $\text{U}^{89+}$ ) wurden einmal 1996 (hellgrau) und 1999 (weiß) Daten aufgenommen. Zur besseren Unterscheidung ist die Messung aus 1996 um  $+0,7 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3/\text{s}$  nach oben verschoben. In allen Messungen sind Untergrund und der Beitrag durch RR abgezogen.

## 4.4 Rydberg-Zustände der $2p_{1/2}$ -Serie

Im Bereich der Atomphysik nehmen Rydberg-Elektronen eine Sonderstellung ein, denn sie markieren den allmählichen Übergang zwischen gebundenen und Kontinuumszuständen. Die Eigenschaften der Rydberg-Zustände werden dominiert vom langreichweitigen Coulomb-Potential des Atomkerns bzw. des Atomrumpfs. Bindungsenergien aber auch die Übergangsraten eines hoch angeregten Elektrons gehorchen einfachen Gesetzmäßigkeiten. Wie schon im Kapitel 2.1 ausführlich beschrieben wurde, ist die RR und in ganz besonderem Maße auch die DR, von den Merkmalen hochangeregter Niveaus beeinflusst. In der DR wird jede Anregung des Rumpfelektrons durch eine unendlich Serie von autoionisierenden Rydberg-Resonanzen bis hin zur Seriengrenze begleitet. Bei kleinen Anregungsenergien, wie sie typisch für die  $\Delta n=0$ -Übergänge in lithiumähnlichen Ionen sind, ist der Einfang des freien Elektrons nur in Rydberg-Zustände möglich<sup>6</sup>. Als Beispiel einer solchen Abfolge von Rydberg-Resonanzen ist in Abbildung 4.14 die DR-Rate von  $\text{Au}^{76+}$  im Energiebereich zwischen 60 eV und 160 eV dargestellt. Die einzelnen  $(1s^2 2p_{1/2} n l_j)$ -Resonanzzustände sind gleichmäßig aufgereiht. Der Abstand zwischen den Resonanzen und die Resonanzstärke (Fläche unter der Resonanz) nehmen mit  $n^{-3}$  bzw.  $E^{-1} \cdot n^{-3}$  ab (siehe Abschnitte 2.1.5 und 4.4.2).

Beim Blick auf die absolute Größe des Ratenkoeffizienten und im Vergleich mit den  $(1s^2 2p_{3/2} 6 l_j)$ -Resonanzen aus Abbildung 4.12 erkennt man, wie schwierig die Messung dieser schwachen Resonanzen ist. Selbst in diesem Bereich ist der für die Rydberg-Experimente unerwünschte Beitrag der RR zum Ratenkoeffizienten noch bis zu 10 mal höher als die Resonanzen selbst. Bei gleichzeitiger Abnahme der Resonanzstärke mit größer werdender Hauptquantenzahl/Energie wird die Beobachtung immer höherer Rydberg-Zustände weiter erschwert, da die experimentelle Energieauflösung  $\propto \sqrt{E}$  abnimmt (vgl. Abschnitt 4.1.1). Darüber hinaus beobachtet man in den Messungen einen nicht elektronenstromabhängigen Untergrund z. B. aus Umladung im Restgas des Speicherrings (in den Spektren immer schon abgezogen), dessen Signal bis zu 50 mal stärker als das Signal der höchsten Rydberg-Peaks ist.

Auf der anderen Seite befindet sich, speziell für die Resonanzserie zur  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Anregung der hier untersuchten schweren Ionen, das eingefangenen Elektron wegen  $n_{\min} = 20$  schon für niedrige Relativenergien in einem hochangeregten Zustand. In diesem Bereich ist die experimentelle Energieauflösung am besten. In den Experimenten wurde für die niedrigsten  $n$ -Werte dieser Serie die Feinstruktur der Resonanzen aufgelöst. Dadurch erhält man u. a. auch wichtige Informationen

<sup>6</sup>Es gibt keine klare Definition, welche Zustände man als Rydberg-Zustände bezeichnet. Im allgemeinen werden damit Zustände bezeichnet, deren Hauptquantenzahl  $n$  „deutlich größer“ als die des Grundzustands ist. In diesem Sinne ist es gerechtfertigt, auch die  $2p_{3/2} n l_j$ -Resonanzen mit  $n = 5, 6$  als Rydberg-Resonanzen zu bezeichnen. Diese werden bei den schweren Ionen hoher Ordnungszahl extrem detailreich aufgelöst. Die hohe Kernladung dient dabei quasi als eine „Lupe“.

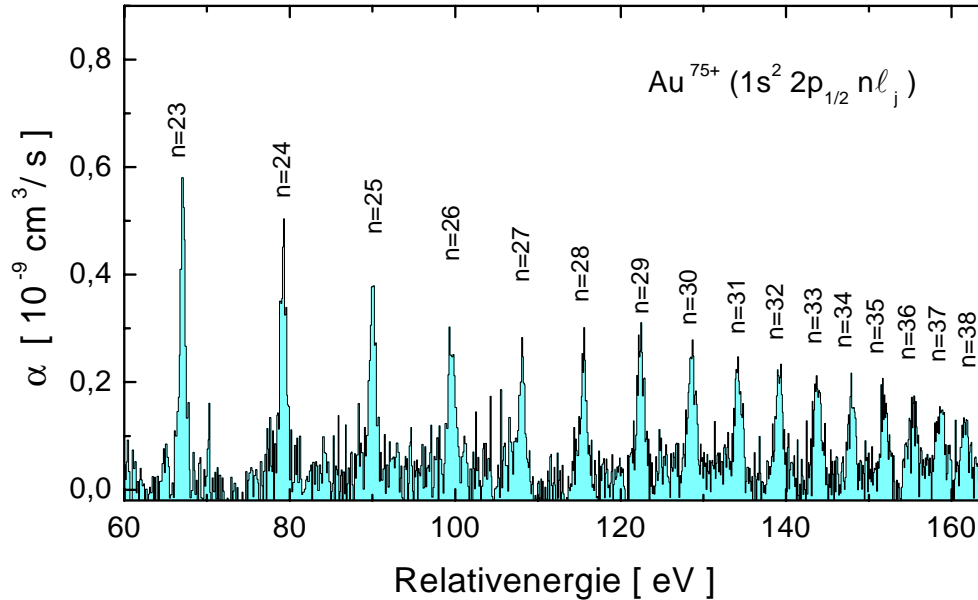


Abbildung 4.14: Messung der DR von  $\text{Au}^{76+}$ . Der dielektronische Einfang erfolgt in die autoionisierenden Rydberg-Zustände  $\text{Au}^{75+}(1s^2 2p_{1/2} n l_j)$  für  $23 \leq n \leq 38$ . Untergrund und der Beitrag der RR wurden, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, bereits abgezogen.

darüber, welche Drehimpulszustände signifikant in den DR-Wirkungsquerschnitt eingehen. Ergebnisse der Messungen zur Feinstruktur der DR-Resonanzen von  $\text{Pb}^{78+}(1s^2 2p_{1/2} 20 l_j)$  und  $\text{U}^{88+}(1s^2 2p_{1/2} 21 l_j)$  werden im nächsten Abschnitt vorgestellt und mit theoretischen Vorhersagen verglichen.

Eine ausführliche Diskussion der Bedeutung der Rydberg-Zustände für die Dynamik der DR wurde bereits im Kapitel 2.1.5 gegeben. Im Abschnitt 4.4.2 werden die experimentellen Ergebnisse für das Skalierungsverhalten der  $1s^2 2p_{1/2} n l_j$ -Resonanzen ( $n \geq 20$ ) von  $\text{Pb}^{78+}$  präsentiert und mit Rechnungen von T. Steih et al. verglichen.

#### 4.4.1 Feinstruktur der $1s^2 2p_{1/2} n l_j$ -Resonanzen

In  $\text{U}^{89+}$  besitzt die energetisch niedrigste Resonanz der  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Anregung, die ungestört beobachtet werden kann, die Hauptquantenzahl  $n = 21$ . Die niedriger liegende  $n = 20$ -Mannigfaltigkeit ist durch die  $n = 5$ -Resonanzen der  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$ -Anregung zum größten Teil überdeckt (vgl. Abbildung 4.27).

Abbildung 4.15 zeigt einen Vergleich der gemessenen  $n = 21$ -Resonanz des berylliumähnlichen Zwischenzustands mit der vollrelativistischen Rechnung von Steih et al. In diesen Rechnungen wurden Drehimpulse des Rydberg-Elektrons bis ein-

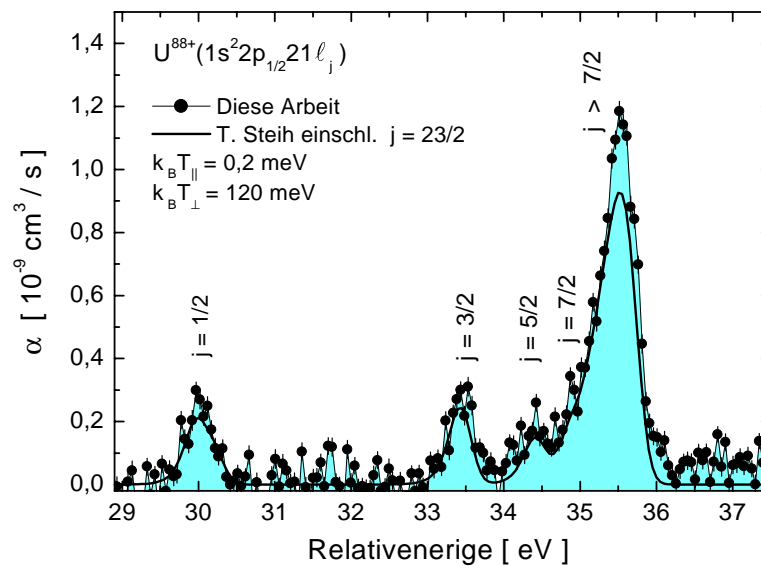


Abbildung 4.15: Vergleich von experimentellen Ergebnissen und theoretischen Daten für die über den Zwischenzustand  $U^{88+}(1s^2 2p_{1/2} 21 l_j)$  ablaufende DR. Die MCDF-Rechnungen von Steih et al. [Ste00b] berücksichtigen Drehimpulse bis einschließlich  $j = 23/2$ . Die theoretischen Querschnitte sind mit der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen gefaltet und um  $-0,65 \text{ eV}$  verschoben.

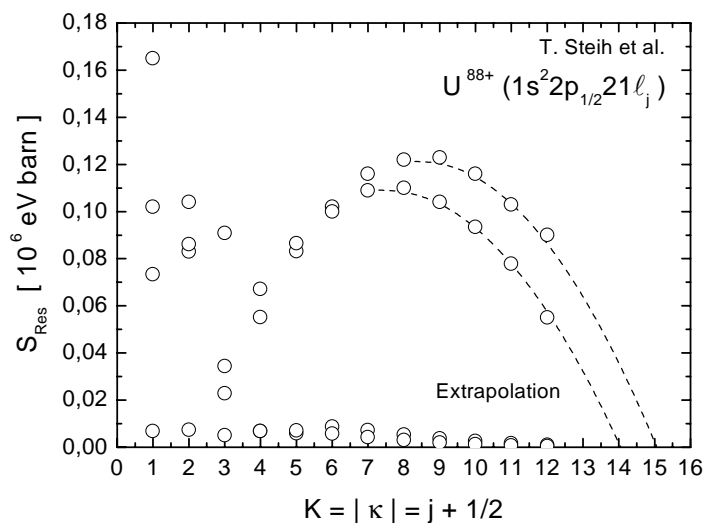


Abbildung 4.16: Details der Rechnungen aus Bild 4.15. Dargestellt ist die Resonanzstärke in Abhängigkeit vom Drehimpuls  $j$ . Für jeden Drehimpuls  $j$  des Rydberg-Elektrons gibt es 4 verschiedene Möglichkeiten zum Gesamtdrehimpuls  $J$  des doppelt angeregten Zustand zu koppeln (siehe Text). Die Rechnungen wurden nur bis  $j = 23/2$  durchgeführt. Für höhere Drehimpulse kann man die fehlende Resonanzstärke durch eine Extrapolation abschätzen.

schließlich  $j = 23/2$  berücksichtigt. Jede einzelne Resonanzgruppe mit gleichem Drehimpuls  $j$  des Rydberg-Elektrons besteht aus 4 einzelnen Resonanzen, da das Rydberg-Elektron mit den zwei Bahndrehimpulsen  $\ell = j + 1/2$  und  $\ell = j - 1/2$  auftreten kann, die jeweils wiederum mit dem Drehimpuls  $j = 1/2$  des Rumpfelektrons zum Gesamtdrehimpuls  $J$  des doppelt angeregten Zustands koppeln können (siehe auch Abbildungen 4.17 und 4.27 (unten), in denen diese Unterstruktur in für den  $j = 1/2$ -Peak andeutungsweise aufgelöst ist). Zunächst einmal ist festzuhalten, daß als Folge der hohen Kernladung  $Z$  dieser hochangeregte Zustand um fast 6 eV aufgespalten ist. Einzelne Feinstrukturniveaus mit  $j = 1/2, 3/2$  und  $5/2$  sind deutlich aufgelöst. Der größte Anteil der Resonanzstärke erfolgt offensichtlich über den dielektronischen Einfang in Drehimpulse  $j > 7/2$ . Bild 4.16 zeigt Details der Theorie. Nach diesen Rechnungen ist das Maximum der Resonanzstärke erst für  $j = 15/2 - 17/2$  erreicht, selbst noch höhere Drehimpulse tragen signifikant zur Rekombination bei. In der absoluten Höhe sowie in der Aufspaltung der Zustände stimmen Messung und Rechnung bemerkenswert gut überein. Die Unterschiede in der Höhe des Summenpeaks für  $j > 7/2$  können durch nicht berechnete Beiträge von  $j > 23/2$  erklärt werden (vgl. Abbildung 4.16). Um die absoluten Energielagen von Experiment und Theorie in Einklang zu bringen, wurde die Theorie als Ganzes um -0,65 eV verschoben. Die experimentelle Energieachse wurde bereits mit dem in Abschnitt 4.5.2 beschriebenen Verfahren neu kalibriert. Der bei der Berechnung der Absolutenergien verwendete GRASP-Computercode ist kein auf QED Berechnungen spezialisiertes Programm und kann daher die QED-Anteile zu den Bindungsenergien nicht besonders genau berechnen. Die Verschiebung der Theorie in Richtung des Experiments läßt sich daher durch dieses kleine Manko der Theorie zwanglos rechtfertigen. Die angegebene Verschiebung entspricht in etwa dem Unterschied zwischen detaillierten QED-Rechnungen und dem GRASP-Wert für die  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung [Ste00b]. Dabei ist der geringe Wert für die Abweichung sogar erstaunlich, wenn man berücksichtigt, daß selbst neueste QED-Rechnungen theoretische Unsicherheiten von ca. 0,3 eV einräumen (vgl. Abbildung 2.19 und [YAB<sup>+</sup>99]).

Für  $\text{Pb}^{79+}$  kann der energetisch niedrigste Zustand mit  $n = 20$  ungehindert beobachtet werden (Abbildung 4.17). An diesem Beispiel sollen Beiträge diskutiert werden, die zur Aufspaltung des Rydberg-Zustands führen. Für das hochangeregte Elektron kann man zunächst einmal annehmen, daß es im wesentlichen eine von den drei Rumpfelektronen abgeschirmte Kernladung  $Z - 3$  spürt und deshalb ein quasi wasserstoffähnliches Verhalten aufweist. Die relativistischen Bindungsenergien für ein wasserstoffähnliches Ion lassen sich bei Vernachlässigung von QED und endlicher Kernaussdehnung durch die Dirac-Energien (Gleichung 2.33) angeben. Die Dirac-Energien beinhalten bereits eine Aufspaltung in einzelne Drehimpuls-komponenten mit gleichem  $j$ . Darüber besitzen Rydberg-Elektronen mit



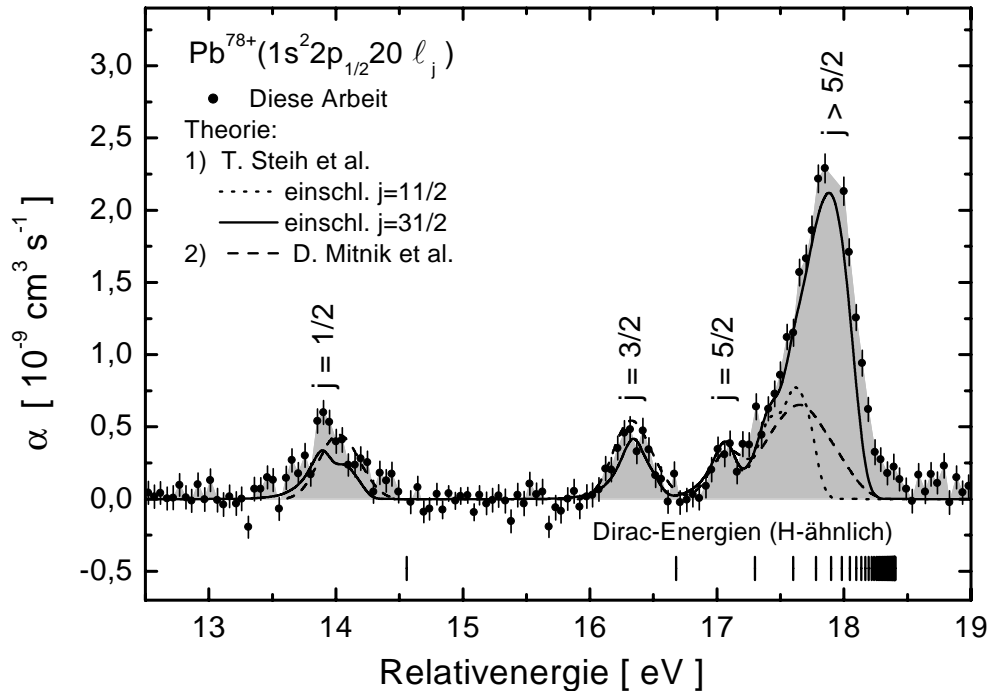


Abbildung 4.17: Vergleich von Theorie und Experiment für die  $\text{Pb}^{78+}(1s^2 2p_{1/2} 20 \ell_j)$ -Resonanz (DR von  $\text{Pb}^{79+}$ ). Die vollen Kreise sind die experimentellen Daten. Die durchgezogene Linie ist eine DR-Rechnung von T. Steih et al. [Ste00b], die Drehimpulszustände bis einschließlich  $j = 23/2$  exakt berechnet, höhere Drehimpulse bis  $j = 31/2$  wurden aus den vorhandenen Daten durch Extrapolation gewonnen (vgl. Abbildung 4.18). Die gepunktete Linie ist dieselbe Theorie bis einschließlich  $j = 11/2$ . Die Theorie von Steih et al. wurde mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung ( $k_B T_{\parallel} = 0,2 \text{ meV}$ ;  $k_B T_{\perp} = 120 \text{ meV}$ ) gefaltet. Die durchgezogene Linie ist eine DR-Theorie von Mitnik et al. [MSB00]. Die Daten wurden Abbildung 4 von [MSB00] entnommen; sind dort bereits mit einer  $0,3 \text{ eV}$  FWHM Gauß-Funktion gefaltet dargestellt. In der Theorie von Mitnik et al. werden Drehimpulse  $\ell > 5$  nur näherungsweise berücksichtigt (siehe Text).

kleiner Drehimpulsquantenzahl, besonders diejenigen mit  $j = 1/2$ , eine gewisse Aufenthaltswahrscheinlichkeit in der Nähe des Kerns bzw. innerhalb des Ausdehnungsbereichs der Rumpfelektronen. Das Rydberg-Elektron erfährt zeitweise eine höhere Kernladung und polarisiert darüber hinaus die Rumpfelektronen. Beide Effekte führen zu einem zusätzlichen Feinstrukturbeitrag. Mit größer werdendem Drehimpuls, anschaulich beschreibt das Rydberg-Elektron dann eine Bahn mit abnehmender Elliptizität (Sommerfeld-Bild), nimmt dieses Verhalten sehr schnell ab. Im unteren Teil der Abbildung 4.17 sind zum Vergleich die Dirac-Energien mit

eingezeichnet. Für die Seriegrenze wurde dabei der in Abschnitt 4.5.2 ermittelte Wert von  $E(2s_{1/2} - 2p_{1/2}) = 230,62$  eV eingesetzt. Dabei wird die gesamte Aufspaltung der Zustände schon durch die Dirac-Feinstruktur genauer als 10% ( $\lesssim 0,5$  eV) beschrieben. Für hohe Drehimpulse sollte sich die relative Unsicherheit weiter verringern, so daß, zusammen mit der geringer werdenden Aufspaltung, die Unsicherheit durch die Verwendung der Dirac-Energie vernachlässigbar wird. Die vertikalen Balken, die in Abbildung 4.17 die Dirac-Energien angeben, scheinen auch für hohe Drehimpulse gegenüber der gemessenen Resonanz verschoben und ragen über den Rand der Resonanz nach rechts hinaus. Grund dafür ist zum einen der Einfluß der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen ( $k_B T_{\perp}$ ) auf die experimentellen Resonanzlagen, die dadurch eine leicht asymmetrische Form erhalten und um ca. 0,1 eV zu niedrigen Energien verschoben sind. Bei der Bestimmung der Seriegrenze (Abschnitt 4.5.1) wurde dies berücksichtigt, die Balken geben jedoch nur die Sollenergiewerte an. Zum anderen haben ganz hohe Drehimpuls nur noch eine verschwindend kleine Resonanzstärke (vgl. mit Abbildung 4.16 oder 4.18), die für  $j > 27/2$  praktisch identisch 0 ist.

Die experimentellen Daten für die DR über den autoionisierenden Zustand  $\text{Pb}^{78+}(1s^2 2p_{1/2} 20\ell_j)$  sind in der Abbildung außerdem mit zwei Rechnungen verglichen. Die eine der beiden (Steih et al.) wurde bereits im Zusammenhang mit der  $n = 21$ -Resonanz von Uran diskutiert. Die Übereinstimmung mit dem Experiment ist hier noch besser als im Fall  $\text{U}^{89+}$ , was vermutlich daran liegt, daß bei den  $20\ell_j$ -Zuständen von Blei diesmal Drehimpulse bis  $j = 31/2$  berücksichtigt wurden. Die zweite Theorie stammt von Mitnik et al. [MSB00]. Sie gibt die niedrigen Drehimpulszustände ebenfalls gut wieder, unterschätzt aber die Beiträge für  $j > 11/2$ . Mitnik et al. verwenden für die Berechnung der Resonanzzustände mit Drehimpulsen  $\ell \leq 5$  ebenfalls den GRASP-Computercode. Für höhere Drehimpulse geben sie ein Verfahren an, das verschiedene relativistische, semiklassische und klassische Methoden miteinander kombiniert. Zunächst einmal werden die Energieabstände mit Hilfe wasserstoffähnlicher Dirac-Energien berechnet. Wie bereits oben motiviert, ist dies für hohe Drehimpulse eine sehr gute Näherung. Die Autoionisationsraten werden mit dem semirelativistischen Programmpaket AUTOSTRUCTURE berechnet. Diese Methode der Berechnung der Autoionisationsraten ist in [BP89] näher beschrieben. Für die radiativen Raten wird nur die Stabilisierung des Rydberg-Elektrons (Typ II) berücksichtigt (vgl. dazu auch mit Abschnitt 2.1.5). Die Typ II-Übergänge werden in Dipol-Näherung mit Hilfe analytischer Ausdrücke für das Dipol-Längen-Integral berechnet. Ein Vergleich zwischen diesen Rechnungen und dem Experiment, legt nahe, daß dieses Verfahren für die Berechnung hoher Drehimpulsanteile weniger gut geeignet ist. Dies wird unterstützt durch den Vergleich mit der vollrelativistischen Rechnung von Steih et al., die einmal für alle Zustände  $j \leq 31/2$  und zum anderen eingeschränkt auf die Zustände

$j \leq 11/2$  durchgeführt wurde. Einen Hinweis auf die mögliche Erklärung für die Unterschätzung der hohen Drehimpulsbeiträge geben Mitnik et al. in ihrer Veröffentlichung. Sie weisen darauf hin, daß für kleine Drehimpulse die vollrelativistische Berechnung der Autoionisationsraten, die sie ja ebenfalls für kleine  $\ell$  verwendet haben, sich deutlich von der semirelativistischen AUTOSTRUCTURE-Rechnung unterscheidet, die sie für die hohen Drehimpulse eingesetzt haben.

Es bleibt an dieser Stelle zusammenzufassen, daß für eine korrekte Beschreibung solch hoher Rydberg-Zustände sehr hohe Drehimpulszustände berücksichtigt werden müssen. Die vollrelativistische(n) Rechnung(en) zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Experiment, das in [MSB00] angegebene Verfahren für die hohen Drehimpulse kann dagegen die experimentellen Daten nicht reproduzieren. Die Unterschiede der *absoluten* Energielagen lassen sich dahingehend erklären, daß das GRASP-Programm keine umfassende QED-Berechnung der Energien durchführt. Für hohe Drehimpulse können die Energien für die Feinstruktur-Aufspaltung durch wasserstoffähnliche Dirac-Energien sehr gut beschrieben werden.

#### 4.4.2 Skalierung der Rydberg-Zustände

Zur Untersuchung des Skalierungsverhaltens der Rydberg-Resonanzen wurden die Resonanzstärken  $S_{\text{Res}} = \int \sigma(E) dE$  für die Rydberg-Serie von  $\text{Pb}^{79+}$  ermittelt und auf ihre Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl  $n$  untersucht.

$\text{Pb}^{79+}$  ist das einzige der drei untersuchten Ionen, bei dem die Resonanzen der  $2p_{1/2}$ -Serie im interessanten Bereich niedriger Relativenergien nicht von den deutlich stärkeren ( $1s^2 2p_{3/2} n\ell_j$ )-Resonanzen ( $n = 5, 6$ ) überdeckt sind. In Abschnitt 2.1.5 wurde bereits beschrieben, daß man für die hohen Rydberg-Zustände eine  $E^{-1} \cdot n^{-3}$ -Abhängigkeit des DR-Wirkungsquerschnitts erwartet. Grund dafür ist, daß zum einen für genügend hohes  $n$  die Autoionisationsraten mit  $n^{-3}$  skalieren und die Fluoreszenzausbeute  $\omega$  annähernd konstant bleibt. Die in Abschnitt 2.1.5 gemachten Überlegungen werden durch eine vollrelativistische Rechnung von Steih et al. (Abbildung 4.18), die in Abhängigkeit von den einzelnen Drehimpulsquantenzahlen für die  $n = 20 - 25$ -Resonanzen der DR von  $\text{Pb}^{79+}$  durchgeführt wurde, bestätigt. Wie man der Abbildung entnimmt, skalieren die Auger-Raten für alle untersuchten Drehimpulse  $j \leq 23/2$  exakt mit  $n^{-3}$  (oben). Die Fluoreszenzausbeuten sind für niedrige Drehimpulse tatsächlich konstant, für hohe  $j$  nimmt für einen Teil der Zustände für steigendes  $n$  die Fluoreszenzausbeute leicht ab (Mitte). Entsprechendes gilt auch für die skalierte Resonanzstärke, die bis auf einen konstanten Faktor das Produkt aus Fluoreszenzausbeute und Auger-Rate ist (unten). Integriert über alle Drehimpulszustände, die zu einem  $n$  beitragen, ändert sich die skalierte Resonanzstärke von  $n = 20$  zu  $n = 25$  um ca. 5%.

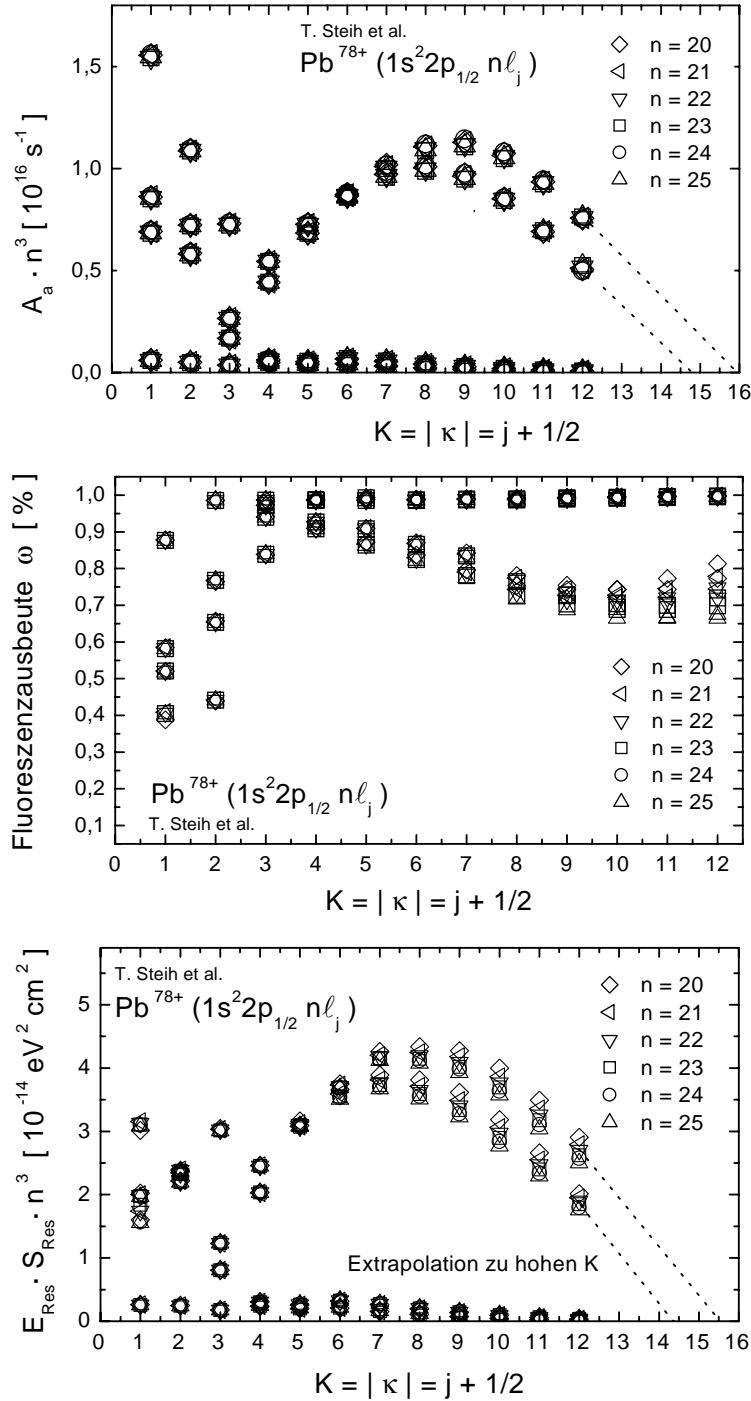


Abbildung 4.18: Vollrelativistische Theorie für die Autoionisationsraten (oben), Fluoreszenzausbeute (Mitte) und Resonanzstärke (unten) der  $\text{Pb}^{78+}(1s^2 2p_{1/2} n l_j)$ -Resonanzen mit  $20 \leq n \leq 25$  (DR von  $\text{Pb}^{79+}$ ) nach einer Rechnung von Steih et al. [Ste00b].

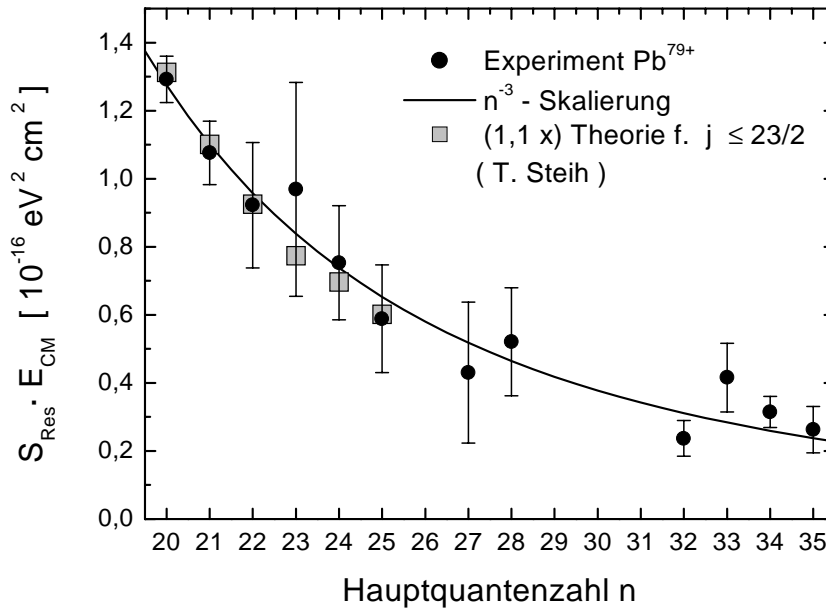


Abbildung 4.19:  $E^{-1} \cdot n^{-3}$ -Skalierung des Wirkungsquerschnitts der auswertbaren  $\text{Pb}^{78+}(1s^2 2p_{1/2} n \ell_j)$ -Resonanzen (DR von  $\text{Pb}^{79+}$ ). Die vollen Punkte sind die experimentellen Daten, die durchgezogene Linie eine Skalierung gemäß  $E \cdot S_n = E \cdot S_{n=20} \cdot 20^3 / n^3$ . Die grau ausgefüllten Quadrate sind der DR-Rechnung von Steih et al. [Ste00b] entnommen. Die Theorie wurde mit dem Faktor 1,1 multipliziert (siehe Text).

Im Experiment kann die Feinstruktur lediglich für die niedrigsten Hauptquantenzahlen maximal bis etwa  $n = 25$  aufgelöst werden. Die Aussagen über das Skalierungsverhalten beschränken sich daher auf die Resonanzstärke, die über die gesamte Rydberg-Resonanz integriert ist. Dazu wurde in den DR-Spektren von  $\text{Pb}^{79+}$  der Untergrund für jede Rydberg-Resonanz getrennt abgezogen, um die Einflüsse der Driftröhre, insbesondere den zur Seite hoher Energie einer Resonanz leicht ansteigenden Untergrund geeignet zu berücksichtigen. Insgesamt konnte die Resonanzfläche für die Hauptquantenzahlen  $n = 20$  bis  $n = 35$  bestimmt werden. Dabei blieben  $n = 26, 30, 31, 32$  unberücksichtigt. Die Resonanzen mit  $n = 30 - 32$  werden von den  $\text{Pb}^{78+}(1s^2 2p_{3/2} 6 \ell_{1/2})$ -Linien überdeckt. Die  $n = 26$ -Resonanz befindet sich unmittelbar am Anfang des erweiterten Meßbereichs. Hier ist der Einfluß durch die Randfelder der Driftröhre stark ausgeprägt, so daß die Resonanz dadurch eine stark asymmetrische Form erhält und die Fläche nicht korrekt bestimmt werden kann. Da im Experiment ein Ratenkoeffizient  $\alpha = \langle v \cdot \sigma \rangle$  gemessen wird, muß die ermittelte Fläche  $\int \alpha dE$  noch durch die mittlere Geschwindigkeit dividiert werden, damit man die Resonanzstärke  $S$  erhält.

Abbildung 4.19 zeigt die mit der Energie skalierte Resonanzstärke  $E \cdot S$  in Ab-

hängigkeit von der Hauptquantenzahl  $n$ . Die durchgezogene Kurve entspricht den Werten einer Skalierung  $E \cdot S_n = E \cdot S_{n=20} \cdot 20^3/n^3$ , d. h. die Fläche der  $n = 20$ -Resonanz wurde als Referenzwert verwendet. Zum Vergleich sind die aufintegrierten Theoriewerte (hellgraue Kästchen) eingezeichnet. Diese wurden um ca. 10% erhöht, um die Beiträge von Drehimpulsen  $j > 23/2$  abzuschätzen, die von der Theorie nicht berechnet werden („Extrapolation“ in Abbildung 4.18). Im Rahmen der Fehlergrenzen wird die vermutete  $E^{-1}n^{-3}$ -Skalierung des Wirkungsquerschnitts bestätigt.

## 4.5 Bestimmung der Lamb-Verschiebung

In den beiden folgenden Abschnitten wird ein Verfahren präsentiert, das dazu benutzt werden kann, die Anregungsenergie eines Ions mit  $N$  Elektronen aus den Positionen der DR-Resonanzen mit  $(N + 1)$  Elektronen der assoziierten Rydberg-Serie zu ermitteln. Diese Methode wird dazu eingesetzt, um für die lithiumähnlichen Ionen  $\text{Au}^{76+}$ ,  $\text{Pb}^{79+}$  und  $\text{U}^{89+}$  die Aufspaltung zwischen dem  $2s_{1/2}$ - und dem  $2p_{1/2}$ -Niveau zu bestimmen. Die mit dieser Methode gewonnenen Werte für die Lamb-Verschiebung in lithiumähnlichen Ionen werden mit Rechnungen verglichen, die dediziert im Rahmen der QED durchgeführt wurden. Mit dieser Meßmethode konnte im Rahmen dieser Arbeit die Genauigkeit der Messungen von Schweppe et al. [SBB<sup>+</sup>91] erreicht werden, welche die bisher einzige hochpräzise experimentelle Bestimmung der  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung in schweren Ionen ( $Z > 54$ ) durchgeführt haben. Bei solch kleinen experimentellen Unsicherheiten ist das Experiment sensibel auf QED-Beiträge der Ordnung  $\alpha^2$ , aber auch auf die Unsicherheiten der theoretischen Vorhersagen durch ungenau bekannte Parameter für den Atomkern (vgl. mit Kapitel 2.2).

Neben der Bestimmung der Seriengrenze selbst können aus dem dazu verwendeten Anpassungsverfahren Parameter gewonnen werden, die eine deutlich verbesserte Eichung der Energieachse der PR-Messung erlauben.

### 4.5.1 Idee des Meßverfahrens

Die grundlegende Idee zur Bestimmung einer Anregungsenergie mit Hilfe der DR basiert darauf, daß für den doppelt angeregten Zwischenzustand, bei einem Einfang des freien Elektrons in einen hochangeregten Zustand die Wechselwirkung zwischen dem Rydberg-Elektron und den Rumpfelektronen gering ist. Für  $n \rightarrow \infty$  ist diese Wechselwirkung per Definition nicht mehr vorhanden, so daß eine Extrapolation der Resonanzenergien zur Seriengrenze die Anregungsenergie ergibt. Die Energien  $E_{\text{Res}}(n)$  der einzelnen Rydberg-Resonanzen lassen sich dann in folgender

Form schreiben:

$$E_{\text{Res}}(Z, n, \alpha_i) = E_{\infty}(Z) - E_B(Z, n, \alpha_i). \quad (4.13)$$

Darin ist  $E_{\infty}(Z) = E(k \rightarrow m, Z)$  die Energie der Anregung von Zustand  $|k\rangle$  nach  $|m\rangle$ , für die hier noch explizit die Abhängigkeit von der Kernladung  $Z$  angegeben ist. Die  $E_{\text{Res}}(Z, n, \alpha_i)$  sind die Energielagen der einzelnen DR-Resonanzen einer Rydberg-Serie, wobei  $\alpha_i$  ein Satz weitere möglicher Parameter ist, durch den beispielsweise ein Quantendefekt  $\mu$  (siehe unten) oder ein Abhängigkeit vom Drehimpuls  $j$  berücksichtigt werden kann.  $E_B(Z, n, \alpha_i)$  ist eine Funktion, die die Bindungsenergien möglichst gut beschreibt.

Man muß also die Resonanzenergien möglichst exakt bestimmen und kann dann durch eine Anpassung einer Funktion für die Bindungsenergie an die Resonanzenergien die Seriengrenze aus einer Extrapolation gewinnen. Im speziellen Fall einer Rydberg-Serie ist die Abhängigkeit der Bindungsenergien von der Haupt-

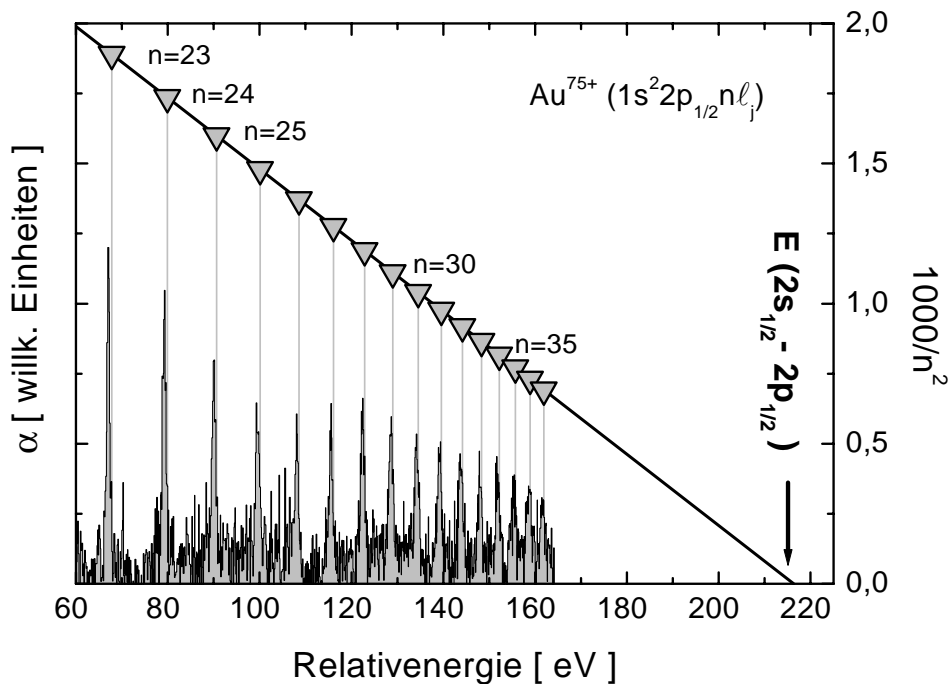


Abbildung 4.20: Schematische Darstellung der Idee zur Bestimmung der Lamb-Verschiebung am Beispiel der DR von Au<sup>76+</sup>. Die grauen Dreiecke geben die Positionen der Resonanzen in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl  $n$  an (rechte Skala). Zur vereinfachten Darstellung wurde für die Extrapolation eine  $1/n^2$ -Abhängigkeit (Bohrsches Atommodell) der Bindungsenergien angenommen. In der tatsächlichen Auswertung der Experimentdaten wurden die Dirac-Bindungsenergien nach Gleichung 2.33 verwendet (siehe Text).

quantenzahl  $n$  sehr gut bekannt.

Abbildung 4.20 verdeutlicht diese Methode am Beispiel eines DR-Spektrums für die  $1s^2 2p_{1/2} n\ell_j$ -Resonanzen ( $n \geq 23$ ) für die DR in  $\text{Au}^{76+}$ . Die Positionen der Resonanzen sind durch graue Dreiecke markiert und in Abhängigkeit von  $1/n^2$  aufgetragen (rechte Ordinate). Nimmt man für die Bindungsenergien eine einfache  $1/n^2$ -Abhängigkeit wie im Bohrschen Atommodell an (Gleichung 4.12) an, ergibt der Schnittpunkt der angepaßten Geraden den Wert für die Seriengrenze. Allerdings muß man, wenn eine hohe Genauigkeit gefordert ist, die Feinstruktur der Resonanzzustände berücksichtigen. Da der größte Beitrag zur Resonanzstärke eines Rydberg-Zustands nicht von den Unterzuständen mit höchstem Drehimpuls  $j$  stammt, die ja praktisch nicht aufgespalten bzw. verschoben sind, sondern von Drehimpulsen mit mittlerem  $j$  herrührt, muß man die veränderte Lage des Schwerpunkts der Rydberg-Resonanzen geeignet berücksichtigen. Dies kann beispielsweise geschehen, indem man die Abweichung vom reinen  $n^{-2}$ -Verhalten in Form eines Quantendefekts  $\mu$  berücksichtigt:

$$E_B(\mu_{\text{eff}}) = \text{Ry} \cdot \left( \frac{Z - 3}{n - \mu_{\text{eff}}} \right)^2. \quad (4.14)$$

Darin ist Ry die Rydberg-Konstante. Der Index „eff“ soll andeuten, daß es sich um einen effektiven Quantendefekt handelt, bei dem über die zahlreichen Feinstrukturkomponenten der Rydberg-Resonanzen gemittelt wird und darüber hinaus noch Einflüsse der experimentellen Antwortfunktion (vgl. Abschnitt 4.1) zu berücksichtigen sind. Dieses Vorgehen wurde beispielsweise in [KHS<sup>+</sup>92, Spi95, SUM<sup>+</sup>95, LWH<sup>+</sup>96] gewählt, um auf die Anregungsenergien zu schließen, wobei  $\mu_{\text{eff}}$  als weiterer Parameter aus der Anpassung bestimmt wird.

In dieser Arbeit wurde ein anderer Weg beschrieben, da die *Form* bzw. die Feinstruktur der hier untersuchten Rydberg-Resonanzen sehr genau aus dem Vergleich von Theorie und Experiment bekannt ist (Abschnitt 4.4.1). Um die Position einer Resonanz zu bestimmen („Linienfit“), wurden daher die Werte für die *Resonanzstärken* und die *Aufspaltungen* aus der GRASP-Rechnung von Steih et al. mit der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen gefaltet und an das gemessene Spektrum angepaßt. Für die Temperaturen wurden  $k_B T_{\parallel} = 0,2$  meV und  $k_B T_{\perp} = 120$  meV angenommen. Durch die Faltung berücksichtigt man im Linienfit die experimentelle Antwortfunktion. Als Parameter der Anpassung werden die Resonanzlage und ein Normierungsfaktor für die absolute Höhe der Resonanz ermittelt. Dieser Normierungsfaktor trägt einem eventuellen Fehler in der Absolutnormierung der einzelnen experimentellen Datenpunkte Rechnung. Als Referenzwert für die Resonanzlage wurde jeweils die Energie des Drehimpulses  $j = 23/2$  nach der Anpassung notiert. Für die Bindungsenergie der zugehörigen Resonanzen kann wegen des hohen Werts für den Drehimpuls der Beitrag der Rumpfelektronen zur Feinstruktur



vernachlässigt werden. Aus diesem Grund kann in der weiteren Auswertung die Bindungsenergie dieses Zustands durch die Dirac-Energie 2.33 für ein wasserstoffähnliches Ion sehr gut beschrieben werden (vgl. dazu mit Abschnitt 4.4.1). Der Parameter  $\mu$  muß in der Anpassung für die Seriengrenze daher nicht mehr berücksichtigt werden. Da aus der Theorie bisher nur Rechnungen bis  $n = 25$  vorliegen, in den vorliegenden Experimenten aber Rydberg-Zustände bis  $n \approx 40$  nachgewiesen wurden, war es notwendig die Resonanzstärken und die Aufspaltung mit den Werten für ein berechnetes  $n_0$  zu höheren Werten für  $n$  skaliert. Dazu wurde meist  $n_0 = 25$  gewählt, jedoch wurden testweise auch kleinere Werte für  $n_0$  verwendet, ohne daß sich das Ergebnis signifikant ändert. Aus der Differentiation der Formel für die Dirac-Bindungsenergie 2.33 nach  $n$  folgt für die Feinstruktur sofort eine Abnahme der Aufspaltung mit  $n^{-3}$ . Die Ergebnisse der Untersuchungen von Abschnitt 4.4.2 zeigen, daß die Resonanzstärken mit  $E^{-1}n^{-3}$  skalieren.

Um Mißverständnisse zu vermeiden, sei an dieser Stelle explizit darauf hingewiesen, daß aus der DR-Theorie (GRASP-Rechnungen) lediglich die *Form* bzw. die *lokale Struktur* der Resonanz, nicht jedoch ihre *Position* übernommen wird, diese wird erst durch den Linienfit bestimmt.

In den oben erwähnten Veröffentlichungen wurde davon ausgegangen, daß die experimentelle Energieachse bereits festliegt. Aus der Anpassung wird mit dem Wert für die Seriengrenze dabei nur eine „physikalisch interessante“ Größe ermittelt. Für die Bestimmung dieses Werts stehen aber eine ganze Reihe von Resonanzen mit unterschiedlicher Hauptquantenzahl zur Verfügung, deren „Energiemuster“ darüber hinaus durch die Bindungsenergien vorgegeben ist. Konsequenterweise kann man nun weitere freie Parameter in der Anpassung dafür einsetzen, die Energiekalibrierung und damit auch die Genauigkeit der Bestimmung der Seriengrenze zu verbessern.

Dazu wurde der folgende Ansatz gemacht: Die Variation der Relativenergie wird mit Hilfe der Spannung an den Driftröhren im Elektronenkühler durchgeführt (Abschnitt 3.5.1). Man kann nun annehmen, daß die gemessene Spannung  $U_{\text{Drift}}$  nicht exakt die zugehörige Schwerpunktsenergie repräsentiert. In linearer Näherung kann man eine Abweichung vom gemessenen Wert durch eine von 1 verschiedene Steigung  $a$  sowie einen Achsenabschnitt  $b$  berücksichtigen, also  $a \cdot U_{\text{Drift}} + b$  in der Berechnung zur Schwerpunktsenergie verwenden.  $a$  und  $b$  sind dabei Parameter, die bei Bestimmung der Seriengrenze mitangepaßt werden.  $a$  und  $b$  stehen stellvertretend für alle bekannten aber auch unbekannt möglichen Beiträge zu einer Energieverschiebung, sind also nicht im üblichen Sinn als eine Eichgerade für das Netzteil zu verstehen.

Im folgenden wird beschrieben, wie die Berechnung der Schwerpunktsenergie im Detail durchgeführt wird. Die Schwerpunktsenergie wird mit der Gleichung 3.21 berechnet, so daß lediglich  $\gamma_e$ ,  $\gamma_i$  bekannt sein müssen. Der Wechselwirkungswin-

kel ist dabei  $\Theta = 0$ . Die Lorentz-Faktoren des Ions  $\gamma_i$  und des Elektrons  $\gamma_e$  im Laborsystem werden berechnet mit:

$$m_e c^2 \cdot (\gamma_i - 1)/e = U_i = U_{\text{Kath}}^* + U_{\text{RL}}^C + U_{\text{Drift}}^C \quad (4.15)$$

$$m_e c^2 \cdot (\gamma_e - 1)/e = U_e = U_{\text{Kath}}^* + U_{\text{RL}}^M + a \cdot U_{\text{Drift}}^M - \text{sign}(U_{\text{Drift}}^M) \cdot b \quad (4.16)$$

Darin ist  $U_i$  das Potential, das die Geschwindigkeit der Elektronen während der Kühlschritte bestimmt und damit bei einem gekühlten Ionenstrahl auch die Geschwindigkeit des Ions.  $U_i$  setzt sich zusammen aus der Kathodenspannung  $U_{\text{Kath}}^*$ , dem Raumladungspotential des Elektronenstrahls beim Kühlen  $U_{\text{RL}}^C$  und dem gemessenen Wert für die zum Kühlen benötigte Driftröhrensapannung  $U_{\text{Drift}}^C$ .  $U_{\text{RL}}^C$  wird nach Gleichung 3.15 berechnet. Im normalen Meßmodus, charakterisiert durch  $U_{\text{Drift}}^{C, \text{SOLL}} = 0$ , ist dieser Wert  $U_{\text{Drift}}^C = \pm(1-4)$  V, abhängig von der Polarität der Driftröhrensapannung (vgl. Abschnitt 3.5.1). Anders als im statischen Betrieb, bei dem  $U_{\text{Drift}}^C = 0$  ist, mißt man also während der Messung, in der in rascher Folge Spannungssprünge ablaufen, einen leicht von 0 abweichenden Wert für  $U_{\text{Drift}}^C$ . Im erweiterten Meßmodus, z.B. bei  $U_{\text{Drift}}^{C, \text{SOLL}} = -5$  kV, ist  $U_{\text{Drift}}^C \approx 20$  V. Den Lorentzfaktor  $\gamma_e$  bei der Elektronenenergie eines Meßpunkts berechnet man aus der Potentialdifferenz  $U_e$ . Für seine Berechnung werden ebenfalls Kathodenspannung  $U_{\text{Kath}}^*$ , Raumladungspotential  $U_{\text{RL}}^M$ , diesmal bei der Meßenergie, und die Driftröhrensapannung  $U_{\text{Drift}}^M$  benötigt.  $a$  und  $b$  sind die freien Parameter der Anpassung. Die Funktion  $\text{sign}$  ist die Vorzeichenfunktion. Durch sie werden in der Anpassung die unterschiedlichen Polaritäten der Driftröhre berücksichtigt. Für  $U_{\text{Kath}}^*$  setzt man den mit der SOLL-Energie für die Driftröhre berechneten Wert für die Kathodenspannung ein, d.h.  $U_{\text{Kath}}^* = U_{\text{Kühl}} + U_{\text{Drift}}^{C, \text{SOLL}}$ .

Im folgenden ist stichwortartig der Ablauf des Anpassungsverfahrens zusammengefaßt:

- (1) Bestimmung der Resonanzpositionen durch den Linienfit. Dabei werden die DR-Spektren zunächst mit  $a = 1$  und  $b = 0$  erzeugt, d.h., es werden die gemessenen Werte für die Driftröhrensapannung verwendet.
- (2) Für  $j = 23/2$  wird die zugehöriger *Laborenergie*, d.h. die Driftröhrensapannung  $U_{\text{Drift}}^M$ , die Kernladung  $Z$  des untersuchten Ions, die Hauptquantenzahl  $n$  und der Drehimpuls des Referenzzustands  $j = 23/2$  zusammen mit dem Elektronenstrom  $I_e$  zur Berechnung der Raumladung, der Kathodenspannung  $U_{\text{Kath}}^*$  und der Driftröhrensapannung  $U_{\text{Drift}}^C$  in einem 7-Tupel  $(U_{\text{Drift}}^M; Z; n; j = 23/2; I_e; U_{\text{Kath}}^*; U_{\text{Drift}}^C)$  abgespeichert.
- (3) Durchführung eines  $\chi^2$ -Anpassungstest der Gleichung 4.13 unter Verwendung der Transformation in das Schwerpunktssystem (Gleichung 3.21). Dabei werden die Resonanzenergien mit Hilfe der Gleichungen 4.15 und 4.16 so-

wie die Bindungsenergien mit den wasserstoffähnlichen Dirac-Energien (Gleichung 2.33) für  $j = 23/2$  berechnet.

- (4) Die freien Parameter des Anpassungstests sind die Seriengrenzen  $E_\infty(Z)$  und die „Eichparameter“  $a$  und  $b$ . Für die Anpassungen wurde das *ROOT*-Programmpaket des CERN genutzt [BR97].

Diese Vorgehensweise besitzt eine ganze Reihe von Vorteilen. Zunächst einmal erhält man neben den gesuchten Werten für die Seriengrenzen  $E_\infty(Z)$  eine verbesserte Energiekalibrierung des verwendeten Meßaufbaus durch die mitangepaßten Parameter  $a$  und  $b$ . Die Parameter  $a$  und  $b$  sind als Sammelparameter für Effekte, die die Energieeichung beeinflussen, zu verstehen. Durch sie wird, um nur einige wenige Möglichkeiten zu nennen, auch ein möglicher Fehlwinkel zwischen den beiden Strahlen, eine teilweise Auffüllung des Raumladungspotentials durch Restgasionen oder ein Fehler in der Kathodenspannung, d.h. in der Absolutenergie des Ionenstrahls, aufgefangen (siehe auch nächster Abschnitt).

Durch Iteration der obigen Vorgehensweise, d.h. durch Einsetzen der gewonnenen Werte von  $a$  und  $b$  in Schritt (1), kann man ein selbstkonsistentes Ergebnis herbeiführen. Bei einem teilweise durchgeführten zweiten Iterationsschritt mit den Daten für  $\text{Pb}^{79+}$  ergab sich keine signifikante Änderung der Ergebnisse. Für die anderen Datensätze wurde auf weitere Iterationsschritte verzichtet, da der Liniendifferenz sehr zeit- und rechenintensiv ist.

Weiterhin kann man mit diesem Verfahren mehrere Seriengrenzen auf ein Mal anpassen, die entweder aus einem Spektrum stammen oder, unter der Annahme, daß sich bei Verwendung desselben Experimentaufbaus die Energiekalibrierung nicht signifikant verändert hat, in unterschiedlichen Messungen untersucht wurden.

## 4.5.2 Ergebnisse und Fehlerdiskussion

Mit Hilfe des im vorigen Abschnitt beschriebenen Verfahrens wurden die  $2s_{1/2}-2p_{1/2}$ -Aufspaltungen von  $\text{Au}^{76+}$ ,  $\text{Pb}^{89+}$  und  $\text{U}^{89+}$  ermittelt. Diese Werte für die Lamb-Verschiebung sowie mögliche Fehlerquellen bei der Bestimmung werden im folgenden diskutiert. Die Ergebnisse dieser Arbeit werden mit den Experimenten von Spies [Spi95] und von Schweppe et al. [SBB<sup>+</sup>91], sowie mit verschiedenen QED-Rechnungen [KBID91, Blu93, CCJS95, YAS<sup>+</sup>00] verglichen. Darüber hinaus werden die Einflüsse der ebenfalls aus der Anpassung gewonnenen Parameter  $a$  und  $b$  auf die Energieeichung besprochen.

Bei der Durchführung der DR-Messungen wurde darauf geachtet, daß wichtige Parameter der Messungen in den 3 Meßperioden im wesentlichen gleich waren. Alle drei Messungen wurden bei einer Ionenenergie von ca. 100 MeV/u durchgeführt, und der Elektronenstrom war 80-100 mA. Daher wurden die drei verschiedenen Datensätze gemeinsam, unter Annahme gleicher Parameter  $a$  und  $b$ , angepaßt.

Typ	Au <sup>76+</sup>	Pb <sup>79+</sup>	U <sup>89+</sup>	a	b
Au <sup>76+</sup> , Pb <sup>79+</sup> , U <sup>89+</sup>	<b>216,113</b>	<b>230,624</b>	<b>280,559</b>	<b>1,00044</b>	<b>24,5285</b>
$\Theta = \pm 1$ mrad	216,167	230,678	280,611	1,00047	24,6411
$U_{\text{Kath}}^* + 50$ V	216,16	230,672	280,601	1,00034	20,7884
nur Au <sup>76+</sup>	216,107	–	–	1,00042	24,7303
nur Pb <sup>79+</sup>	–	230,691	–	1,00048	21,5768
nur U <sup>89+</sup>	–	–	280,42	1,00055	29,2184

Tabelle 4.2: Ergebnisse für die Bestimmung der  $2s_{1/2}-2p_{1/2}$ -Aufspaltung in Au<sup>76+</sup>, Pb<sup>79+</sup> und U<sup>89+</sup>. Die Energien sind in eV angegeben. Für die Werte der obersten Zeile wurden die Daten aller drei Ionen in der Anpassungsprozedur gleichzeitig berücksichtigt. Dabei wurden die drei Seriengrenzen für einen gemeinsamen Wert von  $a$  und  $b$  bestimmt. Für die Anpassungen der untersten drei Zeilen wurden nur jeweils die Daten eines Ions verwendet. Für die Werte in Zeile 2 und 3 wurde angenommen, daß entweder ein Fehlwinkel  $\Theta \pm 1$  mrad oder eine +50 V zu hohe Kühlspannung im Kühler vorhanden ist. Die fett markierte Werte in Zeile 1 sind das Endergebnis der Bestimmung der Lamb-Verschiebung.

Das Ergebnis ist in der obersten Zeile von Tabelle 4.2 zusammengestellt. Die Residuen dieser Anpassung sind in Abbildung 4.21 zusammengetragen. Die gleichmäßige Streuung der Abweichungen für die unterschiedlichen Ionen rechtfertigt den Ansatz, daß eine gemeinsame Auswertung aller drei Experimente durchgeführt werden kann. Eine unterschiedliche Energiekalibrierung würde sich in einer systematischen Abweichung für einen der Ladungszustände bemerkbar machen. Generell sind die Abweichungen größer für größere  $n$ , da hier, wie bereits mehrfach erwähnt, sowohl die Resonanzen kleiner werden, als auch die absolute Energieauflösung abnimmt. Darüber hinaus wurde für jede Kernladungszahl getrennt eine Anpassung durchgeführt, als zusätzlicher Test, ob die Annahme gleicher Werte für  $a$  und  $b$  gerechtfertigt ist. Die Werte für getrennt ausgewerteten Seriengrenzen und die Werte für  $a$  und  $b$  finden sich in den letzten drei Zeilen der Tabelle 4.2. Die Werte der einzeln bestimmten Seriengrenzen unterscheiden sich um  $\Delta E = 0,006$  eV (Au<sup>76+</sup>),  $\Delta E = 0,067$  eV (Pb<sup>79+</sup>) und  $\Delta E = 0,139$  eV (U<sup>89+</sup>) von den Werten der gemeinsamen Anpassung. Allerdings konnte bei der Auswertung der Uran-Daten die Resonanzen mit  $n = 20, 27$  nicht berücksichtigt werden, da sie von Resonanzen der  $2p_{3/2}$ -Serie vollständig überdeckt sind. Die Resonanzen mit  $n = 20$  sind wichtig für eine gute Anpassung, da sie wegen der großen Resonanzstärke, der vergleichsweise guten Statistik und der hohen experimentellen Auflösung sehr genau bestimmt werden können. Darüber hinaus markieren sie den

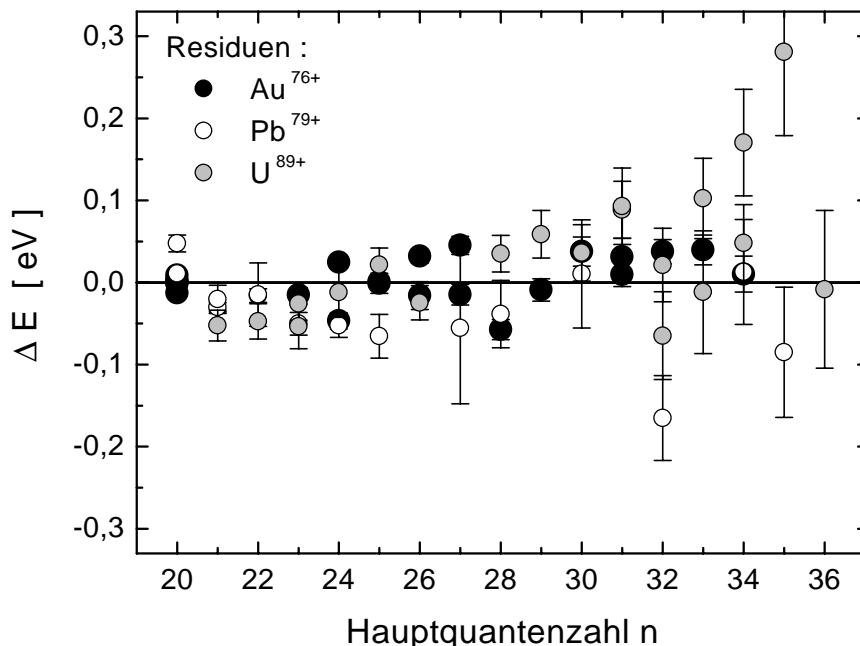


Abbildung 4.21: Residuen nach der Bestimmung der Lamb-Verschiebung in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl  $n$ . Im Anpassungsverfahren wurden alle drei Datensätze gemeinsam behandelt. Die entsprechenden Ergebnisse für die Seriegrenzen und die Parameter  $a$  und  $b$  kann man der obersten Zeile der Tabelle 4.2 entnehmen. Die Abweichungen der Messungen für Au<sup>76+</sup> sind mit vollen Kreisen, die von Pb<sup>79+</sup> mit offenen Kreisen und die von U<sup>89+</sup> mit grau gefüllten Kreisen dargestellt.

kleinsten Wert auf der Energieachse mit einem gleichzeitig großen Abstand zur Resonanz mit dem nächst höheren  $n$ . Sie haben in der Anpassung anschaulich gesprochen einen „langen Hebel“. Die Bestimmung der Seriegrenze in U<sup>89+</sup> zieht daher einen besonderen Vorteil aus der gemeinsamen Auswertung der Daten. Die Auswirkungen auf die Parameter  $a$  und  $b$  werden im Rahmen der Diskussion um die verbesserte Energiekalibrierung besprochen (siehe unten).

Eine exakte Fehlerrechnung ist sehr schwer, da man genau genommen alle in das Anpassungsverfahren eingehenden Parameter berücksichtigen müßte. Um eine Idee über den Einfluß eines Fehlwinkels oder einer falschen Ionengeschwindigkeit zu erhalten, wurde die Anpassung unter der Annahme eines Winkels von  $\Theta = \pm 1$  mrad bzw. einer um 50 V höheren Kathodenspannung durchgeführt. Beides sind Werte, die bei einem normalen Betrieb des Elektronenkühlers deutlich unterschritten werden. Die ermittelten Werte sind in Tabelle 4.2 in den Zeilen 2 und 3 eingetragen. In beiden Fällen erhält man einen ca. 0,05 eV höheren Wert

für die Seriengrenze. Ein Teil der Energieverschiebung, den ein solcher Fehlwinkel bzw. eine falsche Kühlspannung bewirkt, wird von den Parametern  $a$  und  $b$  aufgefangen.

Für eine Abschätzung des statistischen Fehlers kann die Breite  $\sigma = 0,063$  eV der Verteilung der Residuen dienen (Abbildung 4.22). Eine große Unsicherheit bei der

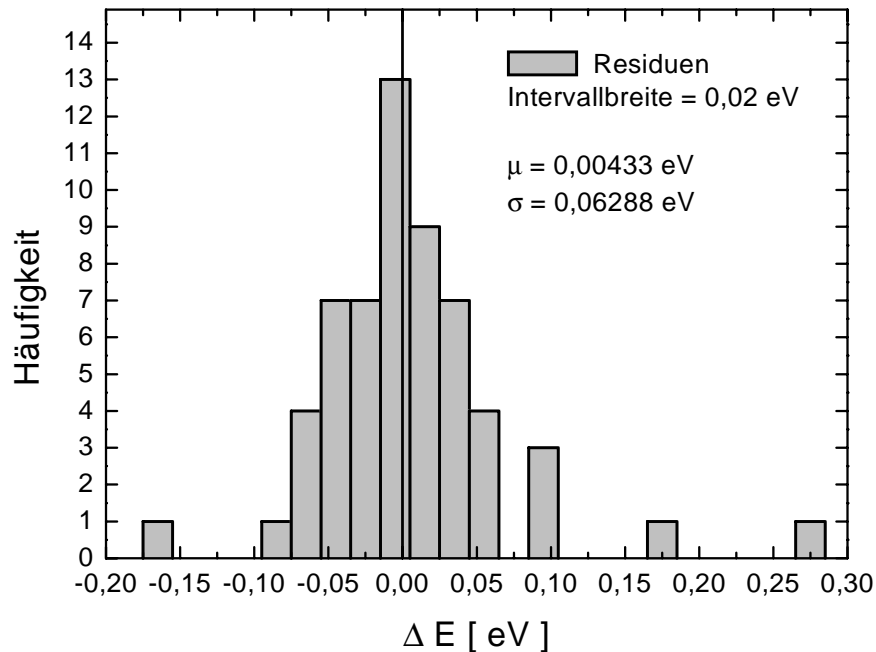


Abbildung 4.22: Verteilung der Residuen nach der Bestimmung der Lamb-Verschiebung. Die Daten sind dieselben, wie in Abbildung 4.21. Die Daten wurden in Intervalle von 0,02 eV Breite eingeteilt. Die Breite der Verteilung ist  $\sigma = 0,063$  eV.

Bestimmung der Seriengrenze stellen die nur ungenau bekannten Eigenschaften der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen dar. Insbesondere die transversale Temperatur  $k_B T_{\perp}$  bewirkt eine gleichmäßige Energieverschiebung für alle Resonanzen (siehe Abschnitt 4.1.1). Sie kann daher durch die Energiekalibrierung nicht aufgefangen werden, die nur sensitiv auf ein Stauchen oder Strecken der Energieachse ist. In den Anpassungen wurde der Wert  $k_B T_{\perp} = 120$  meV genommen, größerer Werte der transversalen Temperatur von bis  $k_B T_{\perp} = 250$  meV können aber durch die beobachteten Spektren nicht ausgeschlossen werden. Zudem werden die Resonanzpositionen durch den Einfluß der Potentialverteilung der Driftröhren um bis zu 0,05 eV verschoben. Diese Verschiebung ist allerdings energieabhängig (siehe Abschnitt 4.1.2 und sollte somit zumindest teilweise durch die Anpassung kompensiert werden. Für den Fehler durch Unsicherheiten in der Verteilungsfunktion der Elektronengeschwindigkeiten muß man daher einen Fehler von 0,15 eV

Ion	diese Arbeit	Experiment			Theorie	
		Spies	Schwepe	Kim	Blundell	Yerokhin
Au <sup>76+</sup>	216,12(20)	217,2(11)	–	216,29	–	–
Pb <sup>79+</sup>	230,62(20)	–	–	230,82	–	–
U <sup>89+</sup>	280,56(20)	–	280,59(9)	280,68	280,83(10)	280,44(20)

Tabelle 4.3: Vergleich der in dieser Arbeit bestimmten Werte für die Lamb-Verschiebung von Au<sup>76+</sup>, Pb<sup>79+</sup> und U<sup>89+</sup> mit anderen Experimente und mit ausgewählten QED-Rechnungen. Die Energien sind in eV angegeben. Die experimentellen Daten stammen von Spies [Spi95] und von Schwepe et al. [SBB<sup>+</sup>91], die Rechnungen zur  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung von Kim et al.[KBID91], Blundell [Blu93] und von Yerokhin et al. [YAS<sup>+</sup>00].

annehmen. Eine weitere Quelle für Unsicherheiten ist die verwendete Rechnung für die Form der Rydberg-Resonanzen, bzw. die Skalierung der Resonanzstärken für hohe  $n$ . Der Fehler hierfür ist nur schwer anzugeben. Die sehr gute Übereinstimmung der Resonanzform zwischen Experiment und Theorie, wie an der  $n = 20$ -Resonanz für die DR mit Pb<sup>79+</sup> bzw. der  $n = 21$ -Resonanz in U<sup>89+</sup> exemplarisch gezeigt wurde, läßt jedoch erwarten, daß dieser Fehler kleiner 0,1 eV ist. Der Einfluß des hoch angeregten „Zuschauerelektrons“ auf die Energieaufspaltung  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$  des lithiumähnlichen Rumpfs ist gegenüber den anderen Fehlern hingegen vernachlässigbar. Schwepe et al. [SBB<sup>+</sup>91] geben für die Energieverschiebung der Seriegrenze durch ein Rydberg-Elektron im Zustand  $25s$  einen Wert von  $\delta E < 0,01$  eV an. Zusammengefaßt ergibt sich ein Fehler der Messungen von ca. 0,2 eV.

In Tabelle 4.3 werden die in dieser Arbeit gewonnen Ergebnisse für die Lamb-Verschiebung mit zwei Experimenten sowie einer Auswahl von Rechnungen für die  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung verglichen. Das Experiment von Spies et al. [Spi95, SUM<sup>+</sup>95] wurde ebenfalls am ESR mit Hilfe der DR gewonnen. Bei den damaligen Messungen konnten wegen der schlechteren experimentellen Bedingungen (vgl. Abschnitt 4.3.3) für Au<sup>76+</sup> lediglich die Resonanzen mit  $n = 20, 23 - 26$  und diese mit erheblich schlechterer Statistik detektiert werden. Der experimentelle Wert von Schwepe et al. [SBB<sup>+</sup>91], der mit *Beam-Foil*-Spektroskopie am Bevalac-Beschleuniger in Berkeley gewonnen wurde, ist außer der Messung von Spies et al. bisher das einzige Präzisionsexperiment für die  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung in einem lithiumartigen Ion mit  $Z > 54$ . Die relative Genauigkeit der Messung von Schwepe wurde erst in den letzten Jahren durch Messungen der

$2s_{1/2} - 2p_{3/2}$ -Aufspaltung an der EBIT in Livermore [BOS<sup>+</sup>98] übertroffen. Daher war die Messung über Jahre hinweg der Richtwert für die Entwicklung der Theorie für schwere lithiumähnliche Ionen. Ein Vergleich der Ergebnisse dieser Arbeit mit den beiden anderen Experimenten zeigt eine gute Übereinstimmung.

Da lange Zeit nur für das lithiumähnliche Uran genaue experimentelle Daten vorlagen, wurden für dieses Ion auch die meisten theoretischen Daten publiziert. Aus der Vielzahl der Veröffentlichungen zur Berechnung der  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Aufspaltung wurden hier die Arbeiten von Kim et al. [KBID91], Blundell [Blu93] und Yerokhin et al. [YAB<sup>+</sup>99, YAS<sup>+</sup>00] für den Vergleich ausgewählt. Das Werk von Kim et al. ist die einzige Veröffentlichung, die Werte für die Lamb-Verschiebung in lithiumähnlichen Ionen für jede Kernladungszahl  $Z \leq 6 \leq 92$  angibt. Die Rechnungen von Kim et al. [KBID91] sind MCDF-Rechnungen und berücksichtigen die QED, indem Ergebnisse von Johnson und Soff für wasserstoffähnliche Ionen [JS85] geeignet skaliert werden. Die Rechnungen von Blundell et al. sind Rechnungen in relativistischer Vielteilchen-Störungstheorie (RMBPT). Diese Theorie war in den letzten Jahren im Bereich der Strukturrechnungen sehr erfolgreich. In der RMBPT werden Teile der Elektron-Elektron-Wechselwirkung bereits im Vielteilchen-Hamiltonian berücksichtigt. Anteile einzelner Feynman-Graphen zur Bindungsenergie werden als zusätzliche QED-Korrekturen aufaddiert. Unter allen durchgeführten Rechnungen wird nur in der Arbeit von Yerokhin et al. ein strikter QED-Formalismus durchgeführt. Gegenüber den Rechnungen z.B. von Blundell [Blu93] werden von Yerokhin et al. alle Korrelationen zwischen den Elektronen durch den Austausch virtueller Photonen ab initio beschrieben. Erst kürzlich [YAS<sup>+</sup>00] konnte in diesem Rahmen die Berechnung aller Zwei- und Dreielektronenbeiträge der Ordnung  $\alpha^2$  abgeschlossen und damit die Unsicherheit der Theorie um einen Faktor zwei verringert werden. Die gegenwärtige Messung für  $U^{89+}$  stimmt mit den Werten von Kim et al. und Yerokhin et al. im Rahmen der Ungenauigkeiten von Experiment und Theorie sehr gut überein und läßt keine Unterscheidung zugunsten einer der beiden Rechnungen zu. Das Experiment liegt dabei zwischen den beiden theoretischen Werten. Prinzipiell birgt die Rechnung von Yerokhin et al. aber durch den strikten QED-Formalismus das größere physikalische Potential. Die Rechnung von Blundell erscheint tendenziell als zu groß, jedoch überschneiden sich theoretische und experimentelle Fehlerbalken gerade noch.

Neben der Bestimmung der Lamb-Verschiebung erhält man aus der Anpassung auch die zwei Parameter  $a$  und  $b$ , mit denen die Energieachse der DR-Messungen neu kalibriert werden kann. In Abbildung 4.23 ist die durch die Neukalibrierung entstehende Korrektur  $\delta E(\text{alle}) = E(a = 1, 00044; b = 24, 5285) - E(a = 1; b = 0)$  als durchgezogene Linie eingezeichnet. Die Energien werden nach der Neukalibrierung im Meßbereich um bis zu 1,7 eV zu niedrigeren Relativenergien hin verschoben. Weiterhin sind in der Abbildung die Abweichungen von der Korrektur



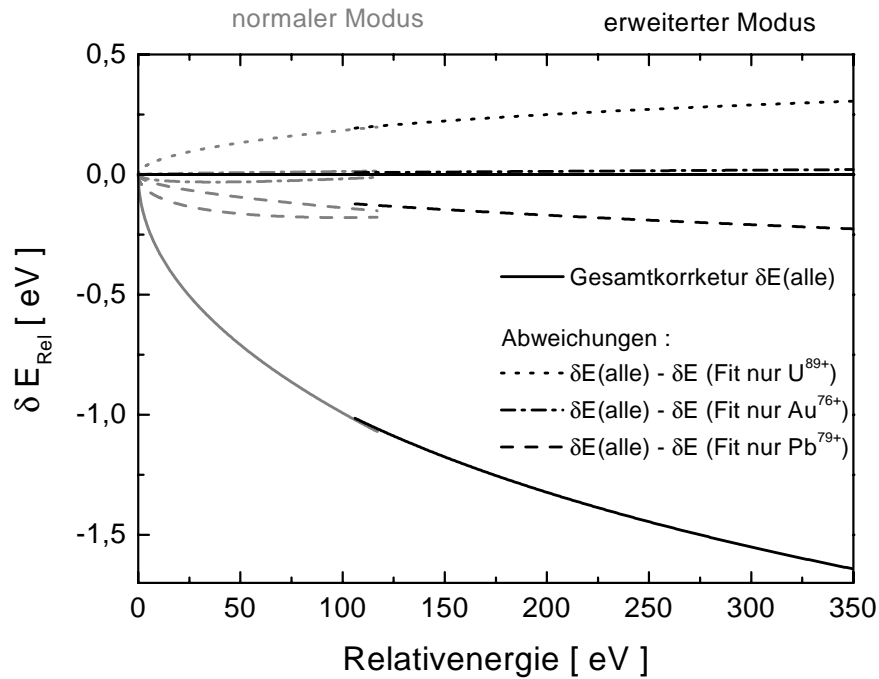


Abbildung 4.23: Korrektur der Relativenergie durch die Anpassungsparameter  $a$  und  $b$ . Die durchgezogene Linie ist die Korrektur der Relativenergie  $\delta E(alle) = E(a = 1, 00044; b = 24, 5285) - E(a = 1; b = 0)$  durch die Neukalibrierung der Energieachse. Die gepunktete Kurve ist die Abweichung von dieser Korrektur, wenn man lediglich die Daten von  $U^{89+}$  auswertet, die gestrichelte Kurve die Abweichung von der  $Au^{76+}$ -Kalibrierkurve und die strichpunktete Kurve die Abweichung der  $Pb^{79+}$ -Daten.

$\delta E(alle)$  eingezeichnet, wenn man die Anpassungsprozedur für jedes Ion getrennt durchführt. Zwischen den einzeln ermittelten Korrekturen und den Korrekturen, bei denen für die Anpassung alle Rydberg-Daten verwendet wurden, erhält man im Meßbereich Abweichungen von bis zu 0,25 eV bei hohen Relativenergien. Die Energieachse der in dieser Arbeit gezeigten Spektren, wurde mit den Parametern  $a = 1,00044$  und  $b = 24,5285$  neu kalibriert.

## 4.6 Resonanzen der $2p_{3/2}$ -Serie

Neben den Resonanzen zur  $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Anregung werden im Energiebereich des Experiments auch Resonanzen zur  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$ -Anregung nachgewiesen, wobei der Einfang des freien Elektrons nun nicht mehr in einen hohen Rydberg-Zustand  $n \geq 20$  erfolgen muß, sondern die DR bereits für  $n = 5$  im Uran und für  $n = 6$  in

Gold und Blei möglich ist. Die Feinstrukturaufspaltung des  $n=5$ - und der  $n=6$ -Zustände erstreckt sich nun über einen Bereich von ca. 200 eV. Dabei muß man berücksichtigen, daß  $j=1/2$ -Zustände bei Uran und bei Gold energetisch nicht möglich sind. Die beobachteten  $1s^2 2p_{3/2} n\ell_j$ -Resonanzen gruppieren sich bei gleichem Drehimpuls  $j$  des Rydberg-Elektrons zu Clustern von Peaks. Darüber hinaus koppelt das Rydberg-Elektron mit dem Rumpfelektron zu einem Gesamtdrehimpuls  $J$ . Zustände mit unterschiedlichem  $J$  sind bei den Messungen deutlich aufgelöst. Im folgenden werden die experimentellen Ergebnisse für die autoionisierenden Zustände  $1s^2 2p_{3/2} n\ell_j$  des berylliumähnlichen Zwischenzustands präsentiert und mit verschiedenen Struktur-Rechnungen verglichen. Die absoluten Energien dieser Rechnungen sind gegenüber den experimentellen Energien meist um einige zehntel eV bis einige eV verschoben. Für einen besseren Vergleich wurden die Theoriedaten in Richtung der experimentellen Werte verschoben. Um in der Theorie eine Genauigkeit der absoluten Energie im Rahmen der experimentellen Unsicherheit von ca. 0,2 eV zu erreichen (vgl. 4.5.2) müssen bereits QED-Beiträge der Ordnung  $\alpha^2$  berücksichtigt werden. Außerdem muß die Ausdehnung des Atomkerns sehr gut bekannt sein (vgl. mit Abschnitt 2.2.3). Die hier vorgestellten DR-Rechnungen sind aber keine expliziten QED-Berechnungen, so daß die kleinen Werte für die Energieabweichungen schon fast überraschen müssen. So werden beispielsweise im GRASP-Computercode, der für die DR/MCDF-Rechnungen von Steih et al. eingesetzt wurde, im wesentlichen für wasserstoffähnliche Ionen berechnete QED-Korrekturen skaliert [DGJ<sup>+</sup>89, KBID91].

#### 4.6.1 Die $(1s^2 2p_{3/2} 6\ell_j)$ -Resonanzen von $\text{Au}^{76+}$ und $\text{Pb}^{79+}$

In diesem Abschnitt werden die experimentellen Ergebnisse zu den  $2p_{3/2}$ -Resonanzen von  $\text{Au}^{76+}$  und  $\text{Pb}^{79+}$  präsentiert. Insbesondere die Messungen mit  $\text{Au}^{76+}$  eignen sich wegen der vielen aufgelösten Strukturen bei den  $j=3/2$ - und den  $j=5/2$ -Zuständen gut für einen Vergleich mit der Theorie. Wie bereits im Abschnitt 4.3.3 beschrieben, wurde am ESR unter deutlich schlechteren Bedingungen die PR von  $\text{Au}^{76+}$  schon einmal gemessen. In [SML<sup>+</sup>92] wurden die Messungen u.a. mit zwei Rechnungen, die auf dem Programmpaket AUTOSTRUCTURE basieren, verglichen. Die beiden AUTOSTRUCTURE Rechnungen werden von den Autoren als „semi-relativistic“ und „perturbativ relativistic“ bezeichnet. Die Details der Unterschiede kann man in [PB90, BP89] nachlesen. In [SML<sup>+</sup>92] wurde für beide Rechnungen eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment gefunden, in der „semirelativistischen“ Rechnung konnte bei der in der ersten Messung am ESR erzielten Auflösung lediglich die Resonanz der Konfiguration  $[(1s^2 2p_{3/2}) 6p_{3/2}]_2$  (in Abbildung 4.24 (oben) mit P2 bezeichnet) nicht korrekt wiedergegeben werden. Die Abbildung 4.24 zeigt die neuen experimentellen Daten für die  $j=3/2$ - und die  $j=5/2$ -Konfigurationen. Unter den  $2p_{3/2}$ -Resonanzen befinden sich teilweise noch

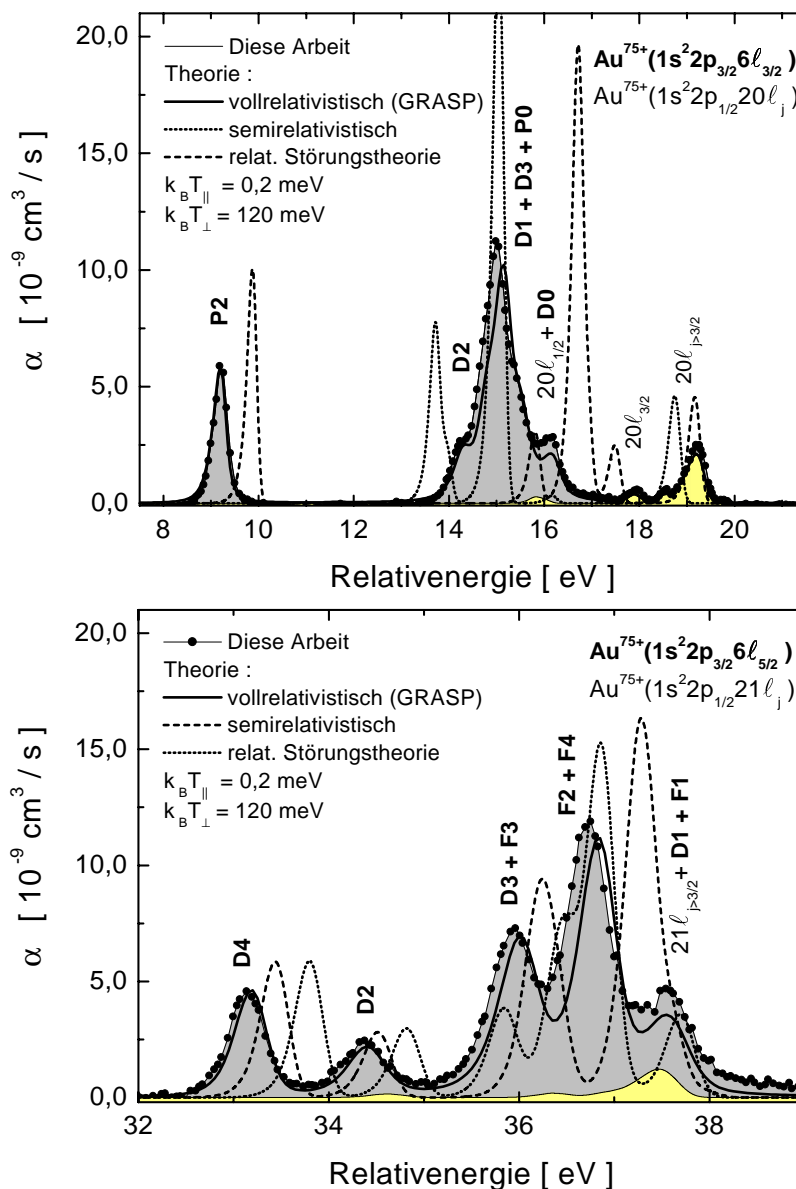


Abbildung 4.24: Vergleich zwischen Experiment und verschiedenen Theorien für die  $\text{Au}^{75+}[(1s^2 2p_{3/2} 6l_j)]_J$ -Resonanzen mit  $j = 3/2$  (oben) und  $j = 5/2$  (unten). Die durchgezogene Linie ist die Rechnung von Steih et al., die gepunktete Linie die in [SML<sup>+</sup>92] als „semi-relativistic“ bezeichnete Rechnung und die gestrichelte Linie die als „perturbative relativistic“ bezeichnete. Die hell markierte Fläche ist der Anteil der  $2p_{1/2}$ -Resonanzen mit  $n = 20$  bzw.  $n = 21$ . Die Energielagen theoretisch berechneter Resonanzen wurden dermaßen verschoben, daß die Positionen der  $j = 11/2$ -Resonanzen (nicht im Bild) mit dem Experiment übereinstimmen. Die Konfigurationen der Zustände sind durch einen Buchstaben und eine Zahl im Bild angegeben, wobei der Buchstabe für den Bahndrehimpuls  $\ell$  steht und die Zahl für den Gesamtdrehimpuls  $J$ .

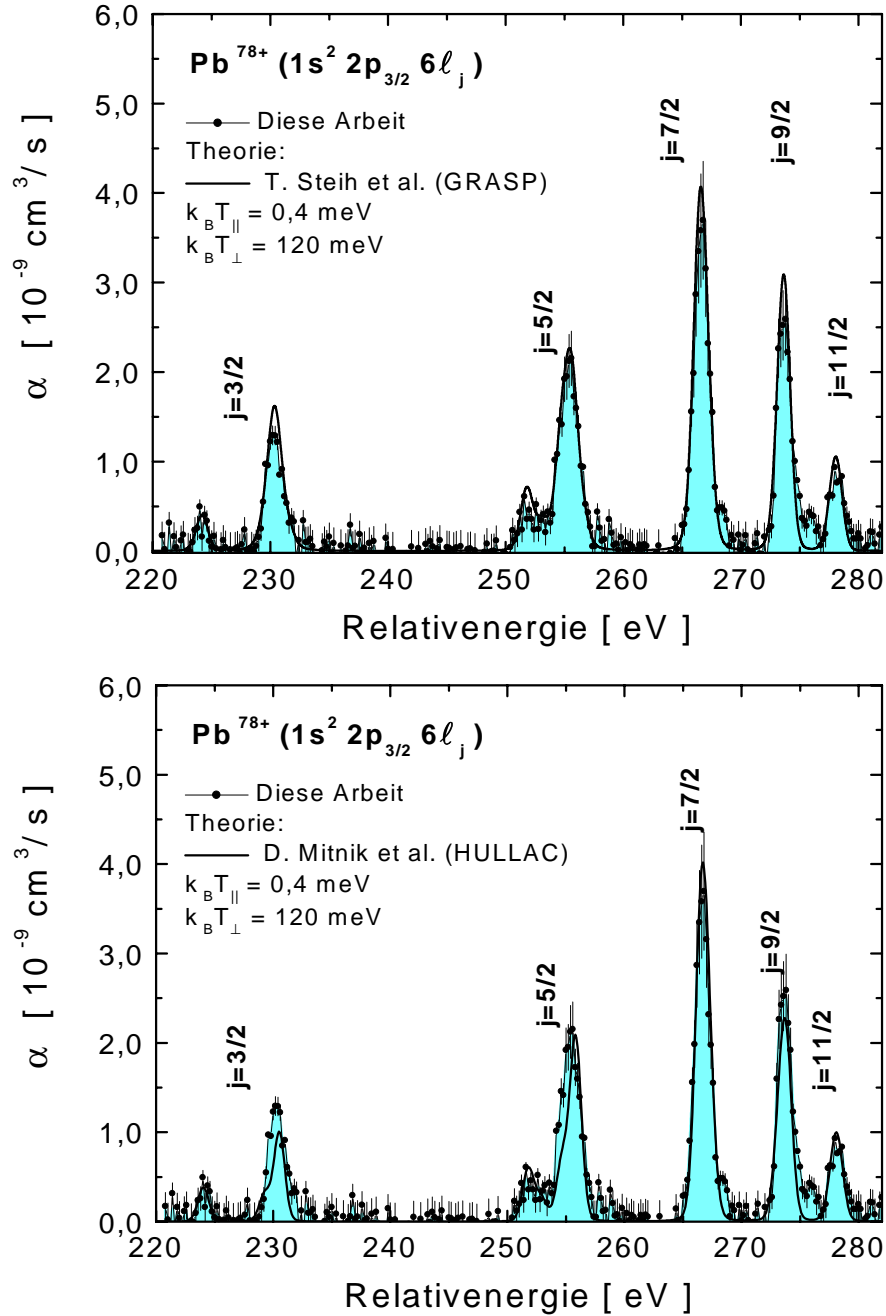


Abbildung 4.25: Vergleich zwischen Experiment und Theorie für die  $\text{Pb}^{78+}(1s^2 2p_{3/2} 6l_j)$ -Resonanzen mit  $j = 3/2 - 11/2$ . Die im oberen Bild eingezeichnete Kurve ist eine Rechnung von Steih et al. Im unteren Bild ist zum Vergleich die DR-Rechnung von Mitnik et al. eingezeichnet. Die Werte für die Energiepositionen und die Stärken der DR-Resonanzen wurden Abbildung 3 aus [MSB00] entnommen. Beide Theorien wurden mit  $k_B T_{\parallel} = 0,4 \text{ meV}$  und  $k_B T_{\perp} = 120 \text{ meV}$  gefaltet.

die  $n=20$ - bzw. die  $n=21$ -Resonanz der  $2p_{1/2}$ -Serie. Die Messungen werden mit den beiden oben erwähnten Rechnungen sowie einer DR/MCDF-Rechnung von Steih et al. [Ste00b] verglichen. Alle Rechnungen lagen in ungefalteter Form vor, so daß eine Anpassung an die aktuellen experimentellen Parameter vorgenommen werden konnte. Um die Absolutlagen anzupassen, wurden alle drei Theorien so auf der Energieachse verschoben, daß sie jeweils mit dem nahezu strukturlosen  $j=11/2$ -Zustand (nicht im Bild zu sehen, vgl. Abbildung 4.12) übereinstimmen. Wie man erkennt, stimmt die energieverschobene Rechnung von Steih et al. hervorragend mit den experimentellen Daten überein. Sie gibt sowohl die Form der Resonanzlinien als auch ihre absolute Höhe sehr gut wieder. Zudem beschreibt die Theorie von Steih et al. den Abstand zur  $j=11/2$ -Resonanz sehr gut und damit die  $j$ -Feinstrukturaufspaltung. Bei dieser experimentellen Auflösung sind nun deutliche Abweichungen der beiden anderen Theorien vom Experiment zu erkennen. Zusammenfassend kann man sagen, daß MCDF-Rechnungen in beiden Fällen bis auf die absolute Energie sehr gut mit dem Experiment übereinstimmen. Eine semirelativistische Vorgehensweise, wie in den AUTOSTRUCTURE-Rechnungen liefert eine Abweichung von den experimentellen Daten, die aber erst durch die neuen hochauflösenden Messungen sichtbar wird.

In lithiumähnlichem Blei sind die  $2p_{3/2}$ -Resonanzen zu höheren Relativenergien hin verschoben. Durch die mit zunehmender Relativenergie abnehmende Energieauflösung können einzelne Details der Struktur nicht mehr aufgelöst werden. Darüberhinaus war bei dieser Messung aus unbekanntem Gründen die longitudinale Temperatur mit  $k_B T_{||} = 0,4$  meV deutlich höher als bei allen anderen Messungen.

Die Messungen (Abbildung 4.25) werden wiederum mit einer Rechnung von Steih et al. verglichen, wobei die Theoriewerte um 0,4 eV zu niedrigen Energien verschoben wurden. Zusätzlich ist in der unteren Bildhälfte eine um 10 eV verschobene DR-Rechnung von Mitnik et al. [MSB00] eingezeichnet (siehe Text). Die theoretischen Daten von Mitnik et al. sind ebenfalls mit einer vollrelativistischen Methode gewonnen worden. Sie nähert den Dirac-Vielteilchen-Hamiltonian durch ein parametrisiertes Potential an. Bei diesem Verfahren werden die Parameter des Potentials gewonnen, indem die Energie des System für einen gegebenen Satz von Konfigurationen minimiert wird. Das optimierte Potential wird dann verwendet, um alle gesuchten Zustandsfunktionen, Energien und Raten zu berechnen. Dieses Verfahren ist im Programmpaket HULLAC [OGK<sup>+</sup>91] implementiert. Beide Rechnungen stimmen im Rahmen der Meßgenauigkeit sehr gut mit dem Experiment überein, jedoch mußte die HULLAC-Rechnung um 10 eV verschoben werden, um mit dem Experiment in Einklang gebracht zu werden. Von diesen 10 eV wurde in der Veröffentlichung von Mitnik et al. [MSB00] bereits eine Verschiebung von 9 eV gegenüber dem Wert angegeben, den der HULLAC-Programmcode ermittelt. Zusätzlich wurden die Resonanzen um 1 eV verschoben, um eine Übereinstimmung der Resonanzlagen mit dem Experiment zu erzielen.

### 4.6.2 Die $(1s^2 2p_{3/2} 5\ell_j)$ -Resonanzen von $U^{89+}$

Bei  $U^{89+}$ , mit  $Z = 92$  das schwerste Ion, das in dieser Arbeit untersucht wurde, sind die  $n = 6$ -Resonanzen zu hohen Energien hin aus dem Meßbereich herausgeschoben. Es kann aber bei niedrigen Energien der bei Uran mögliche Einfang in  $n = 5$  beobachtet werden. Abbildung 4.26 zeigt die  $U^{88+}[(1s^2 2p_{3/2} 5\ell_j)]_J$ -Resonanzen mit  $j = 5/2 - 9/2$  zusammen mit den Rechnungen von Steih et al. Diese wurden um  $0,6$  eV zu niedrigen Energien verschoben. Auch hier ist wieder eine exzellente Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie festzustellen. Besonders interessant ist bei den Messungen in lithiumähnlichem Uran der Energiebereich zwischen  $0$ - $15$  eV (Abbildungen 4.27 und 4.28). Dort sind die  $5\ell_{3/2}$ -Resonanz der  $2p_{3/2}$ -Serie und die  $n = 20$ -Resonanz der  $2p_{1/2}$ -Serie überlagert.

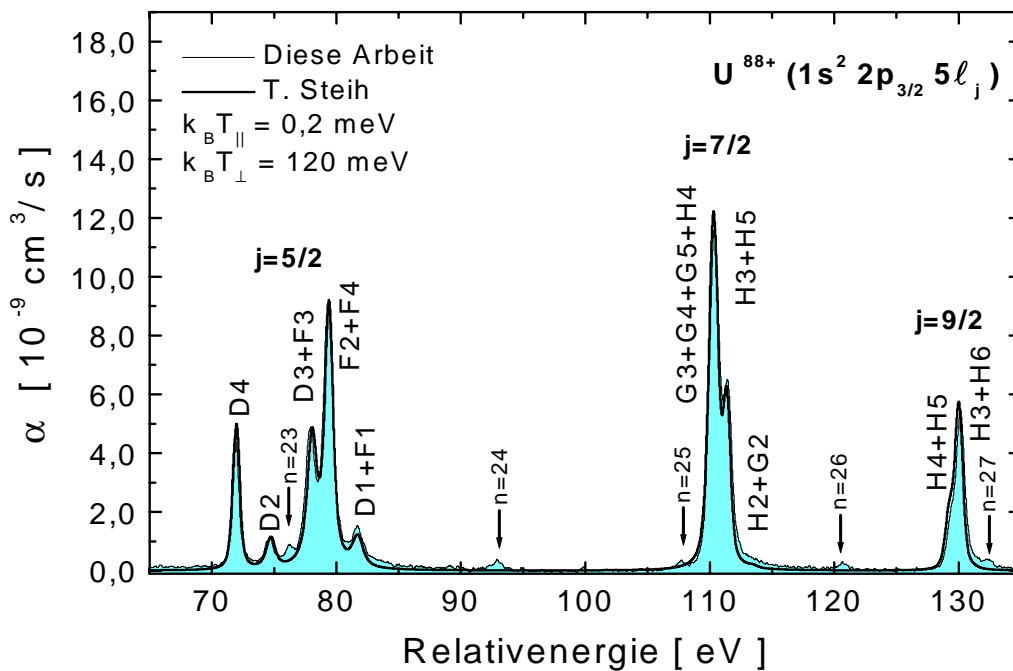


Abbildung 4.26: Vergleich zwischen Experiment und Theorie für die  $U^{88+}(1s^2 2p_{3/2} n\ell_j)$ -Resonanzen mit  $j = 5/2, 7/2, 9/2$ . Die durchgezogene Linie ist die Theorie von Steih et al. Die Konfigurationen der Zustände sind durch einen Buchstaben und eine Zahl im Bild angegeben, wobei der Buchstabe für den Bahndrehimpuls  $\ell$  steht und die Zahl für den Gesamtdrehimpuls  $J$ . Die Pfeile markieren Positionen von  $1s^2 2p_{1/2} n\ell_j$ -Rydberg-Resonanzen, die in der Rechnung von Steih et al. nicht enthalten sind.

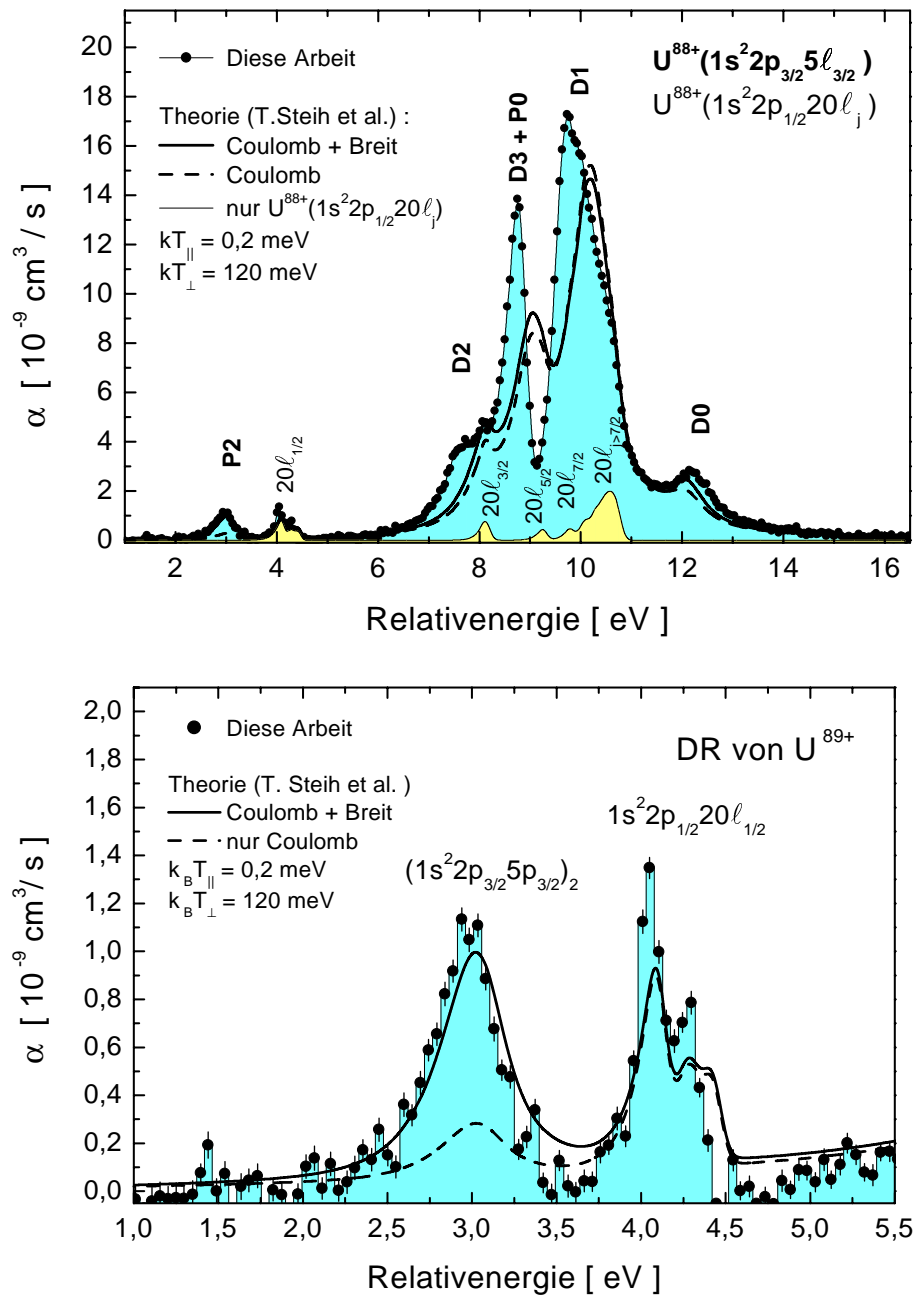


Abbildung 4.27: Einfluß der Breit-Wechselwirkung auf die  $\text{U}^{88+}(1s^2 2p_{3/2} n l_{3/2})$ -Resonanzen. Bei der durchgezogenen Linie wurde für die Elektron-Elektron-Wechselwirkung die Coulomb- und die Breit-Wechselwirkung berücksichtigt, bei der gestrichelten Linie nur die Coulomb-Wechselwirkung. Das untere Bild ist ein vergrößerter Ausschnitt des oberen, um Details sichtbar zu machen.

Als Folge der höheren Kernladung  $Z$  und der niedrigeren Hauptquantenzahl  $n$  ist der Peak in der Mitte der Mannigfaltigkeit zusätzlich in die Konfigurationen  $[(1s^2 2p_{3/2} 5d_{3/2})]_3 + [(1s^2 2p_{3/2} 5p_{3/2})]_0$  und  $[(1s^2 2p_{3/2} 5d_{3/2})]_1$  (D3, P0, D1) aufgespalten, was bei derselben Resonanzgruppe in  $n = 6$  von  $Au^{76+}$  noch nicht der Fall war. Zum Vergleich ist wiederum die DR-Theorie von Steih eingezeichnet. Diese berechnet zwar eine Aufspaltung, gibt insbesondere jedoch die Konfigurationen D2, D3, P0 und D1 nicht korrekt wieder.

Weiterhin wurde an dieser Resonanzgruppe der Einfluß der Breit-Wechselwirkung untersucht. Die durchgezogene Linie ist eine Rechnung unter Berücksichtigung der Breit-Wechselwirkung, bei der gestrichelten Linie wurde sie vernachlässigt. Wie man dem Bild entnimmt, werden von der Theorie meßbare Unterschiede vorhergesagt, die bei der P2-Resonanz besonders ausgeprägt sind (siehe Vergrößerung des Bereichs in der unteren Bildhälfte). Für diese Konfiguration ist die Resonanzstärke bei der Rechnung unter Berücksichtigung der Breit-Wechselwirkung um ca. einen Faktor 4 größer. Dieser signifikante Einfluß der Breit-Wechselwirkung wird durch das Experiment eindeutig verifiziert.

Bei der Betrachtung der Abbildung 4.27 fällt auf, daß einige der beobachteten

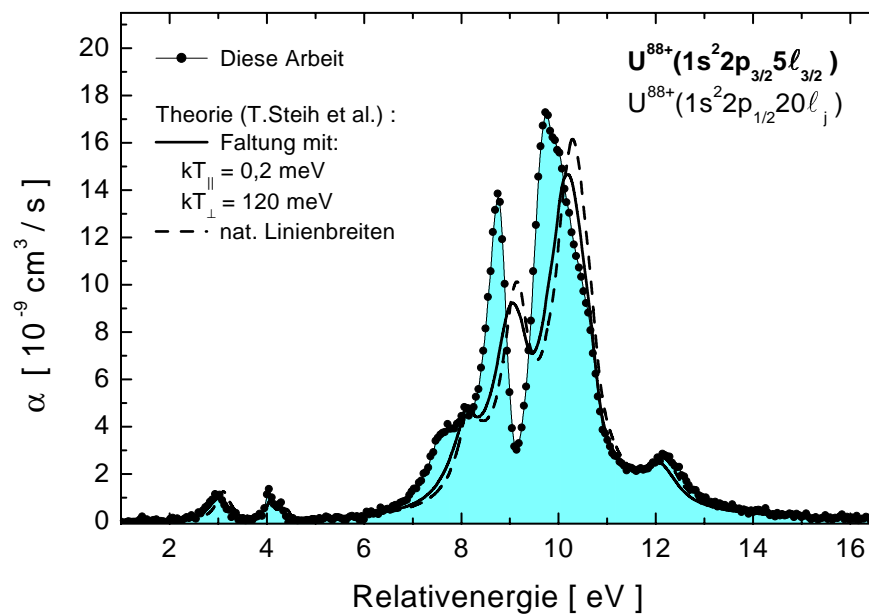


Abbildung 4.28: Natürliche Linienbreite der  $U^{88+}(1s^2 2p_{3/2} n l_{3/2})$ -Resonanzen. Vergleich der DR-Messungen mit der DR-Theorie von T. Steih. Die durchgezogene Kurve ist die mit  $k_B T_{||} = 0,2$  meV und  $k_B T_{\perp} = 120$  meV gefaltete Theorie, die gestrichelte Linie berücksichtigt nur die natürlichen Linienbreiten.



Strukturen deutlicher schmaler sind als andere. So ist z.B. in der  $1s^2 2p_{1/2} 20l_{1/2}$ -Resonanz noch Feinstruktur zu erkennen (unterer Bildhälfte), die benachbarte isolierte  $(1s^2 2p_{3/2} 5p_{3/2})_2$ -Resonanz weist jedoch eine größere Breite auf. Ähnlich verhält es sich mit den (D3+P0)- und D1-Linien. Offensichtlich ist die experimentelle Auflösung ausreichend, um die natürlich Linienbreite der P2-, der D1- und der D0-Resonanz nachzuweisen. Eine große natürliche Linienbreite, die durch die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen nur unwesentlich beeinflusst wird, sagt auch die Theorie vorher. Um dies zu verdeutlichen, wurde in Abbildung 4.28 die Theorie einmal mit der Temperaturverteilung gefaltet und zum anderen nur mit ihrer natürlichen Linienbreite in das Bild eingetragen. Der Grund für die große natürlich Breite von bis zu 1 eV ist die vergleichsweise kurze Lebensdauer des  $n=5$ -Zustands.

Zum Abschluß sei mit Abbildung 4.29 die Sensitivität der DR-Messungen auf die Ausdehnung des Atomkerns demonstriert. Dazu wurde von T. Steih für die  $U^{88+}(1s^2 2p_{3/2} 5l_{5/2})$ -Resonanzgruppe ein DR-Rechnung unter der Annahme eines

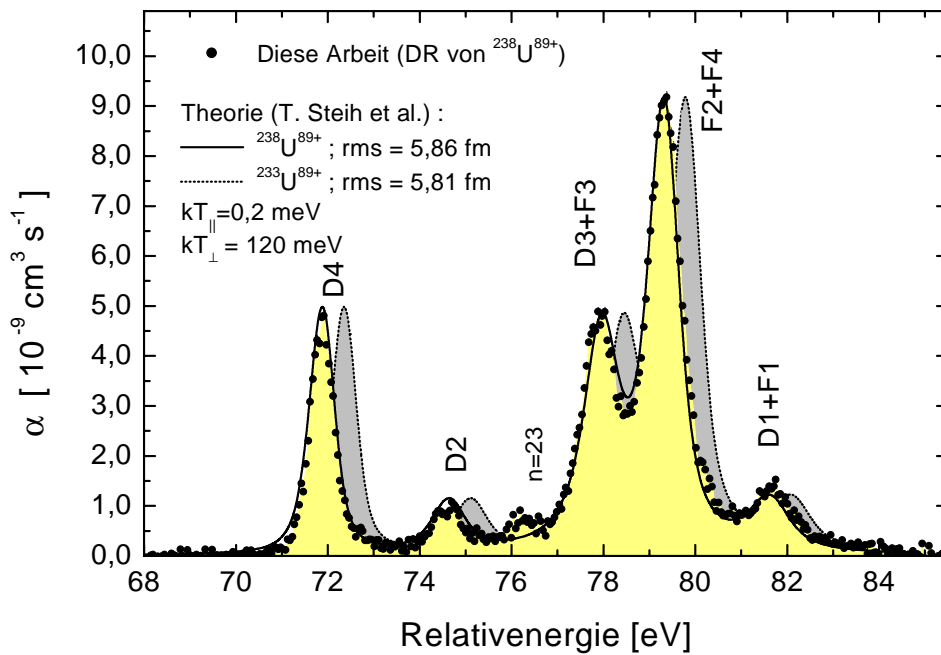


Abbildung 4.29: Einfluß des Kernradius auf die DR von  $U^{89+}$ . Für die durchgezogene Linie wurde  $R_{\text{rms}} = 5,86$  fm ( $^{238}U$ ) verwendet, die gestrichelte  $R_{\text{rms}} = 5,816$  fm ( $^{233}U$ ). Die Theorien wurden um  $-0,6$  eV verschoben. Als Kernladungsverteilung wurde in den Rechnungen ein Fermi-Verteilung mit einer Abfalldicke  $t = 2,22$  fm angenommen (vgl. Abschnitt 2.2.2).

Wertes von  $R_{\text{rms}} = 5,86$  fm für den Ladungsradius des Atomkerns durchgeführt sowie unter der Annahme  $R_{\text{rms}} = 5,816$  fm. Diese beiden Zahlen entsprechen den Literaturwerten [ZST<sup>+</sup>84] der Kernradien für die beiden Uranisotope  $^{238}\text{U}$ , das auch im Experiment verwendet wurde, und  $^{233}\text{U}$ .

Das DR-Spektrum, das mit  $R_{\text{rms}} = 5,816$  fm berechnet wurde, ist gegenüber dem mit  $R_{\text{rms}} = 5,86$  fm um 0,47 eV zu höheren Energien verschoben. Es gibt jedoch keine signifikanten Unterschiede in den Spektren verschiedener Isotope über die Energieverschiebung hinaus, die eine absolute Bestimmung von  $R_{\text{rms}}$  aus der Form der DR-Spektren erlauben würden. Allerdings sollte sich die durch Isotopieeffekte bedingte vorhergesagte Verschiebung von 0,47 eV im Vergleich zweier mit  $^{238}\text{U}$  und  $^{233}\text{U}$  gemessener DR-Spektren bemerkbar machen. Auf diese Weise könnten Sätze von Kernradien entlang von Isotopenreihen auf Konsistenz geprüft werden. Für eine Bestimmung der absoluten Kernradien aus den DR-Messungen reicht die Genauigkeit der theoretischen Vorhersagen zur Zeit nicht aus.

Mit einem ähnlichen Ansatz wurde bereits an der EBIT in Livermore durch optische Spektroskopie des  $2p_{3/2} - 2s_{1/2}$ -Übergangs  $\delta\langle R_{\text{rms}}^2 \rangle$  für Uranisotope mit  $A = 233 \dots 238$  bestimmt [EBC96, EBC<sup>+</sup>98]. Gegenüber diesen Messungen besteht in der DR der Vorteil, daß für die Bestimmung zwei Resonanzserien zur Verfügung stehen, die durch den unterschiedlichen Überlapp der elektronischen Wellenfunktionen von  $2p_{1/2}$  und  $2p_{3/2}$  eine unterschiedliche Verschiebung besitzen. Für die  $2p_{1/2}$ -Serie berechnet Steih et al. eine Verschiebung der Resonanzen für die oben genannten Isotope von 0,35 eV.

# Kapitel 5

## Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein neues höchst präzises Verfahren zur Bestimmung einer Anregungsenergie mit Hilfe von DR-Resonanzen, die zu der entsprechenden Anregung gehören, vorgestellt. Zunächst sei nochmals darauf hingewiesen, daß es sich bei dieser Methode um einen neuartigen Zugang zur Spektroskopie handelt, der eine Alternative zur optischen Spektroskopie darstellt. Die Stärke der neuen Methode liegt darin, daß aus einer *Vielzahl* einzelner Resonanzen bei unterschiedlichen Energien auf einen einzigen Wert, nämlich die Seriengrenze geschlossen wird. Dadurch ist es möglich, eine *in situ* Energiekalibrierung durchzuführen. In der Form, wie die Methode in dieser Arbeit vorgestellt wurde, sind die Möglichkeiten bei weitem noch nicht ausgeschöpft. In der  $\chi^2$ -Anpassung lassen sich zusätzliche Informationen in Form von Nebenbedingungen integrieren, um den Fehler des Verfahrens weiter zu verringern. Beispielsweise kann man fordern, daß die Positionen einzelner  $2p_{3/2}$ -Resonanzen, die in unterschiedlichen Einzelmessungen gewonnen wurden, innerhalb gewisser Fehlergrenzen stets denselben Wert haben. Um den statistischen Fehler besser abschätzen zu können, kann man die Fehler der experimentellen Parameter, wie z.B. der Ionenenergie, der Driftrohrspannung oder des Raumladungspotentials, ebenfalls in Form von Nebenbedingungen besser in die Analyse integrieren. Darüber hinaus erhöht sich mit jeder neuen Messung mit demselben Aufbau, –hier ist natürlich die Annahme konstanter experimenteller Bedingungen Voraussetzung–, auch die Genauigkeit der vorherigen Messungen.

Die größte Unsicherheit bei der Bestimmung der Lamb-Verschiebung aus den vorhandenen Daten rührt von der nur ungenau bekannte Form bzw. von den nur ungenau bekannten Parametern der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen her. Insbesondere die transversale Temperatur  $k_B T_{\perp}$ , die zu einer nahezu konstanten Verschiebung der Resonanzen führt, konnte in diesen Messungen nur bis auf einen Faktor 2 genau abgeschätzt werden. Es wäre daher sicher sinnvoll, DR-Messungen mit etwas weniger schweren Ionen durchzuführen, bei denen die natürliche Linienbreite der meisten Resonanzen gegenüber der experimentellen Auflösung vernachlässigt werden kann. Darüber hinaus sollten diese Ionen die Möglichkeit bieten,

isolierte Resonanzen bei niedriger Schwerpunktsenergie zu bevölkern. Bei niedrigerem  $Z$  kann man weiterhin zusätzliches Wissen über die Aufspaltung der Rydberg-Zustände erhalten, und zwar sowohl aus den Resonanzen der  $2p_{1/2}$ -Serie als auch der  $2p_{3/2}$ -Serie. Für kleineres  $Z$  sinkt nämlich der Wert der niedrigsten Hauptquantenzahl  $n_{\min}$ , in die ein Einfang mit  $2p_{1/2}$ -Anregung energetisch möglich ist, während für die  $2p_{3/2}$ -Resonanzen ein Einfang nur in höhere Schalen erfolgen kann. Bei einer Messung z.B. mit lithiumähnlichem Xenon ist  $Z = 54$  und  $n_{\min} = 9$  für die  $2p_{3/2}$ -Serie sowie  $n_{\min} = 18$  für die  $2p_{1/2}$ -Serie. Darüber hinaus liegen einerseits die Seriengrenzen beider Resonanzserien mit  $E(2s_{1/2} - 2p_{1/2}) = 119,82$  eV und  $E(2s_{1/2} - 2p_{3/2}) = 492,18$  eV (Werte nach Kim et al. [KBID91]) nahezu vollständig im Energiebereich des jetzigen Experimentaufbaus. Durch die Anpassung zweier unterschiedlicher Serien in derselben Messung lassen sich die Seriengrenzen mit höherer Genauigkeit bestimmen. Andererseits können die Messungen, außer

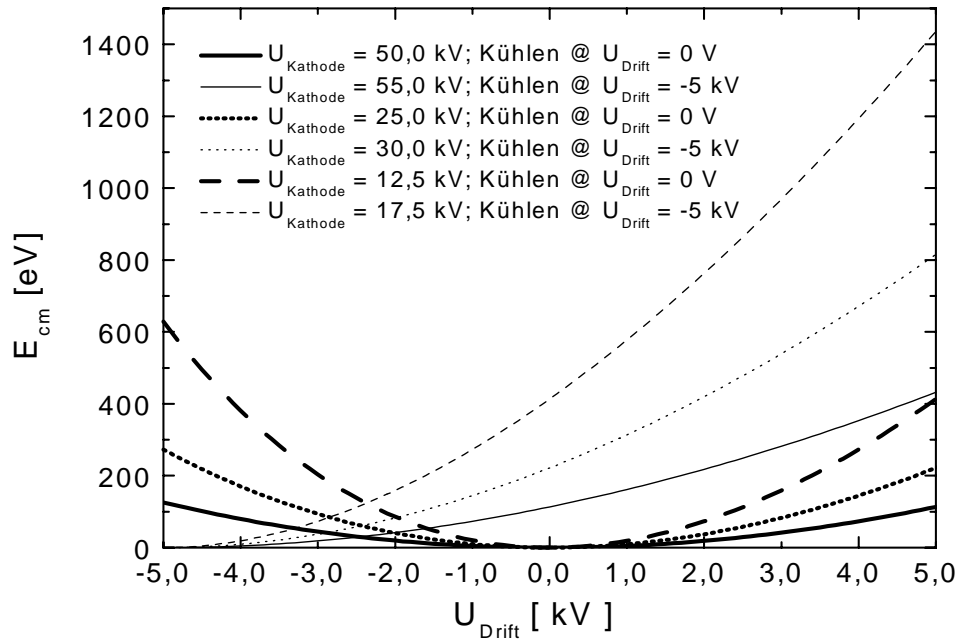


Abbildung 5.1: Schwerpunktenergie in Abhängigkeit von der Laborenergie (Driftrohrspannung) bei Kühlenergien von  $E_K = 50$  keV, 25 keV, 12,5 keV. Die durchgezogenen Linien wurden für eine Kühlspannung von  $E_K = 50$  keV berechnet, die gepunkteten Linien für eine Kühlspannung von  $E_K = 25$  keV und die gestrichelten Linien für eine Kühlspannung von  $E_K = 12,5$  keV. Die jeweils dickere der beiden Linien wurde mit  $E_{Kath} = E_K$  berechnet mit Kühlen bei  $U_{Drift} = 0$ . Für die jeweils dünnere Linie ist  $E_{Kath} = E_K + 5$  keV, mit  $U_{Drift} = -5$  keV zum Kühlen (für Details siehe Abschnitt 3.5.1).

mit der Theorie, mit den sehr präzisen Experimenten zur Lamb-Verschiebung von Feili et al. [FBS<sup>+</sup>00] verglichen werden.

Im Laufe der vergangenen Jahre wurde die Technik, hochgeladene Ionen durch Betrieb des ESR in einem Synchrotronmodus abzubremesen, immer weiter verbessert. Experimente mit abgebremsten  $U^{92+}$ -Ionen bei 49 MeV/u wurden bereits durchgeführt [STR<sup>+</sup>98] und ein Abbremesen bis auf ca. 15 MeV/u ( $Kr^{36+}$ ,  $U^{92+}$ ) wurde bereits demonstriert [SBB<sup>+</sup>00d]. Bei niedrigeren Ionenenergien ist als Folge der Stoßkinematik der Bereich der Relativenergien, der mit dem experimentellen Aufbau abgedeckt werden kann deutlich vergrößert. Abbildung 5.1 zeigt die Meßbereiche für den normalen und den erweiterten Meßmodus bei einer Kühlenergien von  $U_K = 12,5$  keV, 25 keV und 50 keV. Bei  $U_k = 25$  keV erreicht man Relativenergien  $E_{\text{Rel}} \approx 800$  eV und kann bis  $Z \approx 62$  beide Seriengrenzen vermessen. Für  $U_k = 12,5$  keV erreicht man entsprechend  $E_{\text{Rel}} \approx 1400$  eV, so daß in diesem Fall bis  $Z \approx 70$  der direkte Nachweis beider Seriengrenzen lithiumartiger Ionen möglich ist. Solche Messungen für nicht ganz so hohe Kernladungen schließen die Lücke zwischen den hier vorgestellten Messungen für die schwersten Ionen und den mit optischen Methoden gewonnenen Daten bei mittlerem  $Z \leq 54$ . Allerdings muß man bei Experimenten mit abgebremstem Ionenstrahl berücksichtigen, daß die Lebensdauer des gespeicherten Strahls mit kleiner werdender Ionenenergie durch Umladungen im Restgas rapide abnimmt, und daß durch den Einfang eines Elektrons aus dem Restgas auch das Signal- zu Untergrundverhältnis der DR-Messungen schlechter wird. Hier muß man für die DR optimale Betriebsparameter erst noch ermitteln.

Aufgrund der hohen Sensitivität bei relativen Energieänderungen ist die DR geradezu prädestiniert dafür, Isotopieeffekte bei schweren Ionen nachzuweisen, um damit eine Verbindung zwischen Atom- und Kernphysik zu schaffen. Von Vorteil ist, daß bei der DR mit lithiumähnlichen Ionen unterschiedliche Verschiebungen für die  $2p_{1/2}$ - und die  $2p_{3/2}$ -Serie wegen des unterschiedlichen Überlapps des  $2p$ -Elektrons mit dem Kern erwartet werden kann (vgl. Abschnitt 4.6.2). Interessant ist in diesem Zusammenhang auch, ob man neben der reinen Energieverschiebung einer Resonanzserie, weitere Einflüsse auf die Stärke, die Breite oder die relative Energielage der Resonanzen nachweisen kann. Solche Effekte könnten für unterschiedliche Isotope durch die unterschiedliche Kopplung des Gesamtdrehimpulses der Atomhülle mit einem eventuell vorhandenen Kernspin verursacht werden.



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Schematische Darstellung der radiativen Rekombination (RR). . .	6
2.2	Schematische Darstellung der dielektronischen Rekombination (DR). . .	7
2.3	Vergleich zwischen Dipolnäherung und vollrelativistischer Behandlung für den RR-Wirkungsquerschnitt von nacktem Uran. . . . .	13
2.4	Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für die RR für von $U^{92+}$ verschiedene $n$ und $\ell$ . . . . .	14
2.5	Gaunt-Faktoren. . . . .	15
2.6	Spektrum für die RR von $Bi^{83+}$ . . . . .	18
2.7	RR von $Bi^{83+}$ bei $E_{CM} = 0$ in Abhängigkeit vom Solenoidfeld des Elektronenkühlers . . . . .	19
2.8	Auger-Raten für den $1s2s(^3S)2p^2P_{1/2}$ Zustand lithiumähnlicher Ionen . . . . .	24
2.9	KLL-Auger-Raten für $Pb^{80+}$ für zehn verschiedene doppelt angeregte Zwischenzustände. . . . .	25
2.10	Modell für Skalierung von radiativen Raten und Auger-Raten für die autoionisierenden $(1s^22p_{1/2}np_{3/2})_{J=2}$ Zustände von $U^{88+}$ . . .	28
2.11	Schematische Darstellung der Interferenz . . . . .	32
2.12	Linienform einer autoionisierenden Resonanz in Abhängigkeit vom Fano-Parameter . . . . .	33
2.13	Feynman-Diagramme für Selbstenergie und Vakuumpolarisation . .	37
2.14	Beiträge zur $1s$ -Lamb-Verschiebung in wasserstoffähnlichen Ionen. . .	38
2.15	Feynman Diagramme für Einelektronen-QED-Korrekturen der Ordnung $\alpha^2$ . . . . .	39
2.16	Fermi-Verteilung . . . . .	41
2.17	Änderung der Selbstenergie und der Vakuumpolarisation für verschiedene rms-Radien . . . . .	42
2.18	Feynman Diagramme für die Zweielektronen-Wechselwirkung . . .	45
2.19	Relative Beiträge zur $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ Lamb-Verschiebung in lithiumähnlichen Ionen . . . . .	46
3.1	Übersicht über den Beschleunigerkomplex der GSI. . . . .	50

3.2	Schematische Darstellung einer PR-Messung am Elektronenkühler eines Speicherrings. . . . .	52
3.3	Schematische Darstellung des ESR und der wichtigsten Komponenten. . . . .	55
3.4	Schottky-Spektrum für einen 320 MeV/u $U^{92+}$ -Ionenstrahl vor und nach der Elektronenkühlung. . . . .	58
3.5	Schematische Darstellung des ESR-Elektronenkühlers. . . . .	61
3.6	Modellrechnung für den magnetischen und den nichtmagnetischen Beitrag zur Kühlkraft. . . . .	67
3.7	Schwerpunktsenergie in Abhängigkeit von der Laborenergie bei einer Kühlenergie von $E_K = 50$ keV. . . . .	70
3.8	Schematische Darstellung einer Abfolge von Meß- und Kühlspannungen im Laborsystem. . . . .	71
3.9	Gemessener Ionenstrom für drei aufeinanderfolgende Stack von 97,3 MeV/u $Au^{76+}$ -Ionen. . . . .	73
3.10	Zeitlicher Verlauf der auf den angepaßten Ionenstrom normierten Umladezählrate für $Au^{76+}$ . . . . .	74
3.11	Typische Pulshöhenverteilung des Szintillationszählers . . . . .	75
3.12	Beispiel für ein Spektrum zur Kontrolle der Ansprechwahrscheinlichkeit im Verlauf der zeitlichen Entwicklung der normierten Umladerate. . . . .	76
3.13	Blockschaltbild der Elektronik zur Messung der PR am ESR. . . . .	78
4.1	Einfluß von transversaler Temperatur (links) und Resonanzenergie (rechts) auf die Linienform einer DR-Resonanz. . . . .	85
4.2	Energieverschiebung des Resonanzschwerpunkts durch die transversale Temperatur $k_B T_{\perp} = 120$ meV. . . . .	86
4.3	Winkelverteilung durch das Kühlermagnetfeld und Potentialverteilung der Driftröhren für den ESR Kühler entlang der Elektronenstrahlachse. . . . .	87
4.4	Verteilung der Schwerpunktsenergien bei einer Sollenergie von 10 eV. . . . .	89
4.5	Einfluß von Magnetfeld und Potentialverlauf der Driftröhre auf die Resonanzform. . . . .	90
4.6	Vergleich eines gemessenen PR-Spektrums von $Au^{76+}$ mit der Simulation. . . . .	91
4.7	Vergleich von analytisch gefalteter und Monte-Carlo-gefalteter Resonanz zur Bestimmung von $L_{eff}$ . . . . .	93
4.8	Beispiel für einen Fit zur Bestimmung von $L_{eff}$ . . . . .	94
4.9	Energieverschiebung durch den Einfluß von Potential- und Winkelverteilung. . . . .	95



4.10	Messungen zur DR der lithiumähnlichen Ionen $C^{3+}$ , $Si^{11+}$ und $Ni^{25+}$	102
4.11	Aufspaltung $2s_{1/2} - 2p_{1/2,3/2}$ und kleinste Hauptquantenzahl $n_{min}$ , in die der dielektronische Einfang erfolgen kann, in Abhängigkeit von der Kernladung $Z$ .	104
4.12	Übersichtsmessungen zur PR von $Au^{76+}$ , $Pb^{79+}$ und $U^{89+}$ .	106
4.13	Vergleich der DR-Messungen von $Au^{76+}$ und $U^{89+}$ vor und nach dem Umbau des ESR-Elektronenkühlers.	110
4.14	Messung der autoionisierenden Rydberg-Zustände $Au^{75+}(1s^2 2p_{1/2} n l_j)$ für $23 \leq n \leq 38$ (DR von $Pb^{76+}$ ).	112
4.15	Vergleich von experimentellen Ergebnissen und theoretischen Daten für die über den Zwischenzustand $U^{88+}(1s^2 2p_{1/2} 21 l_j)$ ablaufende DR	113
4.16	Theoretische Resonanzstärken der individuellen Zwischenzustände von $U^{88+}(1s^2 2p_{1/2} 21 l_j)$ .	113
4.17	Vergleich von Theorie und Experiment für die $Pb^{78+}(1s^2 2p_{1/2} 20 l_j)$ -Resonanz (DR von $Pb^{79+}$ ).	115
4.18	Vollrelativistische Theorie für die Autoionisationsraten, Fluoreszenzausbeuten und Resonanzstärken der $Pb^{78+}(1s^2 2p_{1/2} n l_j)$ -Resonanzen mit $20 \leq n \leq 25$ (DR von $Pb^{79+}$ ).	118
4.19	$E^{-1} \cdot n^{-3}$ -Skalierung des Wirkungsquerschnitts der autoionisierenden $Pb^{78+}(1s^2 2p_{1/2} n l_j)$ -Resonanzen (DR von $Pb^{79+}$ ). Vergleich von Experiment und Theorie.	119
4.20	Schematische Darstellung der Idee zur Bestimmung der Lamb-Verschiebung am Beispiel der DR von $Au^{76+}$ .	121
4.21	Residuen nach der Bestimmung der Lamb-Verschiebung in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl $n$ .	127
4.22	Häufigkeitsverteilung der Residuen nach der Bestimmung der Lamb-Verschiebung.	128
4.23	Korrektur der Relativenergie durch die Anpassungsparameter $a$ und $b$ .	131
4.24	Vergleich zwischen Experiment und Theorie für die autoionisierenden $Au^{75+}(1s^2 2p_{3/2} 6 l_j)$ -Resonanzen mit $j = 3/2, 5/2$ .	133
4.25	Vergleich zwischen Experiment und Theorie für die autoionisierenden $Pb^{78+}(1s^2 2p_{3/2} 6 l_j)$ -Resonanzen mit $j = 3/2 - 11/2$ .	134
4.26	Vergleich zwischen Experiment und Theorie für die autoionisierenden $U^{88+}(1s^2 2p_{3/2} n l_j)$ -Resonanzen mit $j = 5/2, 7/2, 9/2$ .	136
4.27	Einfluß der Breit-Wechselwirkung auf die $U^{88+}(1s^2 2p_{3/2} n l_{3/2})$ -Resonanzen	137
4.28	Natürliche Linienbreite der $U^{88+}(1s^2 2p_{3/2} n l_{3/2})$ -Resonanzen.	138
4.29	Einfluß des Kernradius auf die DR von $U^{89+}$ .	139

5.1	Schwerpunktenergie in Abhängigkeit von der Laborenergie (Driftrohrspannung) bei Kühlenergien von $E_K = 50$ keV, 25 keV, 12,5 keV. . . . .	142
-----	--	-----

# Tabellenverzeichnis

3.1	Betriebsdaten des ESR-Elektronenkühlers . . . . .	61
4.1	Fitparameter aus der Bestimmung von $L_{eff}(E)$ . . . . .	94
4.2	Ergebnisse für die Bestimmung der Lamb-Verschiebung in $Au^{76+}$ , $Pb^{79+}$ und $U^{89+}$ . . . . .	126
4.3	Vergleich der in dieser Arbeit bestimmten Werte für die Lamb- Verschiebung von $Au^{76+}$ , $Pb^{79+}$ und $U^{89+}$ mit anderen Experi- menten und mit ausgewählten QED-Rechnungen. . . . .	129



# Literaturverzeichnis

- [ACR84] G. Alber, J. Cooper und A. R. P. Rau, *Unified treatment of radiative and dielectronic recombination*, Phys. Rev. A **30**, 2845 (1984).
- [And90] L. H. Andersen, *Radiative recombination between fully stripped ions and free electrons*, Phys. Rev. A **42**, 1184 (1990).
- [App37] E. V. Appleton, *Regularities and irregularities in the ionosphere*, Proc. Roy. Soc. London **162**, 451 (1937).
- [ASY95] A. N. Artemyev, V. M. Shabaev und V. Yerokhin, *Relativistic nuclear recoil corrections to the energy levels of hydrogenlike and high-Z lithiumlike atoms in all orders in  $\alpha Z$* , Phys. Rev. A **52**, 1884 (1995).
- [BAE<sup>+</sup>99] T. Beier, A. N. Artemyev, J. Eichler et al., *QED in heavy few-electron ions*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **154**, 102 (1999).
- [Bar99] T. Bartsch, *Feldeffekte bei der Dielektronischen Rekombination*, Dissertation, Universität Gießen (1999).
- [BBC<sup>+</sup>95] S. Baird, J. Bosser, C. Carli et al., *Measurements of the lifetime of  $Pb^{52+}$ ,  $Pb^{53+}$  and  $Pb^{54+}$  beams at 4,2 MeV per nucleon subject to electron cooling*, Phys. Lett. B **361**, 184 (1995).
- [BDK<sup>+</sup>76] G. I. Budker, N. S. Dikansky, V. I. Kudelainen et al., *Experimental studies of electron cooling*, Part. Acc. **7**, 197 (1976).
- [Beh99] E. Behar, *Dielectronic recombination processes in highly ionized heavy elements*, Dissertation, The Hebrew University of Jerusalem (1999).
- [BGK98] W. Barth, J. Glatz und J. Klabunde, *High current transport and acceleration at the upgraded UNILAC*, in: *XIXth International Linear Accelerator Conference, Chicago, 23rd -28th August 1998* (1998).
- [BGP98] N. R. Badnell, T. W. Gorczyca und A. D. Price, *Importance of radiation damping for low-lying photorecombination resonances*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **31**, L239 (1998).

- [BJO<sup>+</sup>00] E. Behar, V. L. Jacobs, J. Oreg et al., *Measure for the effect of quantum interference between radiative and dielectronic recombination*, Phys. Rev. A **62**, 030501 (2000).
- [BJPS98] T. Beier, P. J. Mohr, H. Persson et al., *Influence of nuclear size on QED corrections in hydrogenlike heavy ions*, Phys. Rev. A **58**, 954 (1998).
- [BKM<sup>+</sup>93] P. Beiersdorfer, D. Knapp, R. E. Marss et al., *Structure and Lamb shift of  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$  levels in lithiumlike  $U^{89+}$  through neonlike  $U^{82+}$* , Phys. Rev. Lett. **71**, 3939 (1993).
- [BKP99] M. A. Bautista, T. R. Kallman und A. K. Pradhan (Hg.), *Atomic Data Needs for X-Ray Astronomy*, NASA Goddard Space Flight Center, 16 - 17 Dezember 1999, siehe <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/heasarc/atomic/> (1999).
- [BL98a] V. Blobel und E. Lohrmann, *Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse*, Teubner Studienbücher, Stuttgart, Leipzig (1998).
- [BL98b] L. Bureyeva und V. Lisitsa, *Polarization recombination as a new channel for recombination of free electrons on complex ions*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **31**, 1477 (1998).
- [Blu93] S. A. Blundell, *Calculations of the screened self-energy and vacuum polarization in Li-like, Na-like, and Cu-like ions*, Phys. Rev. A **47**, 1790 (1993).
- [Blu94] S. A. Blundell, *Screened QED effects in many-electron ions*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **87**, 198 (1994).
- [BM43] D. R. Bates und H. S. W. Massey, *The negative ions of atomic and molecular oxygen*, Philos. Trans. Roy. Soc. London **239**, 269 (1943).
- [BMP<sup>+</sup>97] T. Beier, P. J. Mohr, H. Persson et al., *Current status of Lamb shift predictions for heavy hydrogen-like ions*, Phys. Lett. A **236**, 329 (1997).
- [BMS<sup>+</sup>95] E. Behar, P. Mandelbaum, J. L. Schwob et al., *Dielectronic recombination of Ni-like ions through the  $3d^9 4\ell n'\ell'$  ( $n' = 4, 5$ ) Cu-like configurations*, Phys. Rev. A **52**, 3770 (1995).
- [BMS<sup>+</sup>97] T. Bartsch, A. Müller, W. Spies et al., *Field enhanced dielectronic recombination of  $Si^{11+}$  ions*, Phys. Rev. Lett. **79**, 2233 (1997).

- [BOE<sup>+</sup>95] P. Beiersdorfer, A. Osterheld, S. R. Elliott et al., *Structure and Lamb shift of  $2s_{1/2}-2p_{3/2}$  levels of lithiumlike  $Th^{87+}$  through neonlike  $Th^{80+}$* , Phys. Rev. A **52**, 2693 (1995).
- [Bos95] J. Bosser, *Electron cooling*, in: *Advanced accelerator physics course, Rhodes, Greece, 20 Sep - 1 Oct 1993*, (Hg. S. Turner), S. 673 ff., CERN 95-06, Genf (1995).
- [BOS<sup>+</sup>98] P. Beiersdorfer, A. Osterheld, J. H. Scofield et al., *Measurement of QED and hyperfine splitting in the  $2s_{1/2} - 2p_{3/2}$  X-ray transition in Li-like  $^{209}Bi^{80+}$* , Phys. Rev. Lett. **80**, 3022 (1998).
- [Bou95] D. Boussard, *Schottky noise and beam transfer function diagnostics*, in: *Advanced accelerator physics course, Rhodes, Greece, 20 Sep - 1 Oct 1993*, (Hg. S. Turner), S. 749 ff., CERN 95-06, Genf (1995).
- [BP89] N. R. Badnell und M. S. Pindzola, *Intermediate-coupling calculations for the dielectronic recombination of B-like ions*, Phys. Rev. A **39**, 1685 (1989).
- [BP91] N. R. Badnell und M. S. Pindzola, *Dielectronic recombination of  $Bi^{80+}$  and  $Bi^{82+}$* , Phys. Rev. A **43**, 570 (1991).
- [BP92] N. R. Badnell und M. S. Pindzola, *Unified dielectronic and radiative recombination cross sections for  $U^{90+}$* , Phys. Rev. A **45**, 2820 (1992).
- [BPS97] T. Beier, G. Plunien und G. Soff, *The influence of nuclear structure on the Lamb shift in hydrogenlike heavy atoms*, Hyp. Interactions **108**, 19 (1997).
- [BR97] R. Brun und F. Rademakers, *ROOT - An object oriented data analysis framework*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **A389**, 81 (1997), siehe auch <http://root.cern.ch>.
- [Bra99] S. Brandt, *Datenanalyse*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, 4. Aufl. (1999).
- [Bre29] G. Breit, *The effect of retardation on the interaction of two electrons*, Phys. Rev. **34**, 553 (1929).
- [Bre30] G. Breit, *The fine structure of He as a test of the spin interactions of two electrons*, Phys. Rev. **36**, 383 (1930).
- [BS57] H. A. Bethe und E. E. Salpeter, *Quantum mechanics of one- and two-electron atoms*, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg (1957).

- [BS78] G. I. Budker und A. N. Skrinskii, *Electron cooling and new possibilities in elementary particle physics*, Sov. Phys.–Uspeki **21**, 277 (1978).
- [BS85] R. H. Bell und M. J. Seaton, *Dielectronic recombination: I. General theory*, J. Phys. B: At. Mol. Phys. **18**, 1589 (1985).
- [BSH<sup>+</sup>99] P. Bosselmann, U. Staude, D. Horn et al., *Measurement of  $2s^2S_{1/2} - 2p^2P_{1/2,3/2}$  transitions in lithiumlike heavy ions. II. Experimental results for  $Ag^{44+}$  and discussion along the isoelectronic series.*, Phys. Rev. A **59**, 1874 (1999).
- [BSM<sup>+</sup>99] T. Bartsch, S. Schippers, A. Müller et al., *Experimental evidence for magnetic field effects on dielectronic recombination via high Rydberg states*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3779 (1999).
- [BTB<sup>+</sup>98] C. Brandau, T. Bartsch, K. Beckert et al., *Recombination of highly charged ions with free electrons at the ESR*, GSI Scientific Report S. 89 (1998).
- [Bud67] G. I. Budker, *An effective method of damping particle oscillations in proton and antiproton storage rings*, Sov. J. Atom. Energy **22**, 438 (1967).
- [Bur64a] A. Burgess, *Dielectronic recombination and the temperature of the solar corona*, Astrophys. J. **139**, 776 (1964).
- [Bur64b] A. Burgess, *Tables of hydrogenic photoionization cross-sections and recombination coefficients*, Mem. Roy. Astron. Soc. **69**, 1 (1964).
- [CCJS95] M. H. Chen, K. T. Cheng, W. R. Johnson et al., *Relativistic configuration-interaction calculations for the  $n = 2$  states of lithiumlike ions*, Phys. Rev. A **52**, 266 (1995).
- [Che88] M. H. Chen, *Effects of relativity and configuration interaction on dielectronic recombination of hydrogenlike ions*, Phys. Rev. A **38**, 3280 (1988).
- [Che89] M. H. Chen, *Effects of relativity and configuration interaction on L-shell Auger and radiative decays of the doubly excited  $3l3l'$  states of sodium ions*, Phys. Rev. A **40**, 2365 (1989).
- [Che92] M. H. Chen, *Relativistic dielectronic recombination theory*, in: *Recombination of atomic ions*, (Hg. W. Graham, W. Fritsch, Y. Hahn et al.), S. 61 ff, Plenum Press, New York (1992).



- [CKD79] K. T. Cheng, Y.-K. Kim und J. P. Desclaux, *Electric dipole, quadrupole and magnetic dipole transition probabilities of ions isoelectronic to the first-row atoms Li through*, *At. Data Nucl. Data Tables* **24**, 111 (1979).
- [Dan93a] H. Danared, *Electron cooling at CRYRING*, *Phys. Scripta* **48**, 405 (1993).
- [Dan93b] H. Danared, *Fast electron cooling with a magnetically expanded electron beam*, *Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res.* **A335**, 397 (1993).
- [DGJ+89] K. G. Dyall, I. P. Grant, C. T. Johnson et al., *GRASP: a general-purpose relativistic atomic structure program*, *Comp. Phys. Comm.* **55**, 425 (1989).
- [EBC96] S. R. Elliott, P. Beiersdorfer und M. H. Chen, *Trapped-ion technique for measuring the nuclear charge radii of highly charged radioactive isotopes*, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1031 (1996).
- [EBC+98] S. R. Elliott, P. Beiersdorfer, M. H. Chen et al., *Measurements of the differences in the nuclear charge radii among uranium isotopes*, *Phys. Rev. C* **57**, 583 (1998).
- [ES99] J. Eichler und T. Stöhlker, *Relativistic ion-atom collisions*, in: *Atomic physics with heavy ions*, (Hg. H. Beyer und V. Shevelko), S. 249 ff., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1999).
- [Fan61] U. Fano, *Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts*, *Phys. Rev.* **124**, 1866 (1961).
- [FBB+97] B. Franzke, K. Beckert, W. Bourgeois et al., *ESR status and operation*, in: *GSI Scientific Report 1996*, S. 163, GSI 97-1 (1997).
- [FBS+00] D. Feili, P. Bosselmann, K.-H. Schartner et al., *Measurement of  $2s^2S_{1/2} - 2p^2P_{1/2,3/2}$  transitions in lithiumlike heavy ions. III. Experimental results for  $Sn^{44+}$  and  $Xe^{51+}$* , *Phys. Rev. A* **62**, 022501 (2000).
- [FC65] U. Fano und J. W. Cooper, *Line profiles in the far-uv absorption spectra of the rare gases*, *Phys. Rev.* **137**, A1364 (1965).
- [Fla96] M. R. Flannery, *Electron-ion and ion-ion recombination*, in: *Atomic, Molecular & Optical Physics Handbook*, (Hg. G. W. Drake), S. 605 ff., AIP Press, Woodbury (1996).

- [Fra87] B. Franzke, *The heavy ion storage and cooler ring project at GSI*, Nucl. Inst. & Meth. **B 24/25**, 18 (1987).
- [FS91] T. Franosch und G. Soff, *The influence of the nuclear shape and of the muonic vacuum polarization on strongly bound electrons*, Z. Phys. D **18**, 219 (1991).
- [GAB<sup>+</sup>92] H. Geissel, P. Armbruster, K. Behr et al., *The GSI projectile fragment separator (FRS): a versatile magnetic system for relativistic heavy ions*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **B70**, 286 (1992).
- [Gal94] T. F. Gallagher, *Rydberg atoms*, Cambridge University Press, Cambridge (1994).
- [Gal96] T. F. Gallagher, *Rydberg atoms*, in: *Atomic, molecular & optical physics handbook*, (Hg. G. W. F. Drake), S. 184 ff., AIP Press, Woodbury, NY (1996).
- [Gau30] J. A. Gaunt, *Continuous absorption*, Philos. Trans. Roy. Soc. London **229**, 163 (1930).
- [GBF<sup>+</sup>89] A. Gruber, W. Bourgeois, B. Franzke et al., *Internal gas-jet target for ESR at GSI*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **A282**, 87 (1989).
- [GHB<sup>+</sup>00] G. Gwinner, A. Hoffknecht, T. Bartsch et al., *Influence of magnetic fields on electron-ion recombination at very low energies*, Phys. Rev. Lett. **84**, 4822 (2000).
- [GPRB97] T. W. Gorczyca, M. S. Pindzola, F. Robicheaux et al., *Strong interference effects in the  $e^- + Sc^{3+}$  recombination cross section*, Phys. Rev. A **56**, 4742 (1997).
- [GR95] W. Greiner und J. Reinhardt, *Quantenelektrodynamik*, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 2. Aufl. (1995).
- [Gro98] L. Groening, *Untersuchungen zur Elektronenkühlung und Rekombination hochgeladener Ionen am Schwerionen-Synchrotron SIS*, Dissertation, Universität Heidelberg (1998).
- [GSZ<sup>+</sup>97] H. Gao, R. Schuch, W. Zong et al., *Energy and charge dependence of the rate of electron - ion recombination in cold magnetized plasmas*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **30**, L499 (1997).
- [GW64] M. L. Goldberger und K. M. Watson, *Collision theory*, John Wiley & Sons, New York (1964).

- [Gwi00] G. Gwinner (2000), private Mitteilung.
- [Hah85] Y. Hahn, *Theory of dielectronic recombination*, Adv. At. Mol. Phys. **21**, 124 (1985).
- [Hah97] Y. Hahn, *Electron-ion recombination processes - an overview*, Rep. Progr. Phys. **60**, 691 (1997).
- [HBB<sup>+</sup>01] A. Hoffknecht, C. Brandau, T. Bartsch et al., *Recombination of bare Bi<sup>83+</sup> ions with electrons* (2001), phys. Rev. A, im Druck.
- [HJ89] S. L. Haan und V. L. Jacobs, *Projection-operator approach to the unified treatment of radiative and dielectronic recombination*, Phys. Rev. A **40**, 80 (1989).
- [HK94] Y. Hahn und P. Krstic, *Field-enhanced radiative recombination at low energies*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **27**, L509 (1994).
- [HL88] Y. Hahn und K. J. LaGattuta, *Dielectronic recombination and related resonance processes*, Phys. Rep. **166**, 195 (1988).
- [Hof99] A. Hoffknecht, *Rekombination hochgeladener Ionen mit freien Elektronen bei niedrigen Energien*, Dissertation, Universität Gießen (1999).
- [Hor92] H. Horneff (1992), patentschrift DE 4040164 C2, Deutsches Patentamt.
- [HUS<sup>+</sup>98] A. Hoffknecht, O. Uwira, S. Schennach et al., *Recombination of Au<sup>25+</sup> with free electrons at very low energies*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **31**, 2415 (1998).
- [ID90] P. Indelicato und J. P. Desclaux, *Multiconfiguration Dirac-Fock calculations of transition energies with QED corrections in three electron ions*, Phys. Rev. A **42**, 5139 (1990).
- [IE00] A. Ichihara und J. Eichler, *Cross sections for radiative recombination and the phototeletric effect in the K, L and M shells of one-electron systems with  $1 \leq Z \leq 112$  calculated within an exact relativistic description*, At. Data. Nucl. Data Tables **74**, 1 (2000).
- [Ind99] P. Indelicato, *Electron correlation effects in few-electron atoms*, in: *Atomic physics with heavy ions*, (Hg. H. F. Beyer und V. P. Shevelko), S. 92 ff., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1999).

- [ISE94] A. Ichihara, T. Shirai und J. Eichler, *Radiative electron capture in relativistic atomic collisions*, Phys. Rev. A **49**, 1875 (1994).
- [Jac82] J. D. Jackson, *Klassische Elektrodynamik*, deGruyter Verlag, Berlin, New York, 2. Aufl. (1982).
- [JBB<sup>+</sup>90] E. Jaeschke, G. Bisoffi, M. Blum et al., *First electron cooling of heavy ions at the new Heidelberg storage ring TSR*, Part. Acc. **32**, 97 (1990).
- [JS85] W. R. Johnson und G. Soff, *The Lamb shift in hydrogen-like atoms,  $1 \leq Z \leq 110$* , At. Data Nucl. Data Tables **33**, 405 (1985).
- [KB88] K. R. Karim und C. P. Bhalla, *Dielectronic-recombination rate coefficients of hydrogenlike ions in high-temperature low-density plasmas*, Phys. Rev. A **37**, 2599 (1988).
- [KBC<sup>+</sup>95] D. A. Knapp, P. Beiersdorfer, M. H. Chen et al., *Observation of interference between dielectronic recombination and radiative recombination in highly charged uranium ions*, Phys. Rev. Lett. **74**, 54 (1995).
- [KBD<sup>+</sup>92] O. Klepper, F. Bosch, H. W. Daues et al., *First steps towards radioactive beams in the experimental storage ring at GSI*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **B70**, 427 (1992).
- [KBE<sup>+</sup>94] I. Klaft, S. Borneis, T. Engel et al., *Precision laser spectroscopy of the ground state hyperfine splitting of hydrogenlike  $^{209}\text{Bi}^{82+}$* , Phys. Rev. Lett. **73**, 2425 (1994).
- [KBID91] Y.-K. Kim, D. H. Baik, P. Indelicato et al., *Resonance transition energies of Li-, Na-, and Cu-like ions*, Phys. Rev. A **44**, 148 (1991).
- [KBM<sup>+</sup>00] S. Kieslich, S. Böhm, A. Müller et al., *Photorecombination of lithiumlike  $\text{Sc}^{18+}$  at threshold: a challenge for atomic structure theory* (2000), zur Veröffentlichung vorgesehen.
- [KHS<sup>+</sup>92] G. Kilgus, D. Habs, D. Schwalm et al., *High-resolution measurement of dielectronic recombination of lithiumlike  $\text{Cu}^{26+}$* , Phys. Rev. A **46**, 5730 (1992).
- [Kim97] Y.-K. Kim, *Strengths and weaknesses of relativistic atomic structure calculations*, Phys. Script. T **73**, 19 (1997).
- [KLM<sup>+</sup>82] V. I. Kudelainen, V. A. Lebedev, I. N. Meshkov et al., *Temperature relaxation in a magnetised electron beam*, Sov. Phys.–JETP **56**, 1191 (1982).

- [KLNS92] V. V. Karasiov, L. N. Labzowsky, A. V. Nefiodov et al., *Overlapping resonances in the process of recombination of an electron with hydrogenlike uranium*, Phys. Lett. A **161**, 453 (1992).
- [Kna95] D. A. Knapp, *The use of electron beam ion traps in the study of highly charged ions*, in: *Physics with multiply charged ions*, (Hg. D. Liesen), S. 143 ff., Plenum Press, New York (1995).
- [KP83] Y. S. Kim und R. H. Pratt, *Direct radiative recombination of electrons with atomic ions: cross sections and rate coefficients*, Phys. Rev. A **27**, 2913 (1983).
- [Kra23] H. A. Kramers, *Theory of X-ray absorption and of the continuous X-ray spectrum*, Phil. Mag. **46**, 836 (1923).
- [Lar95] M. Larsson, *Atomic and molecular physics with ion storage rings*, Rep. Progr. Phys. **58**, 1267 (1995).
- [LH85] K. LaGattuta und Y. Hahn, *Comparison of the isolated-resonance approximation and multichannel quantum-defect theory for dielectronic recombination*, Phys. Rev. A **31**, 1415 (1985).
- [LN94] L. N. Labzowsky und A. V. Nefiodov, *Radiative interference effects in the dielectronic-recombination process of an electron with hydrogenlike uranium*, Phys. Rev. A **49**, 236 (1994).
- [LPSL95] I. Lindgren, H. Persson, S. Salomonson et al., *Full QED calculations of two-photon exchange for heliumlike-systems: analysis in the Coulomb and Feynman gauges*, Phys. Rev. A **51**, 1167 (1995).
- [LR47] W. E. Lamb und R. C. Retherford, *Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method*, Phys. Rev. **72**, 241 (1947).
- [LWH<sup>+</sup>96] A. Lambert, A. Wolf, D. Habs et al., *High-resolution measurement of the dielectronic recombination of fluorinelike selenium ions*, Phys. Rev. A **53**, 1413 (1996).
- [MB43] H. S. W. Massey und D. R. Bates, *The negative ions of atomic and molecular oxygen*, Rep. Progr. Phys. **9**, 62 (1942-43).
- [MBD<sup>+</sup>87] A. Müller, D. S. Belić, D. B. DePaola et al., *Experimental measurements of field effects on dielectronic recombination cross sections and Rydberg product-state distributions*, Phys. Rev. A **36**, 599 (1987).

- [MdE<sup>+</sup>98] S. Mannervik, D. deWitt, L. Engström et al., *Strong relativistic effects and natural linewidths observed in dielectronic recombination of lithiumlike carbon*, Phys. Rev. Lett. **81**, 313 (1998).
- [MH91] D. J. McLaughlin und Y. Hahn, *Scaling behaviour of radiative recombination cross sections and rate coefficients*, Phys. Rev. A **43**, 1313 (1991).
- [Mil24] E. A. Milne, *Statistical equilibrium in relation to the photoelectric effect and its application to the determination of absorption coefficients*, Phil. Mag. **47**, 209 (1924).
- [MJ71] J. B. Mann und W. R. Johnson, *Breit interaction in multielectron atoms*, Phys. Rev. A **4**, 41 (1971).
- [MPR<sup>+</sup>98] D. M. Mitnik, M. S. Pindzola, F. Robicheaux et al., *Dielectronic recombination of  $U^{28+}$  atomic ions*, Phys. Rev. A **57**, 4365 (1998).
- [MPS98] P. J. Mohr, G. Plunien und G. Soff, *QED corrections in heavy atoms*, Phys. Rep. **293**, 227 (1998).
- [MS96] P. H. Mokler und T. Stöhlker, *The physics of highly-charged heavy ions revealed by storage/cooler rings*, Adv. Atom. Nucl. and Opt. Phys. **37**, 297 (1996).
- [MSB00] D. M. Mitnik, M. S. Pindzola und N. R. Badnell, *Dielectronic recombination of  $Pb^{79+}$  atomic ions at high spectral resolution*, Phys. Rev. A **61**, 022705 (2000).
- [MSM<sup>+</sup>91] A. Müller, S. Schennach, M. Wagner et al., *Recombination of free electrons with ions*, Phys. Scr. T **37**, 62 (1991).
- [Mül94] A. Müller, *Atomic physics experiments at ion storage rings*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **B87**, 34 (1994).
- [Mül99a] A. Müller, *Electron-impact ionization and recombination of highly charged ions*, in: *Atomic physics with heavy ions*, (Hg. H. Beyer und V. P. Shevelko), S. 272 ff., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1999).
- [Mül99b] A. Müller, *New light on electron-ion collisions from heavy-ion storage ring experiments*, Philos. Trans. Roy. Soc. London **A357**, 1279 (1999).
- [MW97] A. Müller und A. Wolf, *Heavy ion storage rings*, in: *Accelerator-based atomic physics techniques and applications*, (Hg. J. C. Austin und S. M. Shafroth), S. 147, AIP Press, Woodbury (1997).

- [NC84] M. H. Nayfeh und C. W. Clark (Hg.), *Atomic excitation and recombination in external fields*, Gordon and Breach Science Publishers, New York, London, Paris, Montreux, Tokyo (1984).
- [Nil87] J. Nilsen, *Dielectronic satellite spectra for hydrogen-like ions*, At. Data Nucl. Data Tables **37**, 191 (1987).
- [OGK<sup>+</sup>91] J. Oreg, W. H. Goldstein, M. Klapisch et al., *Autoionization and radiationless electron capture in complex spectra*, Phys. Rev. A **44**, 1750 (1991).
- [OM94] C. A. Ordonez und M. I. Molina, *Stopping power theory for screened Coulomb binary collisions in a nondegenerate plasma*, Phys. Rev. Lett. **70**, 2407 (1994).
- [Opp28] J. R. Oppenheimer, *On the quantum theory of the capture of electrons*, Phys. Rev. **31**, 349 (1928).
- [PB90] M. S. Pindzola und N. R. Badnell, *Dielectronic capture process in highly charged uranium ions*, Phys. Rev. A **42**, 6526 (1990).
- [PBG92a] M. S. Pindzola, N. R. Badnell und D. C. Griffin, *Dielectronic recombination between hyperfine levels of the ground state of Bi<sup>82+</sup>*, Phys. Rev. A **45**, R7659 (1992).
- [PBG92b] M. S. Pindzola, N. R. Badnell und D. C. Griffin, *Validity of the independent-processes and isolated-resonance approximations for electron-ion recombination*, Phys. Rev. A **46**, 5725 (1992).
- [PBMS98] A. Peleg, E. Behar, P. Mandelbaum et al., *Total dielectronic rate coefficient for Ar-like tungsten*, Phys. Rev. A **57**, 1493 (1998).
- [PLSS93] H. Persson, I. Lindgren, S. Salomonson et al., *Accurate vacuum-polarisation calculations*, Phys. Rev. A **48**, 2772 (1993).
- [Pot90] H. Poth, *Electron cooling: theory, experiment, application*, Phys. Rep. **196**, 135 (1990).
- [PR97] M. Pajek und R. Schuch, *Three-body recombination of ions with electrons in cooler-storage rings*, Hyp.Int. **108**, 185 (1997).
- [PRB<sup>+</sup>95] M. S. Pindzola, F. J. Robicheaux, N. R. Badnell et al., *Photorecombination of highly charged uranium ions*, Phys. Rev. A **52**, 420 (1995).
- [PS92] M. Pajek und R. Schuch, *Radiative recombination of bare ions with low-energy free electrons*, Phys. Rev. A **45**, 7894 (1992).

- [PS95] G. Plunien und G. Soff, *Nuclear-polarization contribution to the Lamb shift in actinide nuclei*, Phys. Rev. A **51**, 1119 (1995).
- [PS96] G. Plunien und G. Soff, *Erratum: nuclear-polarization contribution to the Lamb shift in actinide nuclei*, Phys. Rev. A **53**, 4614 (1996).
- [PS99] G. Plunien und G. Soff, *Quantum electrodynamics of highly charged ions*, in: *Atomic physics with heavy ions*, (Hg. H. F. Beyer und V. P. Shevelko), S. 63 ff., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1999).
- [PSG<sup>+</sup>96] S. Pastuszka, U. Schramm, M. Grieser et al., *Electron cooling and recombination experiments with an adiabatically expanded electron beam*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **A369**, 11 (1996).
- [PZ97] A. K. Pradhan und H. L. Zhang, *Radiation damping of autoionizing resonances*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **30**, L571 (1997).
- [Ree90] H. Reeg, *Strahltransformatoren in TK, SIS und ESR* (1990), funktionsbeschreibung zum internen Gebrauch an der GSI.
- [Rei94] M. Reiser, *Theory and design of charged particle beams*, John Wiley & Sons, New York (1994).
- [RGPB95] F. Robicheaux, T. W. Gorczyca, M. S. Pindzola et al., *Inclusion of radiation damping in the close-coupling equations for electron-atom scattering*, Phys. Rev. A **52**, 1319 (1995).
- [Rom88] C. J. Romanik, *The dielectronic recombination rate coefficient for ions in the He, Li, Be and Ne isoelectronic sequences*, Astroph. J. **330**, 1022 (1988).
- [Sak91] K. Sakimoto, *Overlapping resonances in dielectronic recombination of highly charged ions*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **24**, 3049 (1991).
- [SBB<sup>+</sup>91] J. Schweppe, A. Belkacem, L. Blumenfeld et al., *Measurement of the Lamb Shift in Lithiumlike Uranium ( $U^{89+}$ )*, Phys. Rev. Lett. **66**, 1434 (1991).
- [SBB<sup>+</sup>98] S. Schippers, T. Bartsch, C. Brandau et al., *Photorecombination of  $Ti^{4+}$  ions: search for interference effects, recombination at low energies and rate coefficient in plasmas*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **31**, 4873 (1998).



- [SBB<sup>+</sup>99a] D. W. Savin, N. R. Badnell, T. Bartsch et al., *Modeling X-ray photoionized plasmas: ion storage ring measurements of low temperature dielectronic recombination rate coefficients for L-shell iron*, in: *Atomic Data Needs for X-Ray Astronomy*, (Hg. M. A. Bautista, T. R. Kallman und A. K. Pradhan), S. 143, NASA Goddard Space Flight Center, 16 - 17 Dezember 1999, siehe <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/heasarc/atomic/> (1999).
- [SBB<sup>+</sup>99b] S. Schippers, T. Bartsch, C. Brandau et al., *Experimental search for interference effects in the total  $e^- + Sc^{3+}$  recombination rate*, Phys. Rev. A **59**, 3092 (1999).
- [SBB<sup>+</sup>00a] S. Schippers, T. Bartsch, C. Brandau et al., *Dielectronic recombination of lithium-like  $Ni^{25+}$  ions – high resolution rate coefficients and influence of external crossed  $\vec{E}$  and  $\vec{B}$  fields*, Phys. Rev. A **62**, 022708 (2000).
- [SBB<sup>+</sup>00b] W. Shi, T. Bartsch, S. Böhm et al., *Dielectronic recombination and spectroscopy of the heaviest Li-like ions*, in: *Proceedings of the 10th International Conference on the Physics of Highly Charged Ions, Jul 30 - Aug 3, 2000, Berkeley, USA*, eingereicht bei Phys. Scr. (2000).
- [SBB<sup>+</sup>00c] W. Shi, S. Böhm, C. Böhme et al., *Recombination of  $U^{92+}$  ions with electrons* (2000), zur Veröffentlichung vorgesehen.
- [SBB<sup>+</sup>00d] M. Steck, K. Beckert, P. Beller et al., *Deceleration of highly charged ions at the ESR*, in: *7th European Particle Accelerator Conference (EPAC2000)*, S. 587, 26th – 30th Jun, Vienna, Austria (2000).
- [SBD75] J. Stevefelt, J. Boulmer und J.-F. Delpech, *Collisional-radiative recombination in cold plasmas*, Phys. Rev. A **12**, 1246 (1975).
- [SBE<sup>+</sup>96] M. Steck, K. Beckert, H. Eickhoff et al., *Anomalous temperature reduction of electron-cooled heavy ion beams in the storage ring ESR*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3803 (1996).
- [SBF<sup>+</sup>99] M. Steck, K. Blasche, B. Franczak et al., *Electron cooling assisted beam accumulation in the synchrotron SIS*, in: *GSI Scientific Report 1998*, S. 155, GSI 99-1 (1999).
- [SBG<sup>+</sup>98] G. Soff, T. Beier, M. Greiner et al., *Quantum electrodynamics of strong fields: status and perspectives*, Adv. Quant. Chem. **20**, 125 (1998).

- [Sch91] U. Schaaf, *Schottky-Diagnose und BTF-Messungen an gekühlten Strahlen im Schwerionen-Speicherring ESR*, Dissertation, Universität Frankfurt (1991).
- [Sch00] S. Schippers, *HYDROCAL: Compilation of hydrogenic atomic structure calculations* (2000), version 5.0, unveröffentlicht.
- [Sea83] M. J. Seaton, *Quantum defect theory*, Rep. Progr. Phys. **46**, 167 (1983).
- [SHM<sup>+</sup>00] S. Schippers, A. Hoffknecht, A. Müller et al., *Storage ring measurements of radiative electron-ion recombination: a precision study of  $Cl^{17+}$*  (2000), zur Veröffentlichung vorgesehen.
- [SKL<sup>+</sup>99] D. W. Savin, S. M. Kahn, J. Linkemann et al., *Dielectronic recombination in photoionized gas. II. Laboratory measurements for Fe XVIII and Fe XIX*, Astrophys. J. Suppl. Ser. **123**, 687 (1999).
- [SKM<sup>+</sup>95] T. Stöhlker, C. Kozhuharov, P. H. Mokler et al., *Radiative electron capture studied in relativistic heavy-ion atom collisions*, Phys. Rev. A **51**, 2098 (1995).
- [SLS<sup>+</sup>99] A. A. Saghiri, J. Linkemann, M. Schmitt et al., *Dielectronic recombination of ground-state and metastable  $Li^+$  ions*, Phys. Rev. A **60**, R3350 (1999).
- [SM30] E. C. G. Stueckelberg und P. M. Morse, *Computation of the effective cross section for the recombination of electrons with hydrogen ions*, Phys. Rev. **36**, 16 (1930).
- [SML<sup>+</sup>92] W. Spies, A. Müller, J. Linkemann et al., *Dielectronic and radiative recombination of lithiumlike gold*, Phys. Rev. Lett. **69**, 2768 (1992).
- [SMP<sup>+</sup>98] J. P. Santos, J. P. Marques, F. Parente et al., *Multiconfiguration Dirac-Fock calculations of  $2s_{1/2}$ - $2p_{3/2}$  transition energies in highly ionized bismuth, thorium and uranium*, Eur. Phys. J. D **1**, 1 (1998).
- [SMU<sup>+</sup>97] W. Spies, A. Müller, O. Uwira et al., *Recombination of lithium-like bismuth and uranium ions with free electrons at the ESR*, Hyp. Interact. **108**, 155 (1997).
- [Sob92] I. I. Sobelman, *Atomic Spectra and Radiative Transitions*, Springer Series on Atoms and Plasmas, Springer Verlag, 2. Aufl. (1992).
- [Spi95] W. Spies, *Rekombination schwerer lithiumartiger Ionen mit freien Elektronen*, Dissertation, Universität Gießen (1995).

- [Spr99] Q. Spreiter, *Radiative Rekombination hochgeladener Ionen in magnetisierten Elektronenplasmen*, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg (1999).
- [SS76] M. J. Seaton und P. J. Storey, *Di-electronic recombination*, in: *Atomic processes and applications*, (Hg. P. Burke und B. Moiseiwitsch), S. 135 ff., North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1976).
- [SSSLU99] D. H. G. Schneider, J. Steiger, T. Schenkel et al., *Physics at the electron beam ion trap*, in: *Atomic physics with heavy ions*, (Hg. H. F. Beyer und V. P. Shevelko), S. 30 ff., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1999).
- [ST98] Q. Spreiter und C. Toepffer, *Molecular dynamics simulations on density enhancement near ions at rest in electron plasmas*, Hyp. Interact. **114**, 245 (1998).
- [ST00] Q. Spreiter und C. Toepffer, *A screening model for density enhancement near ions at rest in magnetized electron plasmas*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **33**, 2347 (2000).
- [Ste88] R. Stensgaard, *ASTRID - The Aarhus storage ring*, Phys. Scripta **T 22**, 315 (1988).
- [Ste91] H. J. Stelzer, *Multiwire chambers with a two-stage gas amplification*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **A310**, 103 (1991).
- [Ste97a] M. Steck (1997), gSI-Workshop on New Projects for Atomic Physics at GSI, 21.-22. Juli 1997.
- [Ste97b] M. Steck, *Diagnostic methods to detect the properties of cooled heavy ion beams in storage rings*, Nucl. Phys. **A626**, 473c (1997).
- [Ste00a] M. Steck (2000), private Mitteilung.
- [Ste00b] T. Steih (2000), private Mitteilung.
- [Sto30] M. Stobbe, *Zur Quantenmechanik photoelektrischer Prozesse*, Ann. Physik **7**, 661 (1930).
- [Stö98] T. Stöhlker, *Atomphysik sehr starker Zentralfelder: Die Röntgenstrahlung der schwersten Ein- und Zwei-Elektronensysteme*, Habilitationsschrift, Universität Frankfurt (1998).
- [STR<sup>+</sup>98] T. Stöhlker, T. Ludziejewski, H. Reich et al., *Charge-exchange cross section and beam lifetimes for stored and decelerated bare uranium ions*, Phys. Rev. A **58**, 2043 (1998).

- [SUM<sup>+</sup>95] W. Spies, O. Uwira, A. Müller et al., *Towards a precision spectroscopy of very highly charged ions by employing dielectronic recombination*, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. **B98**, 158 (1995).
- [TB99] J. Trost und J. Burgdörfer, *Strahlende Rekombination im Magnetfeld*, Verhandl. DPG (VI) **34**, 257 (1999).
- [TEP<sup>+</sup>00] M. Tokman, N. Eklöv, P. Glans et al., *Dielectronic recombination resonances in  $F^{6+}$*  (2000), zur Veröffentlichung vorgesehen.
- [TGL<sup>+</sup>99] M. Tokman, P. Glans, E. Lindroth et al., *QED effects in Cu-like recombination resonances near threshold*, in: *Manne Siegbahn Laboratory Annual Report*, S. 78, Stockholm (1999).
- [Ueh35] E. A. Uehling, *Polarisation effects in the positron theory*, Phys. Rev. **48**, 55 (1935).
- [UML<sup>+</sup>97] O. Uwira, A. Müller, J. Linkemann et al., *Recombination measurements at low energies with  $Au^{49+,50+,51+}$  at the TSR*, Hyp. Interact. **108**, 149 (1997).
- [UMS<sup>+</sup>97] O. Uwira, A. Müller, W. Spies et al., *Recombination measurements at low energies with  $Ar^{16+}$  and  $Ar^{18+}$  ions in a dense, cold electron target*, Hyp. Interact. **108**, 167 (1997).
- [VKD<sup>+</sup>00] C. R. Vane, H. F. Krause, S. Datz et al., *Radiative electron capture at ultrarelativistic energies: 33-TeV  $Pb^{82+}$  ions*, Phys. Rev. A **62**, 010701(R) (2000).
- [Wil96] K. Wille, *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*, Teubner-Verlag, Stuttgart, 2. Aufl. (1996).
- [Win96a] T. Winkler (1996), private Mitteilung.
- [Win96b] T. Winkler, *Untersuchungen zur Elektronenkühlung hochgeladener schwerer Ionen*, Dissertation, Universität Heidelberg (1996).
- [WKM99] J.-G. Wang, T. Kato und I. Murakami, *Validity of the  $n^{-3}$  scaling law in dielectronic recombination processes*, Phys. Rev. A **60**, 2104 (1999).
- [Wol86] A. Wolf, *Elektronenkühlung für niederenergetische Antiprotonen*, Dissertation, Universität Karlsruhe (1986).
- [YAB<sup>+</sup>99] V. A. Yerokhin, A. N. Artemyev, T. Beier et al., *Two-electron self-energy corrections to the  $2p_{1/2} - 2s$  transition energy in Li-like ions*, Phys. Rev. A **60**, 3522 (1999).

- [YAS<sup>+</sup>00] V. A. Yerokhin, A. N. Artemyev, V. M. Shabaev et al., *Two-photon exchange corrections to the  $2p_{1/2} - 2s$  transition energies in Li-like High-Z ions*, Phys. Rev. Lett. **85**, 4699 (2000).
- [YJL<sup>+</sup>94] A. Ynnerman, J. James, I. Lindgren et al., *Many-body calculations of the  $2p_{1/2,3/2} - 2s_{1/2}$  transition energy in Li-like  $^{238}\text{U}$* , Phys. Rev. A **50**, 4671 (1994).
- [ZGS90] P. Zimmerer, N. Grün und W. Scheid, *Auger rates for dielectronic recombination cross sections with highly charged relativistic heavy ions*, Phys. Lett. **148**, 457 (1990).
- [ZGS91] P. Zimmerer, N. Grün und W. Scheid, *Scaling of relativistic Auger rates with Z for ions with two electrons*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **24**, 2633 (1991).
- [ZGS97] M. Zimmermann, N. Grün und W. Scheid, *Photo recombination on highly charged few-electron uranium ions*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **30**, 5259 (1997).
- [ZH98] E. Zerrad und Y. Hahn, *Radiative recombination at low energies*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **59**, 637 (1998).
- [Zim92] P. Zimmerer, *Relativistische Theorie für die dielektronische Rekombination bei sehr schweren hochgeladenen Ionen*, Dissertation, Universität Gießen (1992).
- [Zim96] M. Zimmerman, *Photo-Rekombination bei sehr schweren hochgeladenen Ionen*, Dissertation, Universität Gießen (1996).
- [ZNP99] H. L. Zhang, S. N. Nahar und A. K. Pradhan, *Close-coupling R - matrix calculations for electron-ion recombination cross sections*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **32**, 1459 (1999).
- [ZST<sup>+</sup>84] J. D. Zumbro, E. B. Shera, Y. Tanaka et al., *E2 and E4 deformations in  $^{233}, ^{234}, ^{235}, ^{238}\text{U}$* , Phys. Rev. Lett. **53**, 1888 (1984).
- [ZST97] G. Zwicknagel, Q. Spreiter und C. Toepffer, *Stopping of ions and local electron densities at strong coupling*, Hyp. Interact. **108**, 131 (1997).



# Danksagung

Im Laufe der Jahre, die ich an meiner Promotion gearbeitet habe, haben eine ganze Reihe von Personen dazu beigetragen, diese Arbeit in mal kleinen mal großen Schritten voranzubringen. Allen diesen Leuten möchte ich hiermit meinen herzlichen Dank aussprechen. Auch wenn im folgenden zahlreiche Personen namentlich genannt werden, erhebt diese Liste in keiner Weise einen Anspruch auf Vollständigkeit. Diejenigen, die ich, trotz intensiven Nachdenkens, vergessen habe, namentlich an dieser Stelle anzuführen, mögen mir dies bitte verzeihen.

Diese Arbeit wurde in wesentlichen Dingen an der Gesellschaft für Schwerionenforschung in Darmstadt und am Strahlencentrum der Justus-Liebig-Universität Gießen angefertigt.

Meinen ganz besonderen Dank möchte ich meinem Betreuer, Prof. Dr. Alfred Müller, ausdrücken, der durch seinen persönlichen Einsatz, sein stets offenes Ohr für die Belange seiner Studenten und seine Bereitschaft zur Diskussion sehr zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Ebenso bedanke ich mich recht herzlich bei Prof. Dr. Erhard Salzborn für die Aufnahme in das Institut für Kernphysik.

Ein großer Dank gebührt auch Dr. Christophor Kozhuharov, ohne den ein reibungsloser Ablauf der Messungen an der GSI kaum denkbar gewesen wäre, und der mir in zahlreichen Diskussionen eine große Hilfe war.

Von immens großer Bedeutung war für mich die phantastische Atmosphäre innerhalb der Arbeitsgruppe. Dafür und für die Teilnahme an den Strahlzeiten und die große Hilfsbereitschaft bei allen möglichen Problemen danke ich meinen Kollegen im Strahlencentrum. Besonders Dr. Stefan Schippers, der gerade in der für mich sehr hektischen Schlußphase dieser Arbeit großes Engagement gezeigt hat, und dabei immer die nötige Ruhe bewahrt hat, die mir vielleicht gefehlt hat. Dazu die anderen Mitstreiter: Dr. Timo Bartsch, Dipl. Phys. Sebastian Böhm, Dipl. Phys. Christian Böhme, Dr. Andreas Frank, Dr. Andreas Hoffknecht,

cand. Phys. Jörg Jacobi, Dipl. Phys. Stefan Kieslich, Dipl. Phys. Holger Knopp, Dr. Joachim Linkemann, Dr. Wei Shi, der einen Teil der Experimentdaten ausgewertet hat, Dr. Wolfgang Spies, Dipl. Phys. Frank Timphus und Dr. Olaf Uwira.

Für die zahlreichen Rechnungen zur DR, die ich in dieser Arbeit verwenden durfte, bevor sie offiziell publiziert wurden, aber auch für die umfangreichen Diskussionen im Zusammenhang mit der Theorie danke ich Dipl. Phys. Thomas Steih, Prof. Dr. Norbert Grün und Prof. Dr. Werner Scheid aus dem Institut für Theoretische Physik II der Universität Gießen. Prof. Dr. Werner Scheid danke ich darüber hinaus, daß er kurzfristig bereit war, diese Arbeit als Zweitgutachter mitzubetreuen.

Um die Strahlzeiten an der GSI erfolgreich durchführen zu können, war eine große Unterstützung von Seiten der ESR-Mannschaft vonnöten. Ein großer Dank geht daher an Dr. Karl Beckert, Dr. Bernhard Franzke, Dr. Lars Groening, Dr. Fritz Nolden, Dr. Markus Steck und Dr. Thomas Winkler. Für die Mithilfe bei den Strahlzeiten bedanke ich mich auch bei Prof. Dr. Fritz Bosch, Dr. Andreas Krämer, Prof. Dr. Z. Stachura. Neben der Teilnahme an den Strahlzeiten möchte ich mich bei Prof. Dr. Paul Mokler und PD Dr. Thomas Stöhlker auch für ihre Diskussionsbereitschaft und zahlreiche Anregungen bedanken.

Zum Abschluß noch allen anderen Mitgliedern des Strahlencentrums, aber auch der GSI ein großes „Danke schön“ für ihre Unterstützung bei der Erstellung dieser Arbeit.

Einen ganz besonderen Dank auch an meine Mutter und an meinen leider zu früh verstorbenen Vater, die mir mein Studium und meine Promotion überhaupt erst ermöglicht haben und an meinen „großen“ Bruder, der mich während es gesamten Studiums moralisch unterstützt hat.